SPC講義之

•常規控制圖作法

•過程能力指數

•假設檢驗

奇鋐科技股份有限公司

ASIA VITAL COMPONENTS CO., LTD.

制作：松哥

日期：2003.12.17

一、常規控制圖分析和應用

1、合理子組原則

- ➢組內差異只由偶因造成---(組內樣品要在短時間內取得)
- ➢組間差異主要是由異因造成---(組間要有一定的時間間隔，時間間隔主要由變異的時間間隔決定)

2、20字方針

“查出異因，采取措施，加以消除，不再出現，納入標准”

3、常規控制圖分類

(1)、計量值(服從正態分布)

- $\overline{x}$ -R--------均值-極差控制圖
- $\overline{x}$ -s---------均值-標准差控制圖
- X-Rs---------單值-移動極差控制圖
- $\tilde{x}$ -R---------中位數-極差控制圖

(2)、計數值

- C圖----缺陷數(不合格數)控制圖(服從泊松分布)
- U圖----單位缺陷數(不合格數)控制圖(服從泊松分布)
- p圖----不合格品率控制圖(服從二項分布)
- Np圖--不合格品數控制圖(服從二項分布)

4、几種常用常規控制圖做法

(1) $\bar{x}$ -R控制圖

步驟1：確定所控制的質量指標

- 選擇技术上最重要的控制對象
- 指標之間有因果關系，取作為因的指標為統計量
- 控制對象要明確，并為大家理解與同意
- 控制對象要能以數字來表示
- 控制對象要容易測定并對過程容易采取措施
- 直接選擇控制對象困難時采用代用特性進行測定
- 同時控制多個對象，應用多元控制圖與多元診斷

步驟2：取預備數據

- 樣本組數至少取25組，最好再加上5組成為30組，以便必要時可去掉一些異常數據
- 樣本量通常取為4或5
- 為了使得所取數據屬于同一總體，同一子組的數據應在同樣的生產條件下取得，故要求在短間隔內來取，組間數據依質量特性的變異的規律來決定。

步驟3：計算 $\bar{x}_{i}$, Ri

步驟4：計算 $\bar{\bar{x}}$，$\bar{R}$

步驟5：計算R圖控制線、 $\bar{x}$ 控制線，并作圖

步驟6：將預備數據在R圖中打點，判穩。若穩，則進行步驟7；若不穩，則執行"20字方針"后轉入步驟2，重新開始。

步驟7：將預備數據在x圖中打點，判穩。若穩，則進行步驟8；若不穩，則執行“20字方針”后轉入步驟2，重新開始。

步驟8：計算過程能力指數并檢驗其是否滿足技术要求，若過程能力指數滿足技术要求，則轉入步驟9。

步驟9：延長 $\overline{x}$-R控制圖的控制線，作控制用控制圖，進行日常管理。

示例：

剖溝加工制程，應用排列圖(柏拉圖)分析造成不合格品的各種的原因，發現總長超差占第一位，為此，加工單位決定應用控制圖對切斷總長進行控制。

二、過程能力與過程能力指數

1、過程能力：指當過程處于統計控制狀態，過程符合容差范圍的輸出能力。一般用特性值散布的6倍標准差（6 σ）衡量。

前提：

- 過程能力的應用前提是，產品和過程的質量特性能用數據表征，且處于統計控制狀態。
- 統計控制狀態是保証過程穩定的基礎，只有在穩定狀態下的過程能力才具備再現性，才能發現數據分布的異常，其計算才有實際意義。
- 所以采用正態分布的6σ幅度的概率值來度量過程能力，是因為這種散布在理論上是經濟和合理的，且與控制圖上下控制限的幅度相一致。
- 過程能力是過程客觀存在的一種固有能力，即過程在一定的人、機、料、法、測、環（5M1E）條件下所具有的能力，生產條件變化，過程能力也會發生變化。
- 過程能力是5M1E的綜合結果，對自動化程度較高的過程有時需要單獨計算設備能力。

2、過程能力指數

通常將允許的容差范圍除以6σ的比值，稱為過程能力指數。

當容差的中心值M與數據分布中心 μ 相一致，稱過程能力"無偏"，用Cp表示，不一致時，稱"有偏"，用Cpk表示。

（1）、雙邊容差情況

- 當μ=M時

$$Cp=\frac{T}{6\sigma}=\frac{T_U-T_L}{6\sigma}$$

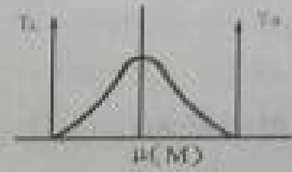
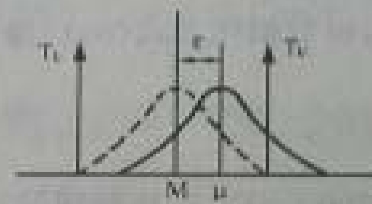
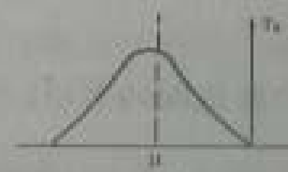
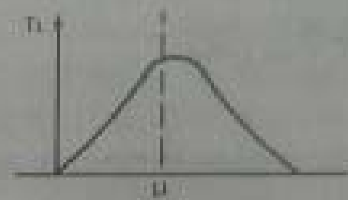
- 當 $\mu\neq$M時，要加一個修正系數（1-K），這里K＝ $\frac{\varepsilon}{T/2}$

- M＞μ時，Cpk＝（1-K）Cp=(μ-T_L）/3σ
- M< μ時，Cpk＝（1-K）Cp=(T_U- μ）/3σ

（2）、單邊容差的情況

Cp= $\frac{T}{3\sigma}$ 。單側上限Cp= $\frac{T_U-\mu}{3\sigma}$，單側下限Cp= $\frac{\mu-T_L}{3\sigma}$。

图5.1是上述几种过程能力指数的示意图及其计算公式。

类别		图示	C_P、C_{PK} 计算公式
双边容差的情况	μ与M重合 $\mu = M$	 a)	$C_P = \frac{T}{6\sigma}$
	μ与M不重合 $\mu \neq M$	 b)	$C_{PK} = C_P(1-K) = \frac{(T-2\varepsilon)}{6\sigma}$
单边容差情况	单侧上限	 c)	$C_P = \frac{T_U - \mu}{3\sigma}$
	单侧下限	 d)	$C_P = \frac{\mu - T_L}{3\sigma}$

在實際應用中，在排除系統變異情況下，可用極差或樣本標准差的平均值經適當轉換來估計總體標准差，用樣本均值來估計總體均值。

3、過程能力的分級及Cpk值的調整

（1）、過程能力

過程能力指數	分級
Cp>1.67	特級（過高）
1.33＜Cp<=1.67	一級（充足）
1＜Cp<=1.33	二級（滿足）
0.67＜Cp<=1	三級（不足）
Cp<0.67	四級（嚴重不足）

（2）、對有偏過程能力的調整

當有偏情況（$M \neq \mu$），是否需將數據的分布中心調整到與容差中心一致，則取決于多種因素：

- Cp值的富裕程度；
- 調整的難易程度；
- 對最終產品的影響；
- 調整的經濟性

以下給出參考表

有偏過程能力的判斷

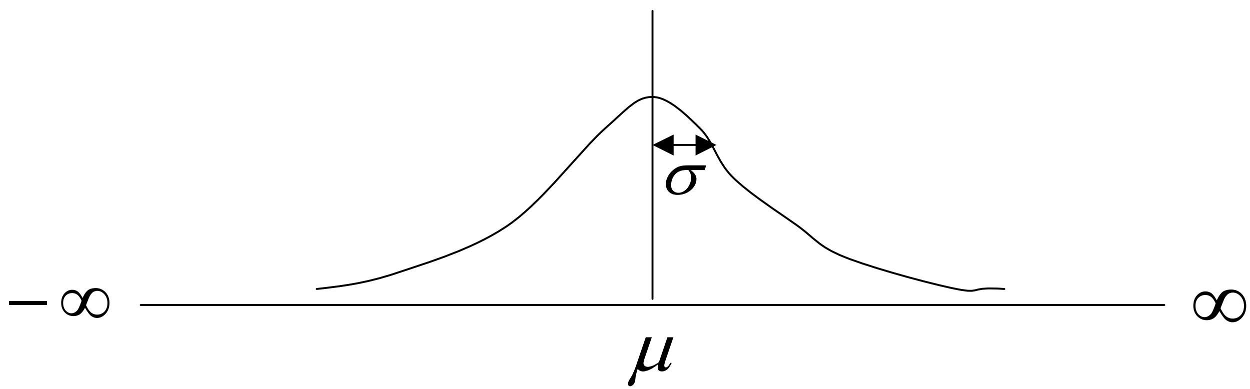
Cpk值	偏離系數K	建議的措施
1.33＜Cpk	0<K<0.25	不必調整
1.33＜Cpk	0.25<K<0.50	密切關注
1.00＜Cpk<=1.33	0<K<0.25	密切關注
1.00＜Cpk<=1.33	0.25<K<0.50	應予調整

4、過程能力指數與不合格品率

(1) 正態分布

- 正態分布的概率密度函數

$$F(X)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\quad(-\infty<X<\infty)$$



- ➢ 正態曲線與橫軸之間所夾面積為1。
- ➢ 正態分布變量X在某一區間的發生概率等于這一區間上正態曲線與橫軸之間所夾面積。P{X<C}= $\int_{-\infty}^{c}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx$ ＊＊

(2)、標准正態分布

$\mu=0,\sigma=1$ 的正態分布，叫標准正態分布，記為：

$$\varphi(X)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}(-\infty<X<\infty)$$

正態分布轉換成標准正態分布：對于一個 $\mu\neq 0,\sigma\neq 1$ 的任一正態分布，只需作以下變換，即設

統計量Z＝ $\frac{(x-\mu)}{\sigma}$ ，即將總體中的每一值都減去 μ 并縮小 σ 倍。從而使前頁＊＊的積分計算與 μ 和 σ 無關。

于是：P{X<C}=P{Z<(c-μ)/σ}=Φ\{ $\frac{(c-\mu)}{\sigma}$ },簡記 Φ (Z)

式中，函數 Φ（Z）為標准正態分布N（0，1）的累積分布函數。

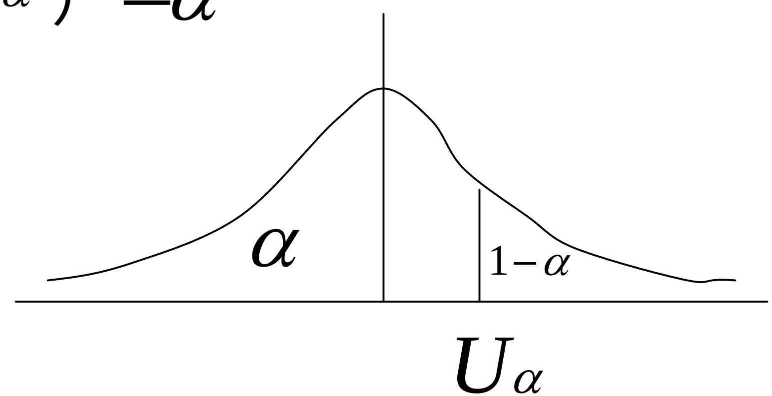
Φ（Z）＝ $\int_{-\infty}^{Z}\Phi(X)dX$ ，可以從標准正態分布表查得。

標准正態分布存在的意義：一些質量特性的不合格率均要通過標准正態分布才能算得。

（3）、標准正態分布N(0,1)的分位數

　　對任意界於0與1之間的實數a,標准正態分布N(0,1)的a分位數是這樣一個數，它的左側面積恰好為a,右側面積恰好為1-a。即a分位數U。是滿足下列等式的實數：

P（U<= μ_α ）$=\alpha$



（4）、計算產品質量特性X的不合格品率的兩個條件：

（a）產品的質量特性的X的分布，在過程受控情況下，X的分布為正態，這是過程現狀的概括；

（b）產品的規范限，在雙規范限場合；

- X超出上規范限的概率，記為Pu=P(X>USL)
- X低於下規范限的概率，記為P_L=P(X＜LSL)

X的不合格品率p= P_L +P_u

在一般的正態分布場合，分別做標准變換後再查標准正態分布表能獲得P_L 與P_u。

(5)、過程能力指數與不合格品率

- ➢ 容差中心與數據散布中心重合

不合格品率P：

$$P=2-[2\Phi(3Cp)]$$

- ➢ 容差中心與數據散布中心不一致

不合格品率P：

$$P=2-\{\Phi[3Cp(1+K)+\Phi[3Cp(1-K)]]\}$$

例（1）某廠生產的電阻器的規范限為80正負4kΩ.現從現場得知該廠電阻器的阻值x服從正態分布，其均值μ ＝ 80.8kΩ。σ ＝1.3kΩ求其低於下規范限76 kΩ的概率和超過上規范限84 kΩ的概率。

AN:

例（2）某部件的清潔度X服從正態分布$N(48,12^2)$.只規定其上規范限為85毫克，求其不合格率。

例（3）某金屬材料的抗拉強度服從正態分布$N(38,1.8^2)$。只規定其下規范限為33kg/cm^2,求其不合格率。

三、假設檢驗

1.基本思想與基本步驟

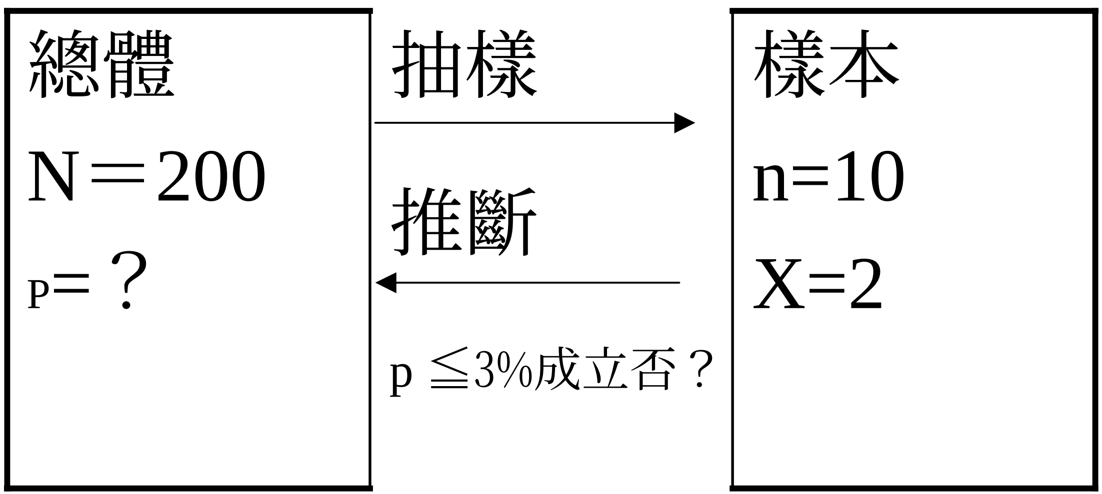
➢ 假設檢驗的基本概念

（例1）某廠生產的化纖纖度X服從正態分布N“u=1.40”作例行檢驗，以觀生產是否正常運行，從某天生產的化纖中隨機抽25根，測得化纖度的平均值是1.38，問與原設計的均值1.40有無顯著差異？

總體	抽樣 →	樣本
$u_Q=1.40$	推斷 ←	$n=25$
$\sigma=0.04$	均值有無明顯差異	$\bar{x}=1.38$

（例1）是己知某樣本來自正態總體，問它是否來自均值為u_0的正態總體？

（例2）某廠有一批產品，共200件，須經檢驗合格才能出廠，按國家標准次品率不得超過3%，今在其中任意抽取10件，發現10件中含有2件次品，問這批產品能否出廠？



（例2）給出了樣本值，根據樣本值去判斷一個假設是否成立？

以上兩個例子<u>不是一個參數估計問題</u>，都是根據樣本的信息來判斷總體分布是否具有指定的特征，這類問題稱之為假設檢驗問題。

根據檢驗結果准備予以接受或拒絕的假設，稱之為原假設，在假設檢驗中，我們必須從樣本值出發，對原假設作出“接受”或“拒絕”的判斷。

2、參數的假設檢驗分析

a.基本思想

根據所獲取的樣本－－運用統計分析方法－－對總體X的某種假設H0作出接受或拒絕的判斷

如何運用統計分析方法

樣本－－構造檢驗統計量－－構造一個當H0成立時的一個小概率事件－－根據不同情況作出判斷

b.蘊含了兩個基本原理

（1）概率性質的反證法

為檢驗原假設H0是否正確，先假定它正確，看由此能推出什麼結果，如出現一個不合理的情況，則表示假設“H0正確”是錯誤的，於是拒絕H0，否則接受H0。

（2）小概率事件原理

小概率事件在一次試驗中幾乎不會發生，也即是說，在處理假設檢驗問題時，未考慮特殊情況。

在（例2）中待檢驗的假設H0：p ≦3%，看H_0是否成立，驗證的依據是從總體中抽出10件，結果有2件次品。

先假設p_0=0.03，則200件產品中平均含6件次品，則事件抽取10件出現"至少有2件次品"的概率：

$$1-\frac{C_{194}^{10}}{C_{200}^{10}}-\frac{C_{194}^{9}C_{6}^{1}}{C_{200}^{10}}=1-0.732-0.237=0.031$$

在（例2）中若H_0：p ≦3%成立，則出現該抽樣結果屬於小概率事件，即平均在100次抽樣中，大約只出現3次，所以原假設不成立，不能被接受。

3、假設檢驗的基本步驟（五步）

（1）.建立假設

通常需要建立兩個假設：原假設H_0和備假設H_1

在對總體均值進行檢驗時，有三類假設：

a、 $H_0: \mu \le \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$

b、 $H_0: \mu \ge \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$

C、 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \ne \mu_0$

稱前兩個為單邊假設檢驗，後一個為雙邊假設檢驗。

（2）.尋找檢驗統計量T，確定拒絕域的形式

根據統計量的值把整個樣本空間分成兩個部分：拒絕域W與接受域A，當樣本落在拒絕域中就拒絕原假設，否則就保留原假設，所以在假設檢驗中我們必須找出拒絕域，根據備擇假設的不同，拒絕域可以是雙邊的也可以是單邊的。

(3）.給出顯著性水平α，常取α=0.05

- 第一類錯誤：是原假設H_0為真，由於樣本的隨機性使樣本觀察值落在拒絕域W中，從而作出拒絕原假設的決定，其發生的概率為α，稱為犯第一類錯誤的概率，也稱為拒真概率。

- 拒真錯誤：P（拒絕H_0/ H_0正確）＝ α

- 第二類錯誤：是原假設H_0為假，由於樣本的隨機性，使樣本觀察值落在接受域A中，從而做出保留原假設的決定，其發生的概率為β，稱為犯第二類錯誤的概率，也稱為取偽概率

- 取偽錯誤： P（接受H_0 / H_0不正確）＝β

真實情況

統計判斷	H_0成立	H_1成立
接受H_0	正確決策	第二類錯誤 (發生概率為β)
拒絕H_0	第一類錯誤 (發生概率為α)	正確決策

- 要使α小，必導致β大；
- 要使β小，必導致α大；
- 要使 α、β 皆小，只有在樣本量n很大的場合才可達到，這在實際中并不可行；

折中的方案是：控制 α，但不使α過小，在適當控制α中制約，常選α ＝0.05，偶爾也用α ＝0.10或0.01

（4）、確定臨界值c，寫出拒絕域w

有了顯著性水平后，可以根據給定的檢驗統計量的分布，查表得到臨界值，從而確空具體的拒絕域。

（5）、判斷

根據樣本觀察值，計算檢驗統計量的觀察值，根據觀察值是否落在拒絕域中作出判斷。

- 臨界值：檢驗中有一個值處于一個特殊的地位，樣本的檢驗統計量值一旦越過此值（界限），結論就由接受變為否定。
- 由臨界值決定拒絕域或接受域
- 它與給定的顯著性水平 α 有關
- 通過查分布表而得
- 定一個檢驗等價于指定其接受域或否定域
- 根據臨界值與檢驗統計量的關系對假設作出檢驗

4、正態總體的參數的假設檢驗

❖ 、正態均值μ 的假設檢驗（σ 已知）

（1）、關于正態均值　常用的三對假設

1） $H_0: \mu \le \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$

2） $H_0: \mu \ge \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$

3） $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \ne \mu_0$

（2）、檢驗統計量都用統計量u，在 $\mu = \mu_0$ 時

$$u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

（3）~(4)、給出顯著性水平α，定出拒絕域w

（5）判斷

例

某电工器材厂生产一种云母带，其厚度在正常生产下服从N（0.13，0.015^2）某日在生产的产品中抽查了10次，发现平均厚度为0.136，如果标准差不变，试问生产是否正常？（取 α=0.05）

18

解：1）建立假设　H_0：　$\mu=0.13$，H_1：　$\mu\neq0.13$

2）由于方差已知，故选用u检验。

3）根据显著性水平 $\alpha=0.05$及备择假设知拒绝域为

$$\left\{|u|>u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}=\{|u|>1.96\}$$

4）由样本观察值，求得：

$$u=\frac{\bar{x}-0.13}{0.015/\sqrt{10}}=\frac{0.135-0.13}{0.015/\sqrt{10}}=1.26$$

由于样本观察值未落在拒绝域中，所以不能拒绝原假设，可以认为该天生产正常。

（二）正态均值 μ 的假设检验（σ 未知）

1. 关于正态均值 μ 常用的三对假设为

（1）$H_0: \mu \leq \mu_0$，$H_1: \mu > \mu_0$

（2）$H_0: \mu \geq \mu_0$，$H_1: \mu < \mu_0$

（3）$H_0: \mu = \mu_0$，$H_1: \mu \neq \mu_0$

2. 检验统计量为t统计量，在 $\mu = \mu_0$ 时

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$$ 自由度

3～4. 给出显著水平性 α，定出拒绝域 W

$$\{t \geq t_{1-\alpha}(n-1)\}, \{t \leq t_{\alpha}(n-1)\}, \{|t| \geq t_{1-\alpha/2}(n-1)\}$$

5.判断

【例 】 某地环境保护法规定，倾入河流的废水中一种有毒物质的含量不得超过3ppm。已知废水中该有毒物质的含量X服从正态分布。该地区环保组织对沿河的一个工厂进行检查，测定每日倾入河流的废水中该物质的含量，15天的记录为：3.1 3.2 3.3 2.9 3.5 3.4 2.5 4.3 2.9 3.6 3.2 3.0 2.7 3.5 2.9 试在 $\alpha=0.05$水平上判断该厂是否符合环保规定？

解：1）立假设：H_0：$\mu \leq 3$，H_1：$\mu > 3$

2）由于 σ 未知，故选用t检验。

3）根据显著性水平 α=0.05及备择假设知拒绝域为

$$\{t > t_{1-\alpha}(n-1)\} = \{t > 1.7613\}$$

自由度

4）$\overline{x}$=3.2，s=0.436，n=15。

$$t = \frac{3.2-3}{0.436/\sqrt{15}} = 1.7766 > 1.7613,$$

因此在 α=0.05水平上拒绝原假设，认为该厂不符合环保规定，应采取措施降低有毒物质的含量。

THANK YOU

THERMAL SOLUTIONS FOR YOUR NEEDS