

文章编号: 1006-2467(2002)05-0649-03

印刷电路板结构中的等效介电常数和快速电容提取

曹毅, 李征帆

(上海交通大学 电子工程系, 上海 200030)

摘要: 提出了用于印刷电路板(PCB)扁平多层介质结构的等效介电常数的概念, 使在 PCB 结构中电容提取的计算量减少到自由空间中电容提取的量级, 并保持相当的精度, 此外还可与目前计算电容效率最高的多极加速法兼容. 计算实例表明, 该等效介电常数的概念及相应的处理方法是有效和可靠的.

关键词: 印刷电路板; 等效介电常数; 电容提取

中图分类号: TN 454; TN 015 **文献标识码:** A

Fast Capacitance Extraction and the Concept of Equivalent Permittivity on Printed Circuit Board

CAO Yi, LI Zheng-fan

(Dept. of Electronic Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

Abstract: A concept of equivalent permittivity for the planar structure of printed circuit board (PCB) was presented. The computing cost of the capacitance extraction can be reduced to the same order as that of the extraction in free space while a high accuracy can be retained. The equivalent permittivity is also compatible to the multipole accelerating method. The numerical results show that the method presented in this paper is effective and reliable.

Key words: printed circuit board (PCB); equivalent permittivity; capacitance extraction

随着现代集成电路系统时钟频率的不断提高, 印刷电路板(PCB)的工作速率达到了几百 MHz 乃至几 GHz 的量级. 因而出现了由分布效应所引起的时序紊乱和信号完整性等问题. 为使 PCB 的性能达到设计要求就需要反复测试和修改设计, 从而大大加长了设计周期, 增加了成本. 为提高 PCB 的设计效率和可靠性, 需要在目前的样品测试、重复设计的循环中同步引入仿电特性仿真, 这就要求对 PCB 进行系统级的功能仿真. 考虑到计算成本, 目前较可行的模拟方法仍是等效电路法, 如 PEEC^[1]等, 这些方法要求在调整设计和仿真过程中反复进行多介质结构中的电容矩阵提取, 这是计算量极大的工

作^[2~4]. 由于在 PCB 中很少使用不同的介质材料, 并且还倾向于减少它的层数, 因此大部分 PCB 都可看作是由一块均匀介质板和两边的空气构成的扁平多层介质结构. 本文针对这种垂直方向的尺度相对水平方向可忽略的扁平结构, 提出了一种等效介电常数的概念, 通过可由相对很少量计算所得的等效介电常数的应用, 使得分层介质结构中的电容参数提取只需要与自由空间中的电容提取相当的计算量, 并保持相当的精度. 这种等效介电常数可与目前最有效率的电容计算方法(多级加速法)兼容.

1 理论分析

一般地, 在介质结构中使用积分方程方法进行电容参数提取需要求解完全格林函数^[2]或者使用全电荷格林函数法^[4], 这在 PCB 这样并不太复杂但导

收稿日期: 2001-05-27

作者简介: 曹毅(1971-), 男, 安徽凤阳人, 副教授, 从事互连封装分析和数值方法研究.

体单元个数却很多的介质结构中效率不高. 如果可以定义一种以介质的参数(如介电常数、尺寸等)为参变量, 以场点、源点坐标为变量, 在求解区域内保持足够精度的“等效介电常数”, 就能以在自由空间计算电位系数/电容矩阵的效率来解决介质结构中的同样问题. 可以预料, 这种等效介电常数难以有解析的表达式, 因此可将整个 PCB 所占的空间分区, 计算这些区域间两两的“互介电常数”, 构成一个矩阵. 在计算两个导体单元间的电位系数时就可使用导体单元所在分区的互介电常数. 显然, 当两个分区距离较远时可以得到精确的近似, 但对两个导体单元处在同一分区的情况须作特别处理, 甚至计算导体单元的自电容时还可不作近似.

由于垂直方向上的位置变动对扁平结构影响不大, 对 PCB 结构进行二维分区即可. 一般大小 PCB (20 cm × 30 cm 或更大) 的典型分区数是 300~400, 因此计算等效介电常数矩阵最多只须 300~400 阶规模电容矩阵的计算量, 远少于导体单元数可能达到数千甚至上万的直接计算. 而且一般可近似认为 PCB 的介质环境是水平无限延伸的空气-介质-空气多层介质结构, 由于各向同性的缘故只须考虑分区间距离的影响, 这样分区的数目更可减少到几十.

下面给出分区 m, n 间等效介电常数的定义:

$$\epsilon_{r,eq}(m, n) = \frac{G_f(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n)}{G_D(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n)} = \frac{\int_{S_m} G_f(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n) dS_m}{\int_{S_m} G_D(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n) dS_m} \quad (1)$$

式中: G_f, G_D 分别为自由空间中和考虑介质的格林函数; S_m 是分区 m 的面积. 两个分别属于 m, n 分区的导体单元间的电位系数为

$$p = \frac{1}{4\pi\epsilon_{r,eq}(m, n)} \iint_S \iint_{S'} \frac{ds ds'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2)$$

式中, S, S' 分别为两个导体单元的面积.

下面分析上述定义下等效介电常数所带来的误差, 并从中得到关于分区的规则. 对于导体单元 1、2, 它们的互电位系数

$$p_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 S_1 S_2} \iint_{S_1} \iint_{S_2} G_D(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2) dS_1 dS_2$$

而积分项又可写为

$$\begin{aligned} \iint_{S_1} \iint_{S_2} G_D(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2) dS_1 dS_2 &= \\ \iint_{S_1} \iint_{S_2} G_f(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2) \frac{G_D(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2)}{G_f(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2)} dS_1 dS_2 &= \\ \iint_{S_1} \iint_{S_2} \frac{G_f(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2)}{\epsilon_{r,eq}(\xi | \zeta)} dS_1 dS_2 &= \\ \frac{1}{\epsilon_{r,eq}(\xi | \zeta)} \iint_{S_1} \iint_{S_2} G_f(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2) dS_1 dS_2 \end{aligned} \quad (3)$$

式中, 最后一项是由积分中值定理得到的, ξ, ζ 分别为单元 1、2 中的某一点. 在式(2)中以式(1)定义的等效介电常数代替了 $\epsilon_{r,eq}(\xi | \zeta)$, 而式(1)所定义的 $\epsilon_{r,eq}(m, n)$ 其实是作为场点、源点位置坐标函数的 $\epsilon_{r,eq}$ 在某区域上的平均值, 该平均值与中值的误差即 $\epsilon_{r,eq}(m, n)$ 的误差, 它可由 $G_D(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2)$ 和 $G_f(\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2)$ 的相应误差来反映. 扁平特殊结构中可预见格林函数具有单调性和平滑性, 如令场点、源点的距离为 r , 则在边长为 h 的源区域上平均后 G_D 的误差量级为

$$\text{err} \approx \left| \frac{G_D(r+\delta) + G_D(r) + G_D(r-\delta)}{3} - G_D(r) \right| \quad (4)$$

式中, $\delta = h/3 \sim h/2$. 在进行适当的插值后式(4)总是可以满足的, 这可由上述格林函数的单调、平滑性和中值定理得到. 将式(4)泰勒展开后就得到 G_D 相对误差的量级:

$$\frac{\text{err}}{G_D} \approx \frac{\delta^2}{3r^2} = \frac{1}{12 \sim 27} \left| \frac{h}{r} \right|^2 \quad (5)$$

$\epsilon_{r,eq}(m, n)$ 的相对误差也取上式的形式. 从式(5)还可以确定分区的方法: 如果设定一个可接受的误差限(如 5%)就能通过式(5)知道保持了 h/r 在某一比值下的 $\epsilon_{r,eq}(m, n)$ 是可靠的. 在 5% 的误差限下, 相邻分区的互等效介电常数基本上可以满足精度要求. 但在本分区内如要使用上述等效介电常数, 则还应按误差限确定的 h/r 来细分, 使最外层的次分区能满足给定的 h/r 条件, 余下的中央区域按此规则再细分. 不过考虑到导体单元间平均距离的大小(其实电位系数中的积分项就是单元间距离倒数的一种平均), 这样的细分进行 1~2 重就可以了. 对于介质可近似认为在水平方向无限延伸的情况, 等效介电常数只是单元间距离的函数, 分割就只须在一个维度上进行. 从上面的讨论可知, 该分区方法与多极加速法所用的分区方法是相容的.

一般来讲 PCB 就是空气-介质-空气的介质结构, 特别是那些电源/地层不完整的 PCB. 此时各布线层之间会有耦合, 所以包括互连线和电源/地板的全部导体都应一起分析. 但在很多情况下各个布线层仍可看作被电源/地板隔离, 可以单独分析. 在这两种情况下本文所提出的等效介电常数概念都可成立并能以相似的算法计算, 等效介电常数可以对某种介质结构, 如一种介质材料的 PCB, 先行计算并贮存以便应用于不同的导体结构, 所以其本身的计算量几乎可以忽略.

2 计算实例和讨论

例 1 考察介质无限延伸的情况下, PCB 上典

型导体单元间电位系数以等效介电常计算时的精度. PCB 上的导体包括互连线和导体板, 因此典型的分割单元为长宽比不同的矩形. 图 1 给出了在 20.3 mm (800 mil) 厚, $\epsilon_r = 4.5$ 的介质基片上 2 根平行线和 2 块正方形导体片(它们可以位于不同的层上)的电位系数计算误差随距离的变化, 假定镜像法得到的结果为精确值. 线单元尺寸为 15.24 mm \times 0.254 mm (600 mil \times 10 mil), 导体片的尺寸为 10.2 mm \times 10.2 mm (400 mil \times 400 mil), 平行线单元的最小间距为 0.15 mm (6 mil).

例 2 考察与上例相同但尺寸有限的介质基片上一组导体单元电容矩阵的误差, 其结构由 5 \times 5 个

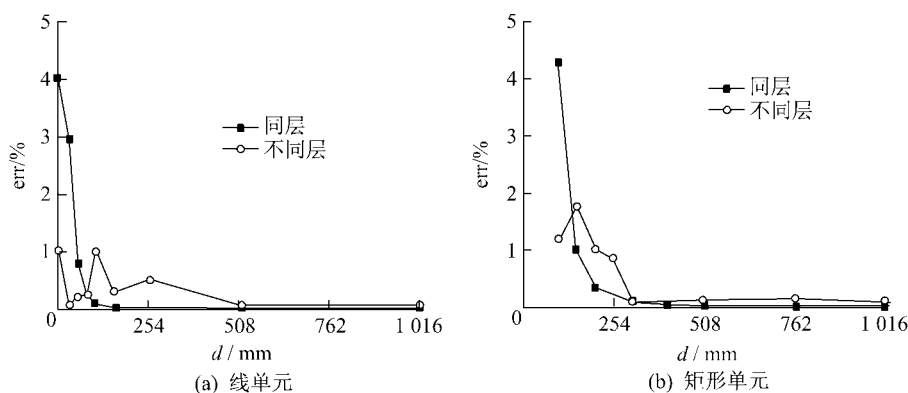


图 1 不同单元的电容系数计算误差随距离的变化

Fig. 1 Error of the potential coefficient vs distance between two line-panels (a) and rectangle-panels (b)

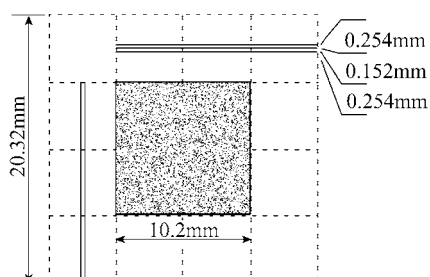


图 2 例 2 中的一个分区

Fig. 2 One sub-region in example 2

3 结 语

提出了针对 PCB 特殊的扁平多层介质结构等效介电常数的概念, 使 PCB 结构中大规模电容提取的计算量减少到自由空间中相应计算的量级, 同时这些等效介电常数本身的计算只消耗极少的计算代价. 该等效介电常数的概念适用于一般多层 PCB 中, 并且可与目前计算电容效率最高的多极加速法兼容. 计算实例证明, 本文所给等效介电常数的概念

如图 2 所示的分区构成. 按本文方法计算的结果与用全电荷格林函数的矩量法所得结果比较, 最大相对误差为 6.3%, 平均相对误差为 1.7%. 本例当前分区的细分进行了 2 重, 由结果可见第 2 部分所给的分规则是可靠的. 以上给出的方法适合于介质的分布固定, 而导体分布频繁改变情况下的电容参数计算, 在高速 PCB 的设计中极为常见. 此时由于等效介电常数预先计算并储存, 因此在实际仿真时, PCB 介质结构中电容提取的计算量就基本与自由空间中的提取相同. 为了比较, 本例中电容计算仅进行 1 次, 假设介质在水平方向有限的情况下, 计算时间约为利用全电荷格林函数法计算时间的 1/3.

及相应的处理方法是可靠的, 对 PCB 的系统级模拟仿真有一定的实用价值.

参考文献:

- [1] Heeb H, Ruehli A E. Three-dimensional interconnect analysis using partial element equivalent circuits [J]. *IEEE Trans on Circuits Syst-I*, 1992, 39(11): 974 - 982.
- [2] Oh K S, Kuznetsov D, Schutt-Aine J E. Capacitance computation in a multilayered dielectric medium using closed-form spatial Green's function [J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1994, 42(8): 1443 - 1453.
- [3] Nabors K, Kim S, White J. Fast capacitance extraction of general three-dimensional structures [J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1992, 40(7): 1496 - 1506.
- [4] Cao W, Harrington R F, Mautz J R, et al. Multi-conductor transmission lines in multilayered dielectric media [J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1984, 32(4): 439 - 450.