

电工技术基础

王英 主编



第一篇 电路基础

- 第1章 基本元件和基本定律
- 第2章 线性电路的分析方法
- 第3章 正弦稳态电路分析
- 第4章 三相电路分析
- 第5章 一阶电路的时域分析
- 第6章 周期性非正弦电路

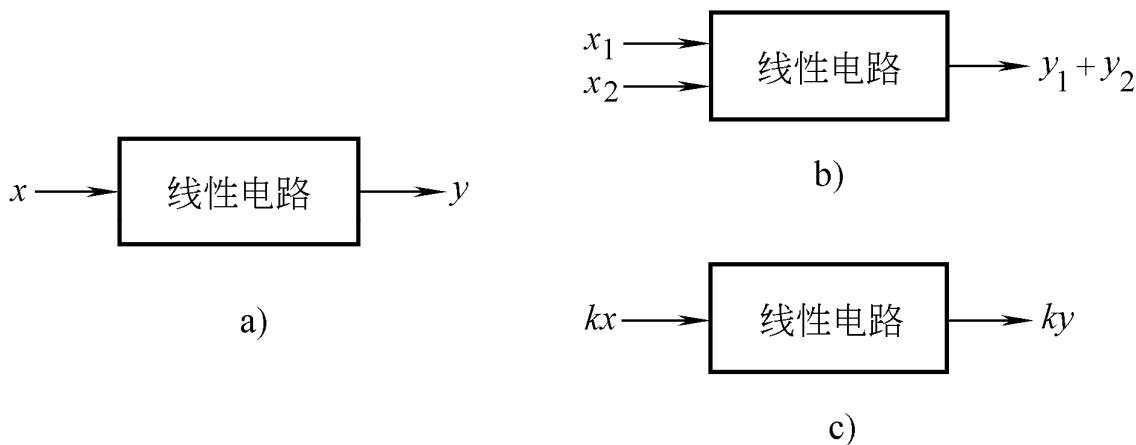


第1章 基本元件和基本定律

1.1 电路模型和电路变量

1.1.1 电路的基本概念

1. 电路



线性电路的叠加性和齐次性



2. 电路的作用

- 1) 实现电能的传输、转换及分配
- 2) 实现信号的传递和处理

1.1.2 电路模型

在电路分析中，不直接研究实际电路，而是研究实际电路的数学模型，即电路模型（电路图）。电路模型是由抽象理想化电路元件（简称电路元件）相互联接构成。每一种电路元件只表征一种物理效应，可以用精确的数学关系来定义。实际的器件可以根据其表现出的物理效应用一种或几种电路元件来描述。



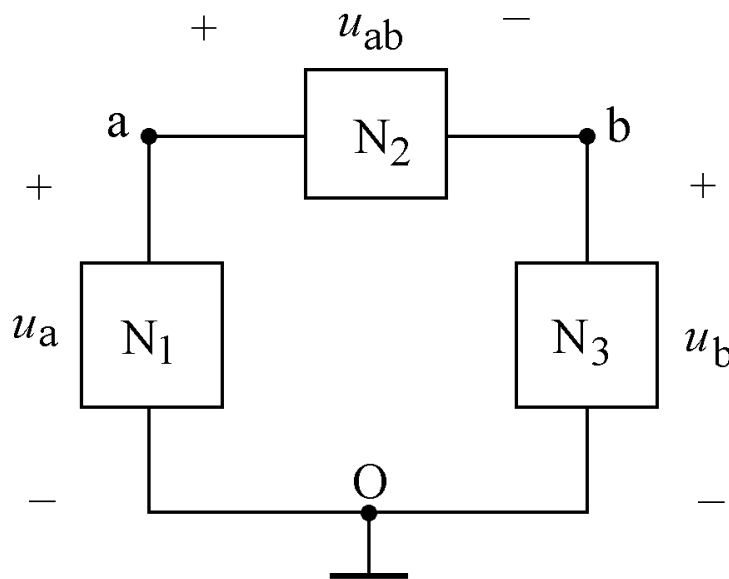
1.1.3 电路变量

1. 电压

在电路分析中常用电位来表示电压，即任意两点间的电位之差称为电压。

如图中所示的a、b两点间电压为：

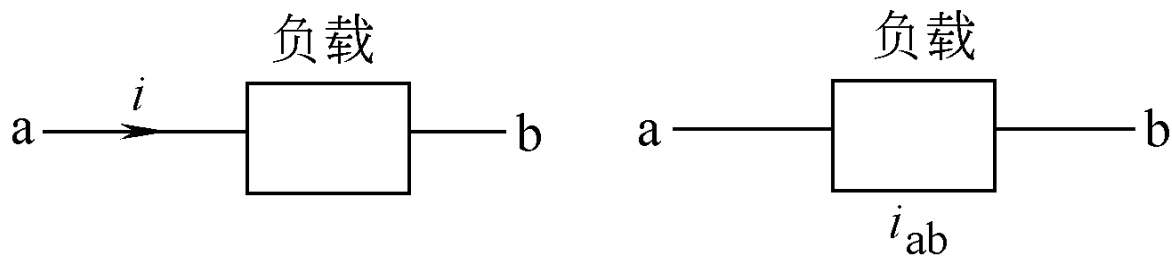
$$u_{ab} = u_a - u_b$$



2. 电流

电流的物理意义是电荷质点的运动。即单位时间内通过导体横截面积的电量为电流强度*i*，即

$$i = \frac{dq}{dt}$$



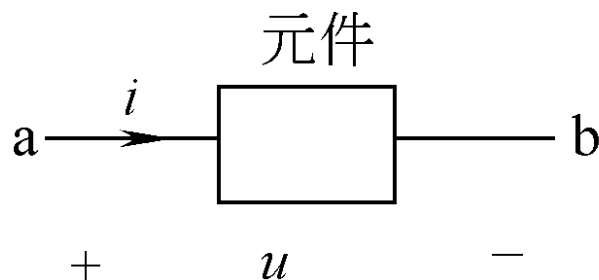


3. 功率和能量

功率定义为单位时间内所转换的电能，用 p 表示。
功率 p 与能量 w 的关系如下所示

$$p(t) = \frac{dw}{dt}$$

$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau$$

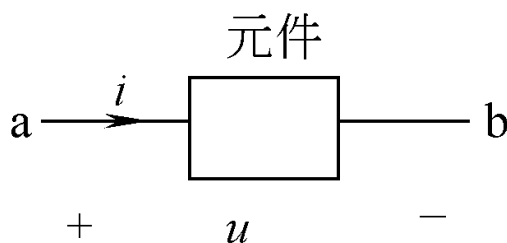


式中，功率的单位为瓦特（W），能量的单位为焦耳（J）



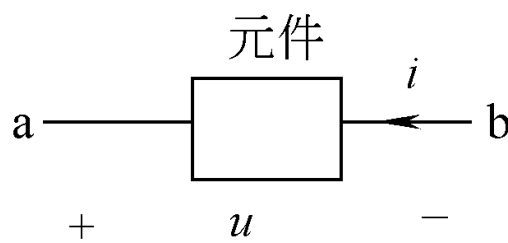
1.1.4 参考方向

任意假设电压、电流的方向称为参考方向。



a)

电压与电流关联参考方向



b)

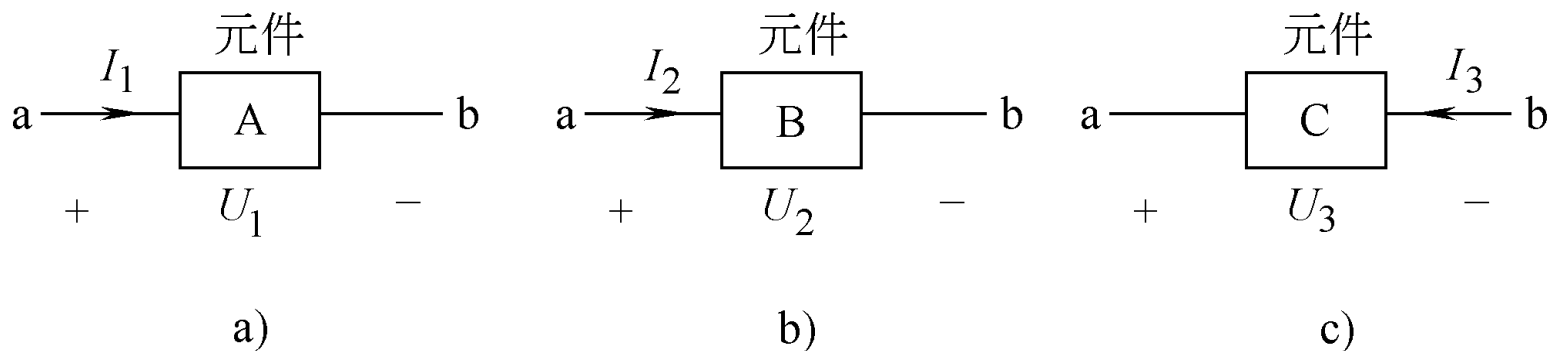
电压与电流非关联参考方向

在参考方向条件下，电路分析计算的结果存在两种情况：

- 1) 计算结果为“+”，说明参考方向与实际方向相同；
- 2) 计算结果为“-”，说明参考方向与实际方向相反。



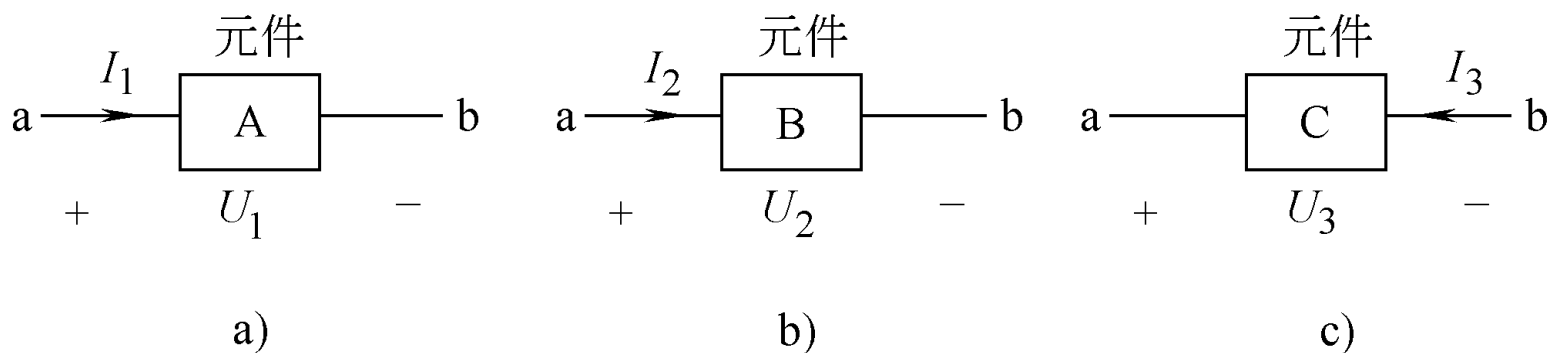
例1-1 已知 $I_1 = 4\text{A}$, $U_1 = 2\text{V}$, $I_2 = -4\text{A}$, $U_2 = 4\text{V}$, $I_3 = 3\text{A}$, $U_3 = 5\text{V}$ 。试说明图中各元件上的电压、电流的参考方向是否关联？并计算各元件吸收的功率。



解：元件**A**、**B**的电流参考方向是从参考电压的正极流到负极，因此，电压和电流的参考方向设定是关联的；元件**C**的电流从电压的负极流到正极，则电压和电流参考方向设定是非关联的。所以各元件功率为



例1-1 已知 $I_1 = 4\text{A}$, $U_1 = 2\text{V}$, $I_2 = -4\text{A}$, $U_2 = 4\text{V}$, $I_3 = 3\text{A}$, $U_3 = 5\text{V}$ 。试说明图中各元件上的电压、电流的参考方向是否关联？并计算各元件吸收的功率。



解：

元件A $P_1 = U_1 I_1 = (2 \times 4)\text{W} = 8\text{W}$

元件B $P_2 = U_2 I_2 = [4 \times (-4)]\text{W} = -16\text{W}$

元件C $P_3 = -U_3 I_3 = (-5 \times 3)\text{W} = -15\text{W}$



1.2 电路基本元件

电路元件按其特性可分为有源元件和无源元件两种。如果一个元件在任何时刻的物理效应表征为吸收能量，称该元件为无源元件，否则为有源元件。无源元件主要有电阻、电感和电容元件，其中电阻元件为耗能元件，电感和电容元件为储能元件。有源元件主要有独立电源和受控电源元件。

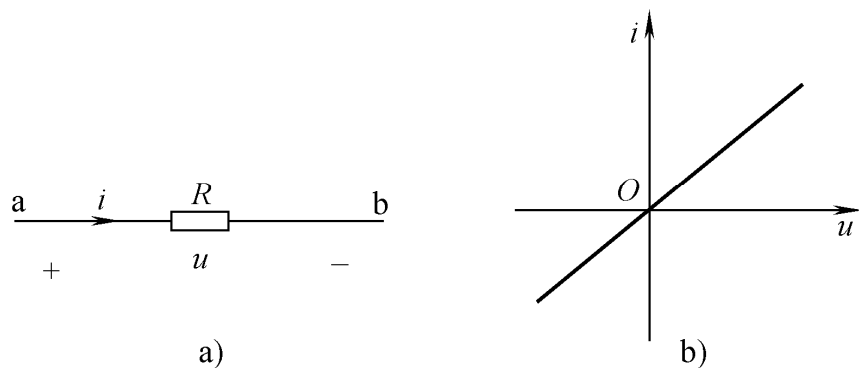


1.2.1 电阻元件 R

在任意时刻，能用 u - i 平面上一条曲线来描述外部特性的元件称为电阻元件。它是一种反映消耗电能转换成其它形式能量物理特征的电路模型。

在电阻元件两端电压与电流为关联参考方向时，电阻元件的欧姆定律为

$$u = R i$$

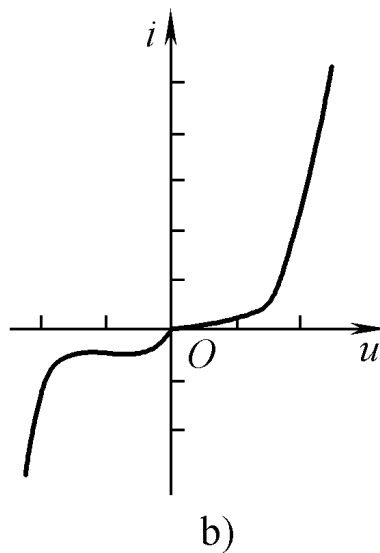
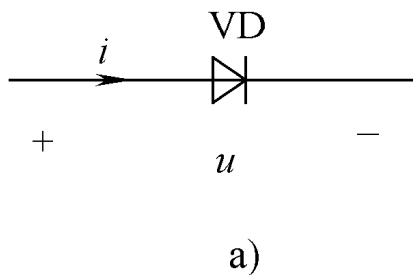


线性电阻元件



1.2.1 电阻元件 R

如果一个二端元件不是线性电阻则是非线性电阻。例如半导体二极管 VD （如图 a所示），在一定条件下是一个非线性电阻元件，其特性曲线在 u - i 平面上如图 b所示，不是在任意时刻 t 都是过原点的直线，称为非线性电阻。



非线性电阻元件



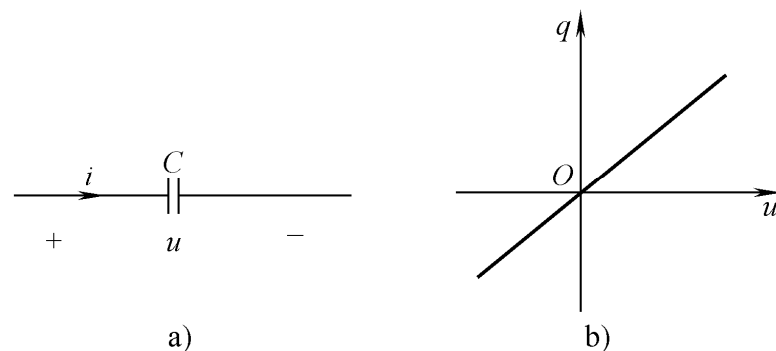
1.2.2 电容元件 C

电容器是一种储存电荷或者说储存电场能量的部件。

$$q = Cu$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i d\xi \end{aligned}$$



线性电容 C 元件



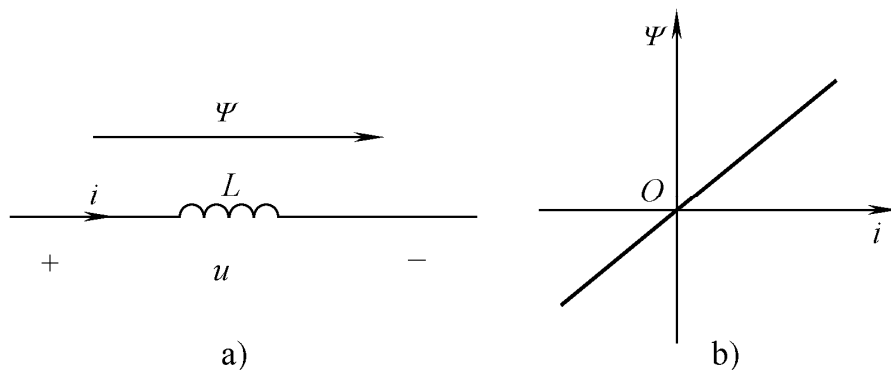
1.2.3 电感元件 L

电路分析中的电感元件是表征电流产生磁通和储存磁场能这一物理特征的电路模型。

$$\psi = Li$$

$$u = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u d\xi = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi$$



线性电感元件



1.2.4 独立电源

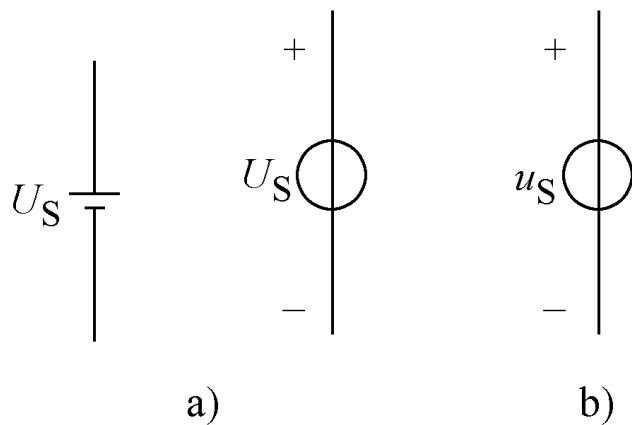
独立电源 是指在电路中能独立提供能量的元件。实际的独立电源有电池、发电机、信号源等，在电路分析中，常作为电路的输入或激励。独立电源包括独立电压源和独立电流源。



1. 理想电压源

理想电压源（简称电压源） 是从实际独立电压源理想抽象化得到的电路模型，该模型表征了元件提供的电压与流过的电流无关的物理特征。

电压源的性质 无论流过电压源的电流值大小、方向如何，其电压源的端电压总是保持为规定的 U_S 或 $u_S(t)$ ，流过电压源的电流由外接电路决定。



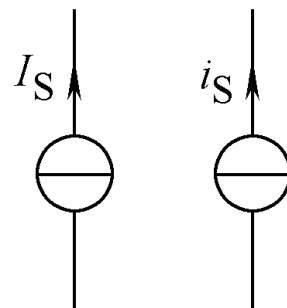
理想电压源



2. 理想电流源

理想电流源（简称电流源）是从实际独立电流源理想抽象化得到的电路模型，该模型表征了元件提供的电流与其端电压完全无关的物理特征

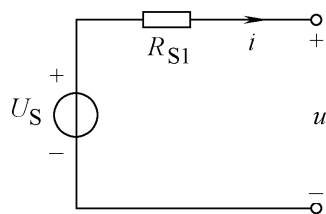
电流源的性质：无论电流源两端电压值大小、方向如何，其电流源的电流值总保持规定的 I_S 或 $i_S(t)$ 。如图1-25所示。电流源的端电压由外接电路决定。



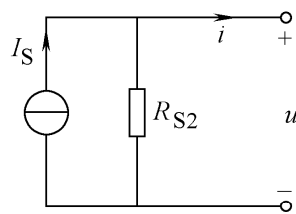
理想电流源

3. 理想电源与实际电源

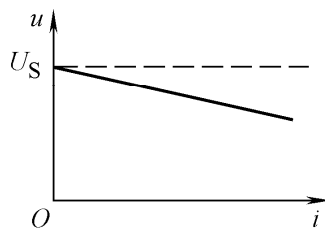
实际的电源都有一些内部电阻，当电源与外电路联接时，电源内部会产生一定的内耗，如图c和d所示。因此，在电路分析中，用理想电压源串联一个电阻构成实际电压源的电路模型；用理想电流源并联一个电阻构成实际电流源的电路模型，如图a和b所示。



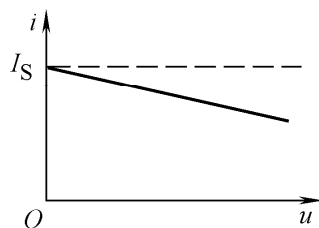
a)



b)



c)

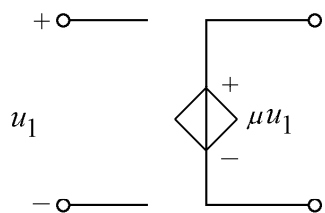


d)



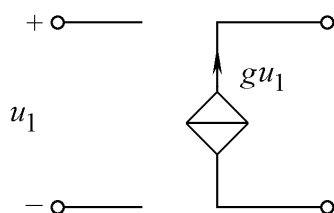
1.2.5 受控电源

受控电源又称为非独立电源，它不同于独立电源，独立电源所提供的电量是独立量，而且是一种二端元件；受控电源所提供的电量是受电路中某部分电压或电流控制，是一个非独立量，因此，受控电源可看成是一种四端元件。



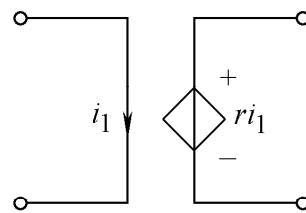
a)

电压控制电压源
VCVS



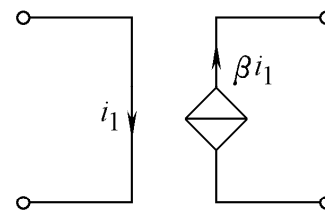
b)

电压控制电流源
VCCS



c)

电流控制电压源
CCVS



d)

电流控制电流源
CCCS



1.2.6 开路与短路

开路与短路是电路元件的一种特殊伏安特性。

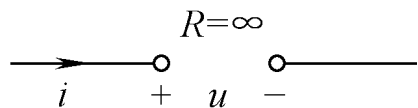
1. 开路

开路是指电路中两点间无论电压如何，其电流恒为零的物理特征。

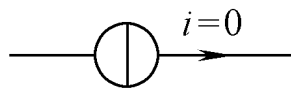
1) 当 $R = \infty$ ， R 相当于开路，如图a所示。

2) 当电流源值恒为零时，电流源相当于开路，如图b所示。

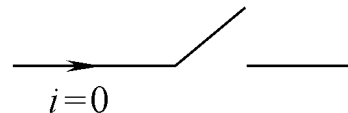
3) 理想开关元件可以看成特殊的电阻元件，当它断开时，电阻无穷大，电流为零，即开路，如图c所示。



a)



b)



c)



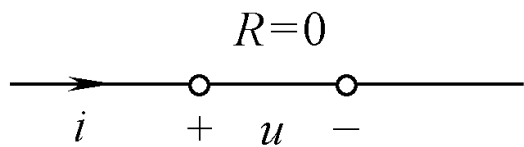
2. 短路

短路是指电路中两点间电压恒为零，与流过的电流无关。

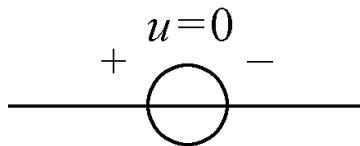
1) 当 $R = 0$ 时，其端电压恒为零，则电阻 R 相当于短路，如图a所示。

2) 当电压源的电压值恒为零时，与流过元件的电流无关，电压源相当于短路，如图b所示。

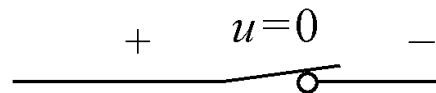
3) 当理想开关元件闭合时，电阻为零，电压为零，即短路，如图c所示。



a)



b)



c)



1.3 基尔霍夫定律

在电路分析中，各支路的电压和电流受到两类约束。一类是元件的特性具有的约束。另一类是对电路中各支路电压或各支路电流之间的约束，这类约束由基尔霍夫定律体现。

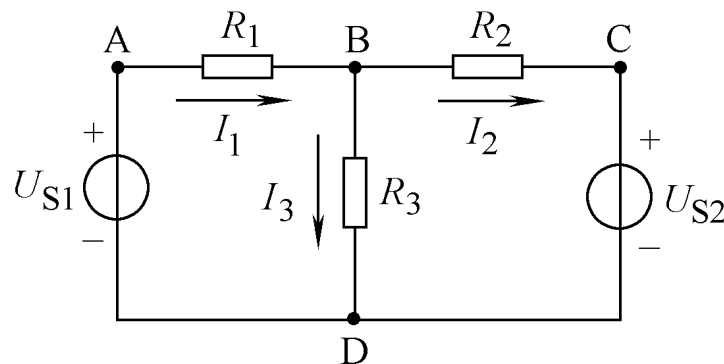
对各支路电流之间的约束有基尔霍夫电流定律，对各支路电压之间的约束有基尔霍夫电压定律，基尔霍夫定理与元件的性质无关。



1.3.1 支路、结点和回路

1. 支路

在电路分析中，把电路中没有分支的一段电路称为支路，支路中流过的电流称为支路电流。



2. 结点

电路中3条或3条以上支路的汇集点称为结点。

3. 回路

由支路构成的闭合路径称为回路。

如果回路中不包围其它支路，则称这样的回路为网孔。



1.3.2 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是集中电路的基本定律，它包括电流定律和电压定律。

1. 基尔霍夫电流定律 (KCL)

“在集中电路中，任何时刻，对任一结点，所有流出结点的支路电流代数和恒等于零”。

$$\sum i = 0$$

KCL也可以表述为：流出结点的支路电流等于流入该结点的支路电流，即

$$\sum i_{\text{出}} = \sum i_{\text{入}}$$

KCL还可以推广到封闭面：即任何时刻，流出封闭面的支路电流的代数和恒等于零。

2. 基尔霍夫电压定律 (KVL)

“在集中电路中，任何时刻，沿着任一回路，所有支路电压的代数和恒等于零”。

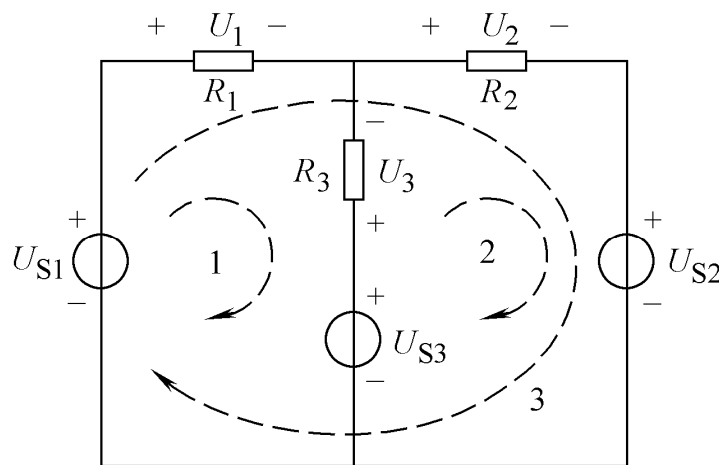
$$\sum u = 0$$

例1 试列出图示电路中所有KVL方程，并判断他们是否相互独立。

解 回路1 $U_1 - U_3 + U_{S3} - U_{S1} = 0$

回路2 $U_2 + U_{S2} - U_{S3} + U_3 = 0$

回路3 $U_1 + U_2 + U_{S2} - U_{S1} = 0$



上述3个回路电压方程可知，其中任何一个回路的电压方程都是其它2个回路的电压方程的线性运算。



例2 电路如图所示, 已知 $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 7\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, 电压 $U_1 = 10\text{V}$ 。试根据元件的特性和KCL、KVL求各支路电流和元件电压。

解 由欧姆定律得

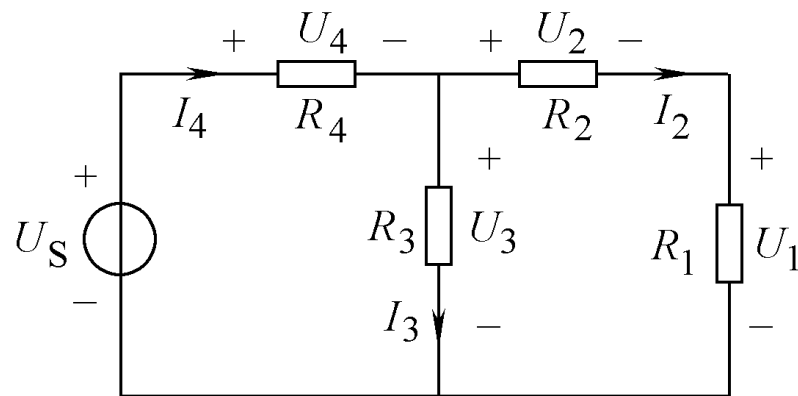
$$I_2 = \frac{U_1}{R_1} = \left(\frac{10}{2}\right)\text{A} = 5\text{A}$$

$$U_2 = R_2 I_2 = (5 \times 5)\text{V} = 25\text{V}$$

由KVL得 $U_3 = U_2 + U_1 = (25 + 10)\text{V} = 35\text{V}$

由欧姆定律得 $I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \left(\frac{35}{7}\right)\text{A} = 5\text{A}$

由KCL得 $I_4 = I_2 + I_3 = (5 + 5)\text{A} = 10\text{A}$



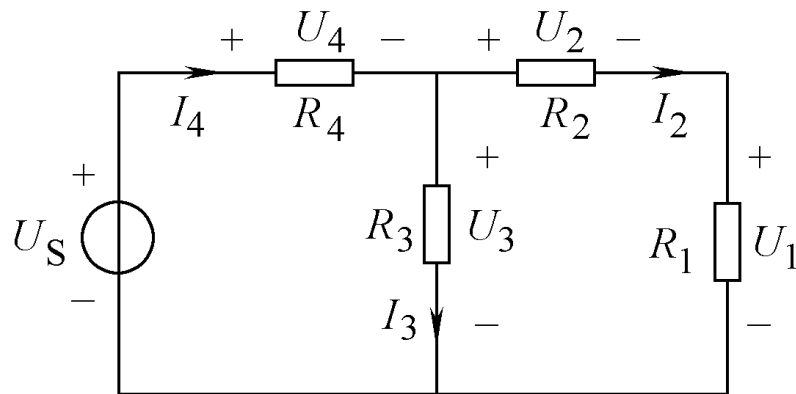


由欧姆定律得

$$U_4 = R_4 I_4 = (3 \times 10) \text{V} = 30 \text{V}$$

由KVL得

$$U_S = U_4 + U_3 = (30 + 35) \text{V} = 65 \text{V}$$



另外，电压源 U_S 电压值也可以通过另一条路径计算

$$U_S = U_4 + U_2 + U_1 = (30 + 25 + 10) \text{V} = 65 \text{V}$$

即KVL反映了任意两点间的电压计算与路径无关这一性质。

例3 电路如图所示，已知 $R_1 = R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, 电压 $U_{S1} = 10V$, $U_{S2} = 8V$, $I_S = 6A$ 。试求开路电压 U_{ab} 。

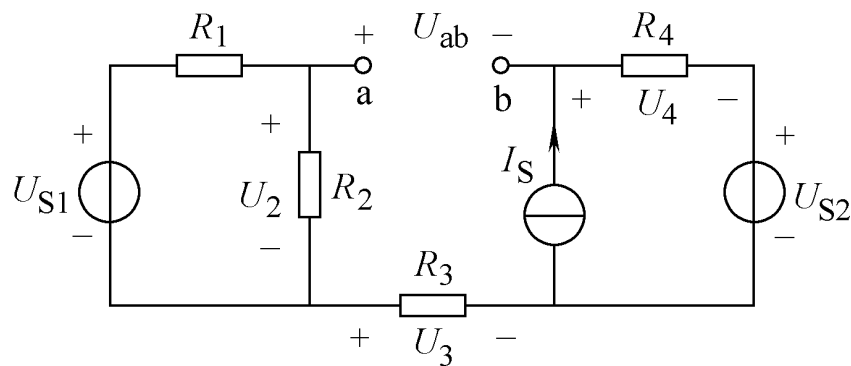
解

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2} \times R_2 \\ &= \left(\frac{10}{2+2} \times 2 \right) V = 5V \end{aligned}$$

$$U_3 = 0$$

$$U_4 = R_4 I_S = (3 \times 6)V = 18V$$

$$U_{ab} = U_2 - U_{S2} - U_4 = (5 - 8 - 18)V = -21V$$





例4 电路如图所示，已知 $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 12\Omega$, 电压 $U_S = 80V$ 。试求电压 U 、 U_2 、 U_3 。

解

$$\begin{cases} I_1 + 5I_1 - I_2 = 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 - U_S = 0 \end{cases}$$

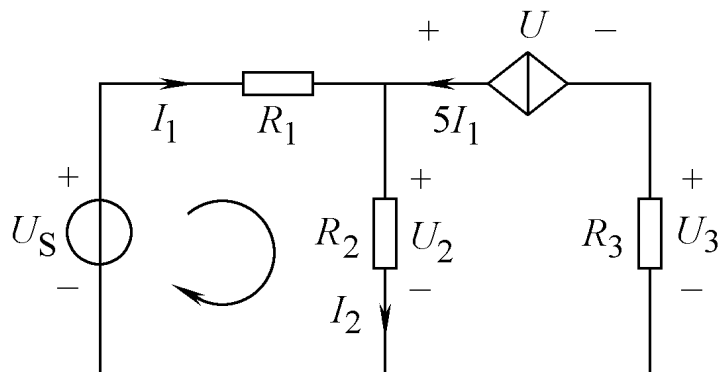
联立求解上两式得

$$I_1 = \frac{U_S}{R_1 + 6R_2} = \left(\frac{80}{10 + 6 \times 5} \right) A = 2A$$

$$U_2 = -R_1 I_1 + U_S = (-10 \times 2 + 80)V = 60V$$

$$U_3 = -R_3 \cdot (5I_1) = (-12 \times 5 \times 2)V = -120V$$

$$U = U_2 - U_3 = (60 + 120)V = 180V$$



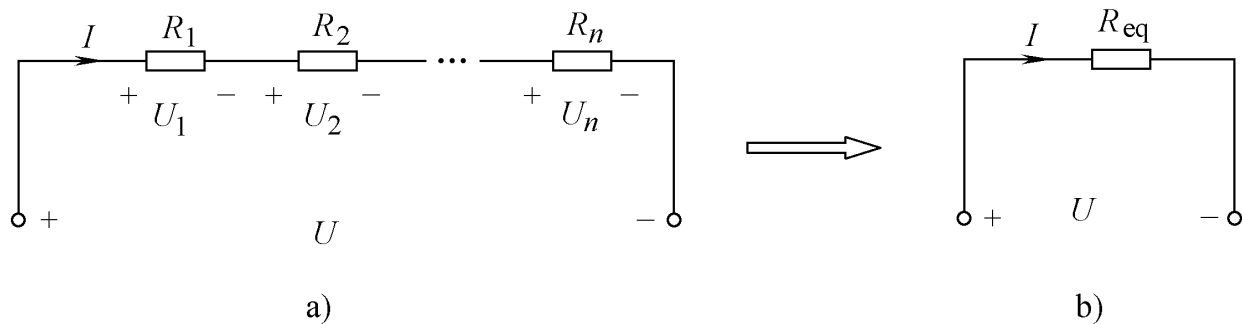


1.4 电阻电路的等效变换

1.4.1 电阻的串联、并联等效变换

1. 电阻的串联

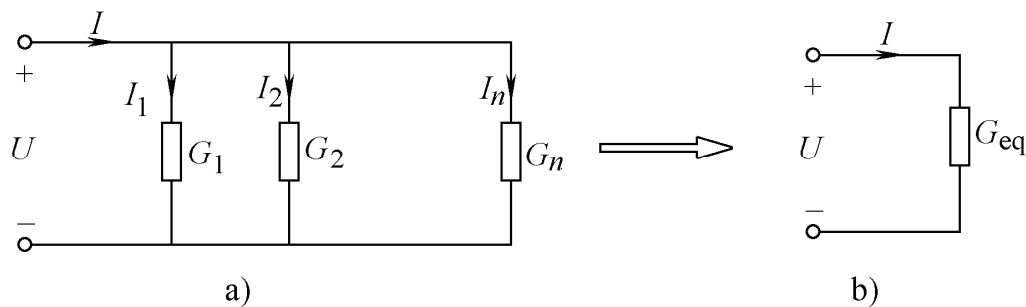
如果在电路中有 n 个电阻按顺序相联，使每个电阻中流过的电流是同一个电流，则称这 n 个电阻的连接方式为串联。



$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k$$

2. 电阻的并联

如果在电路中有 n 个电阻联接在两个公共的结点之间，使每个电阻的电压为同一个电压，则称这 n 个电阻的联接方式为并联。



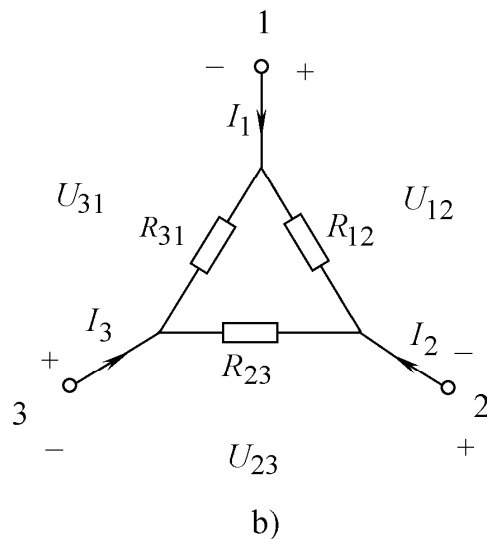
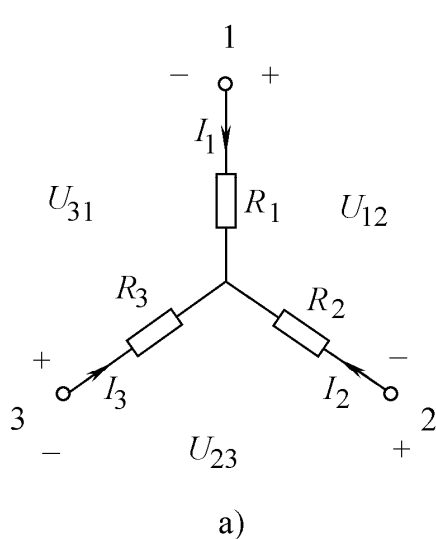
n 个电阻并联

等效电阻

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k$$



1.4.2 电阻的Y形联接和形联接的等效变换

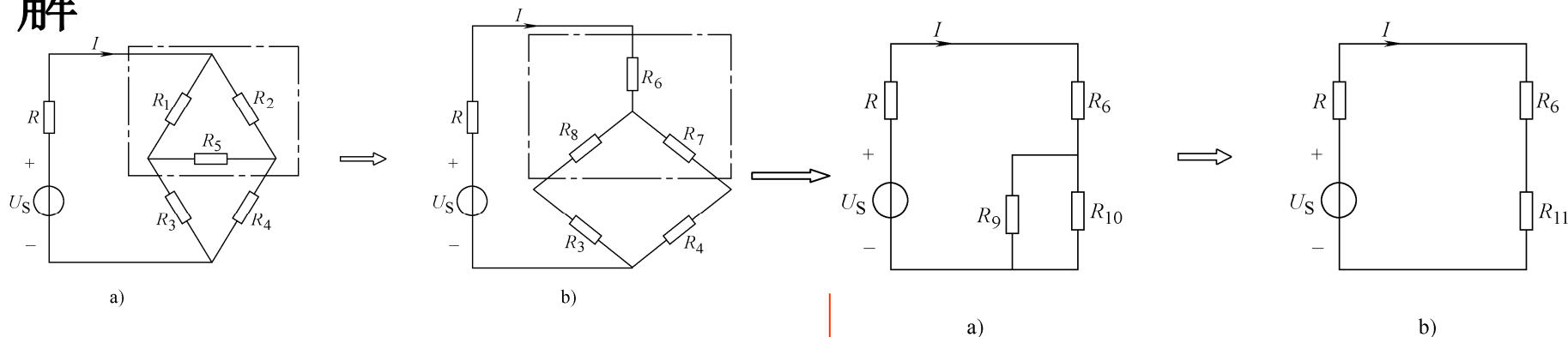


$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_1 + R_3 + \frac{R_3R_1}{R_2} \end{aligned} \right.$$



例1 电路如图a所示，已知 $R = 12.5\Omega$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 1.4\Omega$, $R_4 = 1\Omega$, $R_5 = 2\Omega$, $U_s = 30V$ 。试求电路中电流 I 。

解



$$\begin{cases} R_6 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \left(\frac{3 \times 5}{3 + 5 + 2} \right) \Omega = 1.5 \Omega \\ R_7 = \frac{R_5 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \left(\frac{2 \times 5}{3 + 5 + 2} \right) \Omega = 1 \Omega \\ R_8 = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \left(\frac{3 \times 2}{3 + 5 + 2} \right) \Omega = 0.6 \Omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_9 = R_8 + R_3 = (0.6 + 1.4) \Omega = 2 \Omega \\ R_{10} = R_7 + R_4 = (1 + 1) \Omega = 2 \Omega \\ R_{11} = 1 \Omega \end{cases}$$

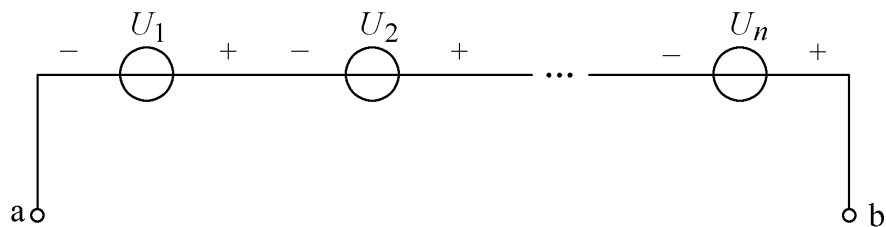
所以，电流 I 为

$$I = \frac{U_s}{R + R_6 + R_{11}} = \left(\frac{30}{12.5 + 1.5 + 1} \right) A = 2 A$$



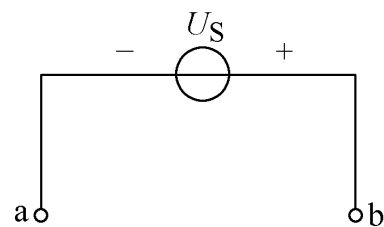
1.5 电源电路的等效变换

1.5.1 电压源串联电路的等效变换



a)

n 个电压源串联



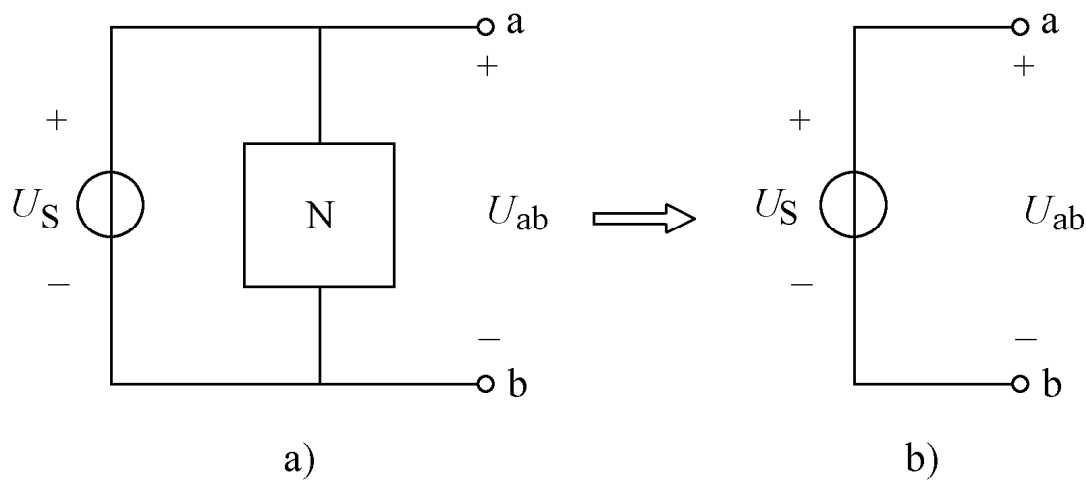
b)

等效电压源

$$U_S = U_1 + U_2 + \cdots + U_n = \sum_{k=1}^n U_k$$

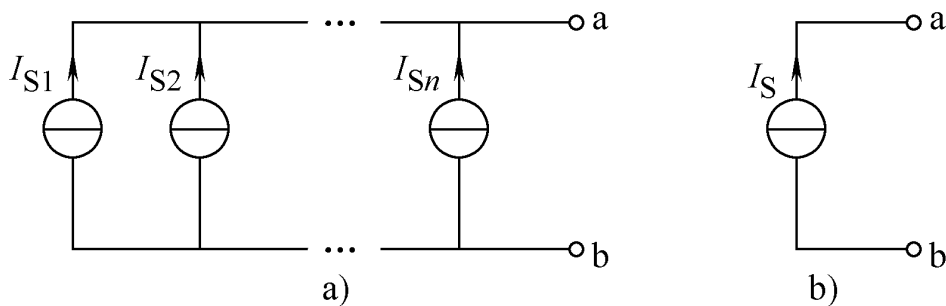
当图a中 U_k 的参考方向与图b中等效电压源 U_S 的参考方向一致时，式中 U_k 的前面取“+”号，否则，取“-”号。

在图a中，理想电压源 U_S 与任何二端网络N或任何元件（如果是理想电压源元件，应不违背KVL）并联，对a、b端外接电路可等效为一个理想电压源 U_S ，如图b所示。





1.5.2 电流源并联电路的等效变换

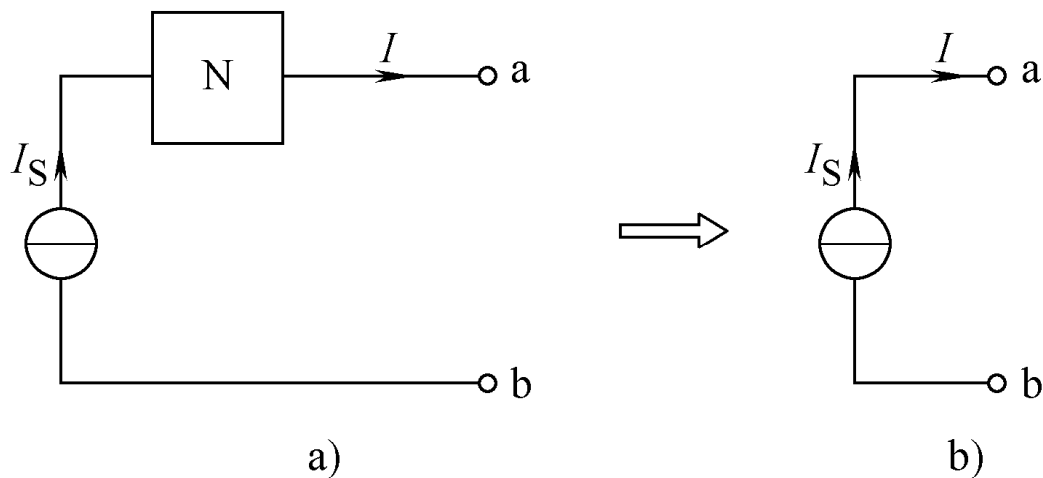


n 个电流源并联 等效电流源

$$I_S = I_{S1} + I_{S2} + \dots + I_{Sn} = \sum_{k=1}^n I_{Sk}$$

当图a中 I_{Sk} 的参考方向与图b中等效电压源 I_S 的参考方向一致时，式中 I_{Sk} 的前面取“+”号，否则，取“-”号。

在图a中，理想电流源 I_S 与任何二端网络N或任何元件（如果是理想电流源元件，应不违背KCL）串联，对a、b端外接电路可等效为一个理想电流源 I_S ，如图b所示。



1.6 电路中电位的计算

在电路分析中，可任选电路中某一点为参考点（称为参考电位，其参考电位值为零），其它各点相对参考点的电压称为各点的电位。

例1 电路如图a所示，已知： $U_{S1} = 5V$, $U_{S2} = 10V$, $U_{S3} = 6V$, $U_{S4} = 20V$, $R_1 = 16\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 6\Omega$ 。试求图示电路中A、B点的电位。

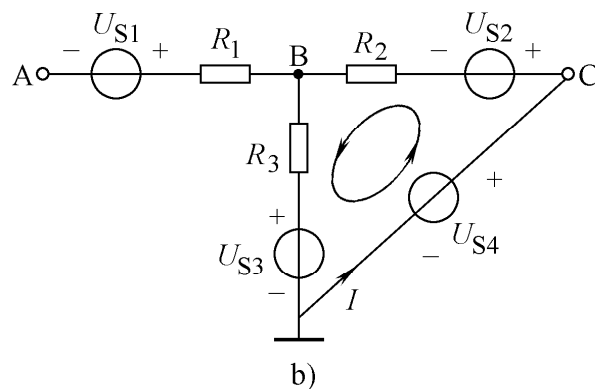
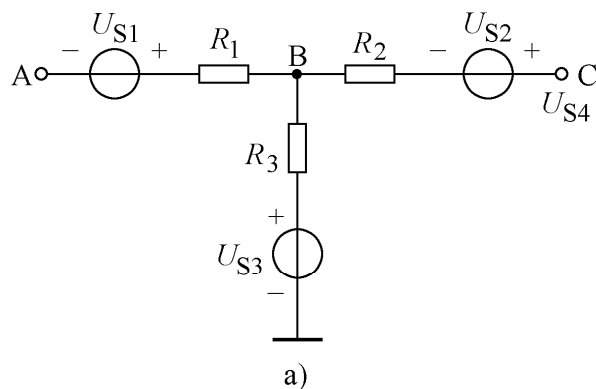
解

$$I = \frac{U_{S4} - U_{S2} - U_{S3}}{R_2 + R_3}$$

$$= \left(\frac{20 - 10 - 6}{4 + 6} \right) A = 0.4A$$

$$V_B = R_3 I + U_{S3}$$

$$= (6 \times 0.4 + 6)V = 8.4V$$



$$V_A = -U_{S1} + U_B$$

$$= (-5 + 8.4)V = 3.4V$$



小 结

一、基本概念

1. 线性电路的叠加性和齐次性

当线性电路中含有若干个输入信号同时作用时，其输出等于各个输入信号单独作用时产生的输出叠加，称为叠加性；设输入信号 x 产生的输出为 y ，则输入信号为 kx 时，所产生的输出为 ky ，称为齐次性。

2. 参考方向

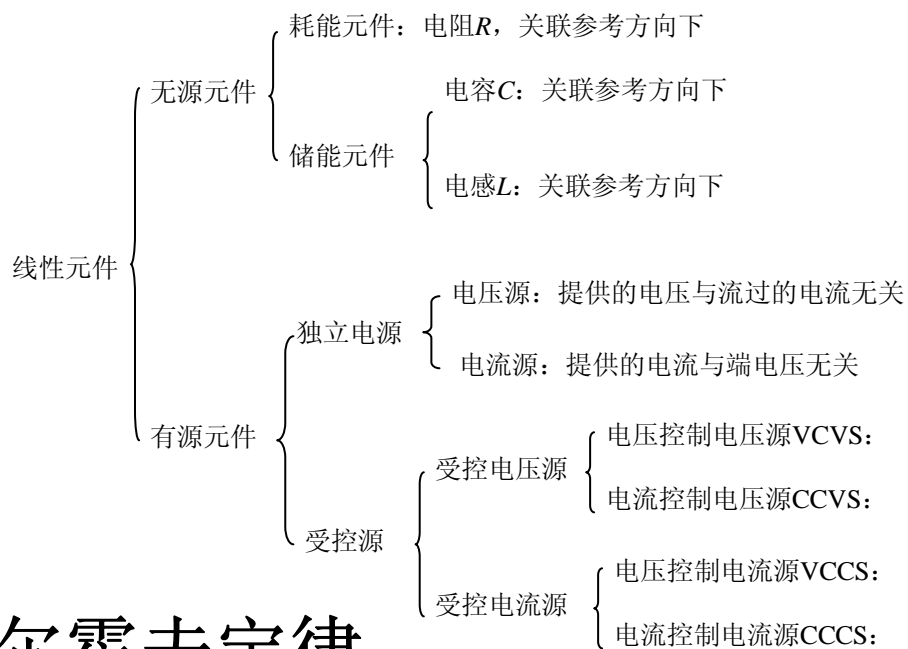
任意假设的电压、电流方向称为参考方向。参考方向的设定是电路分析计算的前题。

3. 等效变换

当电路中的某一部分用其等效电路替代时，未被替代部分（称为外电路）的电压与电流均保持不变，即“对外等效，对内不等效”。



二、基本元件



三、基尔霍夫定律

对电路结点有KCL： $\sum i = 0$

对电路回路有KVL： $\sum u = 0$

元件伏安特性是对元件本身的约束。基尔霍夫定律是对电路结点电流和回路电压的约束，与电路中的元件性质无关。



四、基本计算

1. 电阻串并联的等效计算

1) 电阻串联。 n 个电阻 R 串联可等效成一个电阻 R_{eq} 为

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k$$

2) 电阻并联。 n 个电阻 R 并联可等效成一个电导 G_{eq} 为

$$G_{\text{eq}} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k$$

3) 电阻电路的Y- Δ 变换。当Y型联接的3个电阻都等于 R_Y Δ 型联接的3个电阻都等于 R_Δ 时，Y- Δ 变换为

$$R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

2. 电源电路的等效计算

1) 电压源串联。 n 个电压源串联可等效成一个电压源

u_S 为

$$u_S = \sum_{k=1}^n u_k$$

2) 电流源并联。 n 个电流源并联可等效成一个电流源

i_S 为

$$i_S = \sum_{k=1}^n i_k$$



第2章 线性电路的分析方法

2.1 电源模型的等效变换法

2.2 支路电流法

2.3 结点电压法

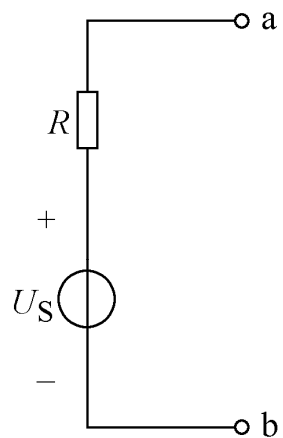
2.4 网孔电流法

2.5 叠加定理

2.6 戴维南定理与诺顿定理

2.7 最大功率传输定理

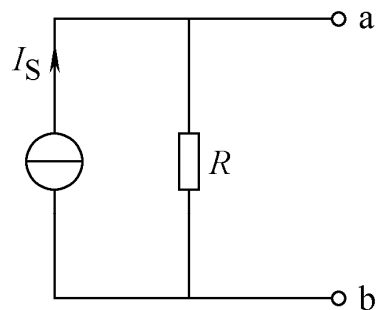
2.1 电源模型的等效变换法



a)

电压源模型

$$I_S = \frac{U_S}{R}$$
$$U_S = RI_S$$

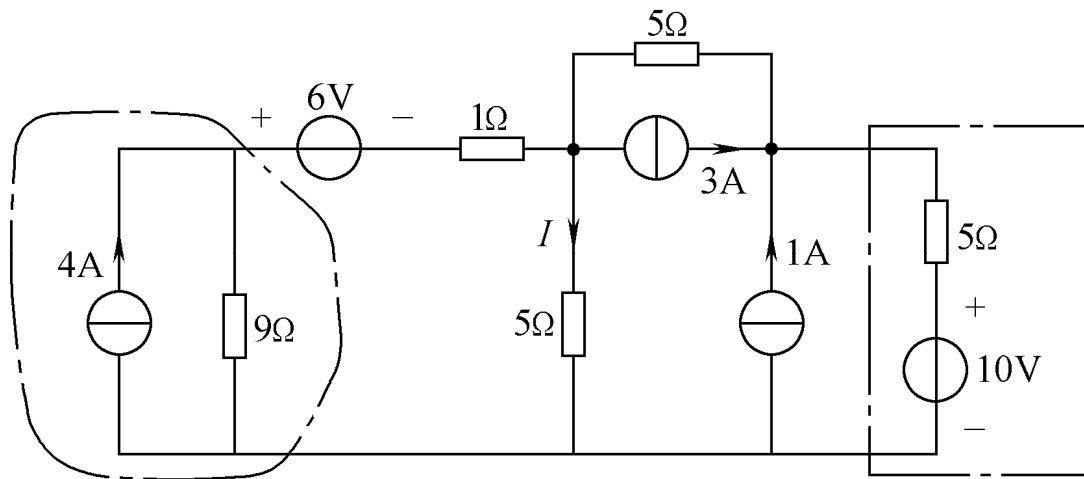


b)

电流源模型

实际电源的两种模型

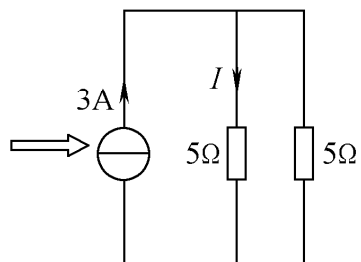
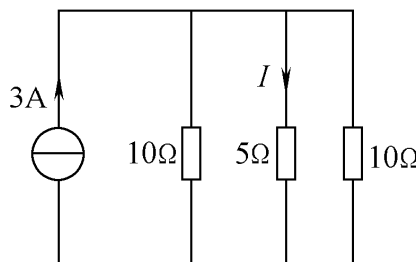
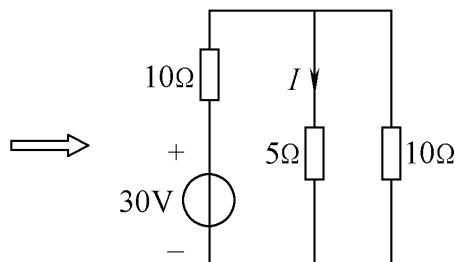
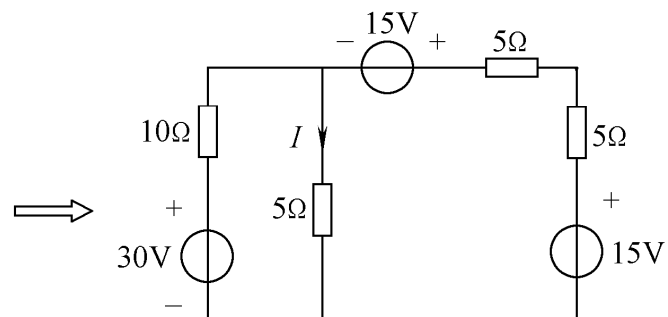
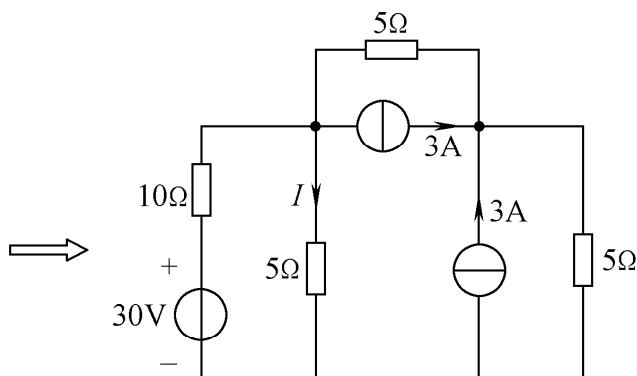
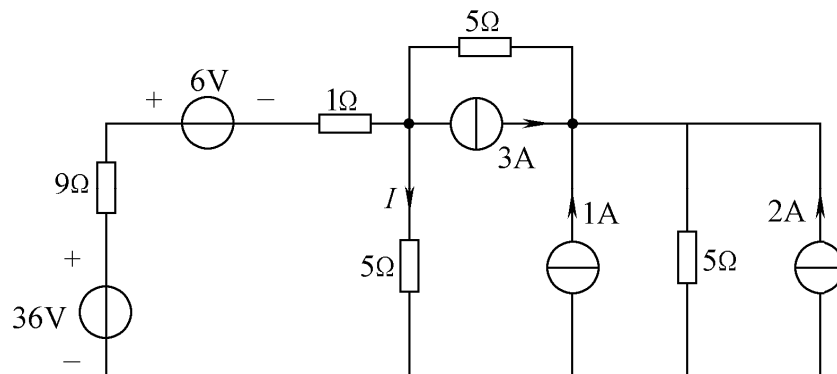
例2-1 试用电源等效变换法求图电路中的电流 I 。



解



由图 2-4 等效为



解得

$$I = 1.5\text{A}$$

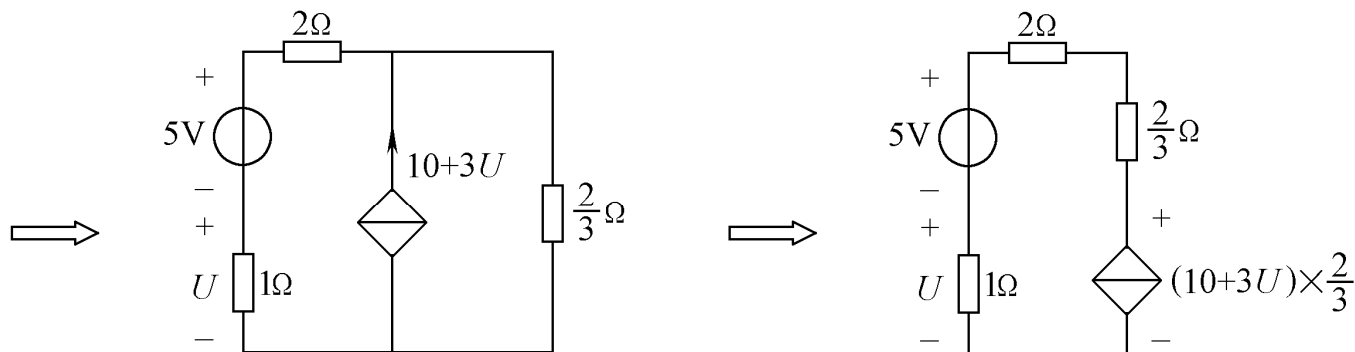
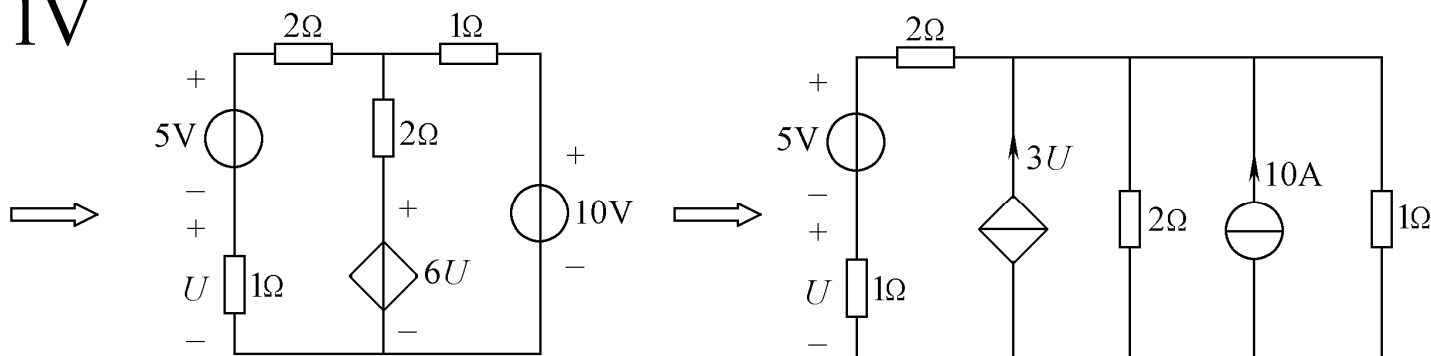
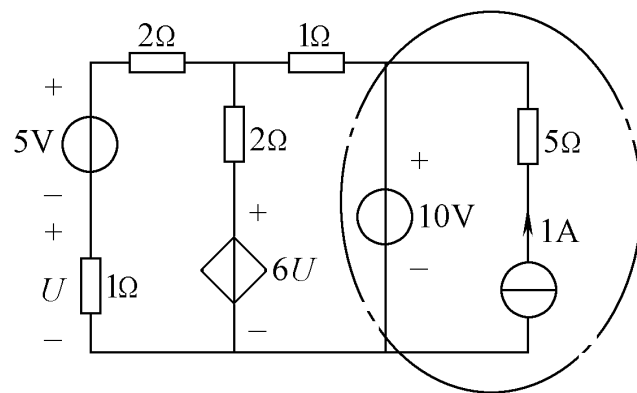
例2-2 试用电源等效变换法求图电路中的电压 U 。

解

$$U = \frac{(10 + 3U) \cdot \frac{2}{3} - 5}{3 + \frac{2}{3}} \times 1$$

解得

$$U = 1V$$





2.2 支路电流法

以支路电流为求解变量，根据基尔霍夫定律，对电路列出KCL、KVL代数方程组，直接解出各支路电流的方法。

支路电流法应用时，需注意以下几点：

1) 一般电路具有 b 个未知变量和 n 个结点，则可列出 $(n-1)$ 个独立KCL方程， $(b-n+1)$ 个KVL方程。

2) 在列KVL方程时，尽可能选择不含电流源的回路。

。



解题步骤:

- 1) 在电路图中标出各未知支路电流的参考方向和变量。
- 2) 根据KCL列出结点电流独立方程。
- 3) 根据KVL列出回路电压独立方程。
- 4) 联立求解方程组。
- 5) 由解得的各支路电流分析电路中其它待求量。

例2-3 试用支路电流法列出求解图电路中各支路电流的方程组。

解 由KCL列方程

结点① $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

结点② $I_2 - I_S - I_4 = 0$

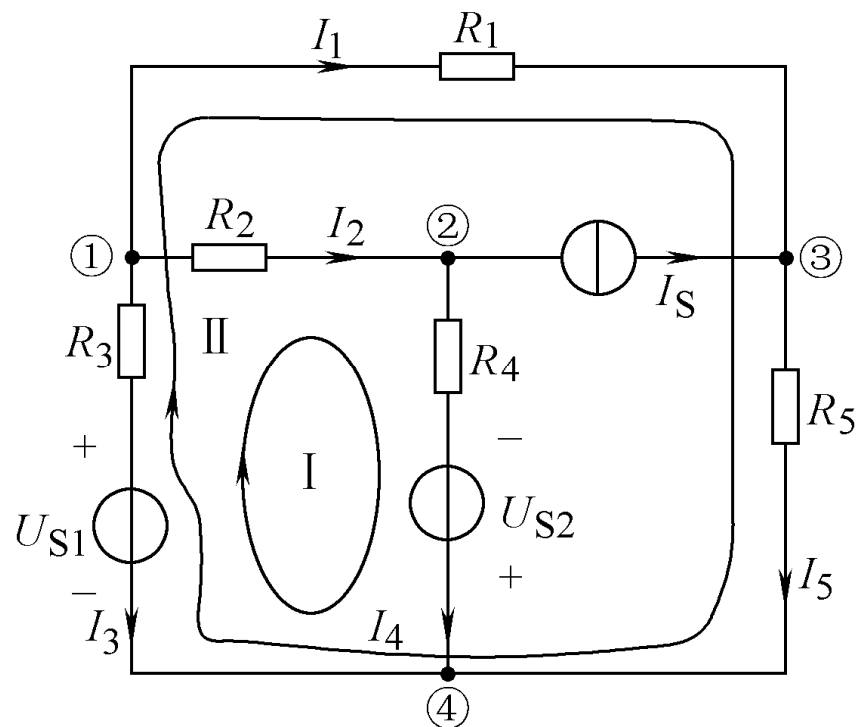
结点③ $I_S + I_1 - I_5 = 0$

由KVL列方程

回路I

$$R_2 I_2 + R_4 I_4 - U_{S2} - U_{S1} - R_3 I_3 = 0$$

回路II $R_1 I_1 + R_5 I_5 - U_{S1} - R_3 I_3 = 0$





2.3 结点电压法

以结点电压为求解变量，根据基尔霍夫定律，对电路结点列KCL代数方程组，直接解出各结点电压的方法。

注意以下几点：

1) 结点电压是相对参考结点而言的。即：在电路中任意选择某一结点为参考结点（零电位点），其它结点与此参考结点之间的电压称为结点电压。

2) 结点电压的参考方向定义为，参考结点为零电位点，其它各结点电压极性相对参考结点而言为“正”极性。

3) 结点方程中的变量是结点电压，但方程式是KCL结点电流方程。



结点电压法分析电路的一般解题步骤:

- 1) 在电路图中任意选择一个结点为参考结点（即零电位点），并同时标明其它各结点的电压变量；
- 2) 根据KCL列出各结点电流方程；
- 3) 联立求解出各结点电压；
- 4) 用结点电压分析其它电路变量。

例2-5 试用结点电压法列出求解图电路中各结点电压的方程组。

解

结点①

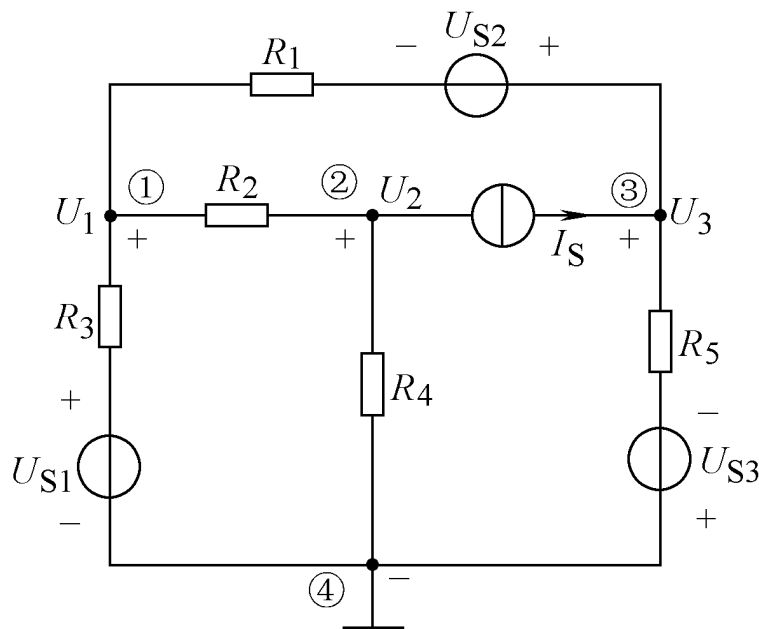
$$\frac{U_1 - U_{S1}}{R_3} + \frac{U_1 - U_2}{R_2} + \frac{U_1 - U_3 + U_{S2}}{R_1} = 0$$

结点②

$$\frac{U_2 - U_1}{R_2} + \frac{U_2}{R_4} + I_S = 0$$

结点③

$$\frac{U_3 - U_1 - U_{S2}}{R_1} - I_S + \frac{U_3 + U_{S3}}{R_5} = 0$$



例2-6 在图所示电路中, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1\Omega$, $U_{S1} = 4V$, $I_S = 3A$, 用结点电压法求各支路电流。

解结点①

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U_1 - \frac{1}{R_2} U_2 - \frac{1}{R_3} U_3 = \frac{U_{S1}}{R_1}$$

结点②

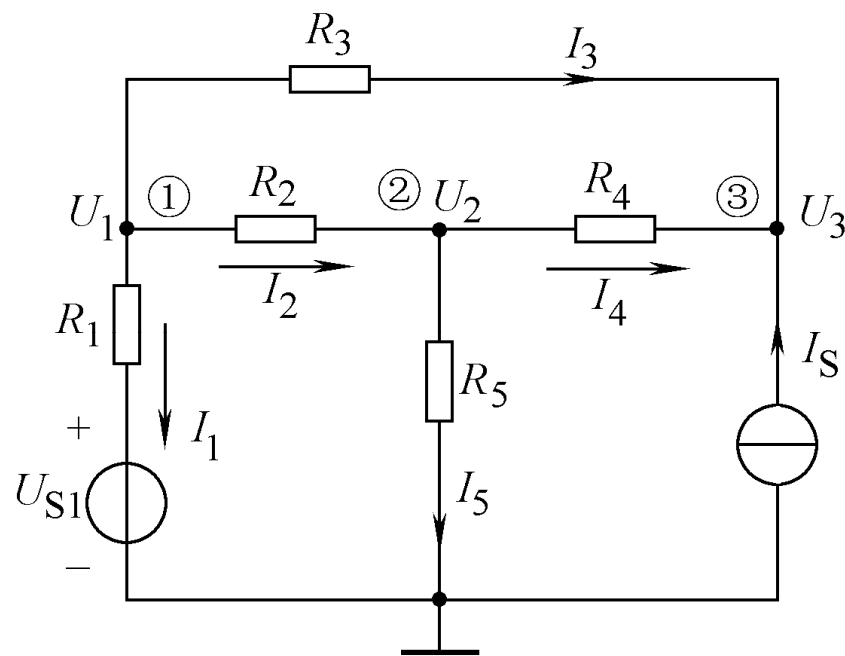
$$-\frac{1}{R_2} U_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) U_2 - \frac{1}{R_4} U_3 = 0$$

结点③

$$-\frac{1}{R_3} U_1 - \frac{1}{R_4} U_2 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) U_3 = I_S$$

解联立方程组, 得

$$\begin{cases} U_1 = 4V \\ U_2 = 3V \\ U_3 = 5V \end{cases}$$



解

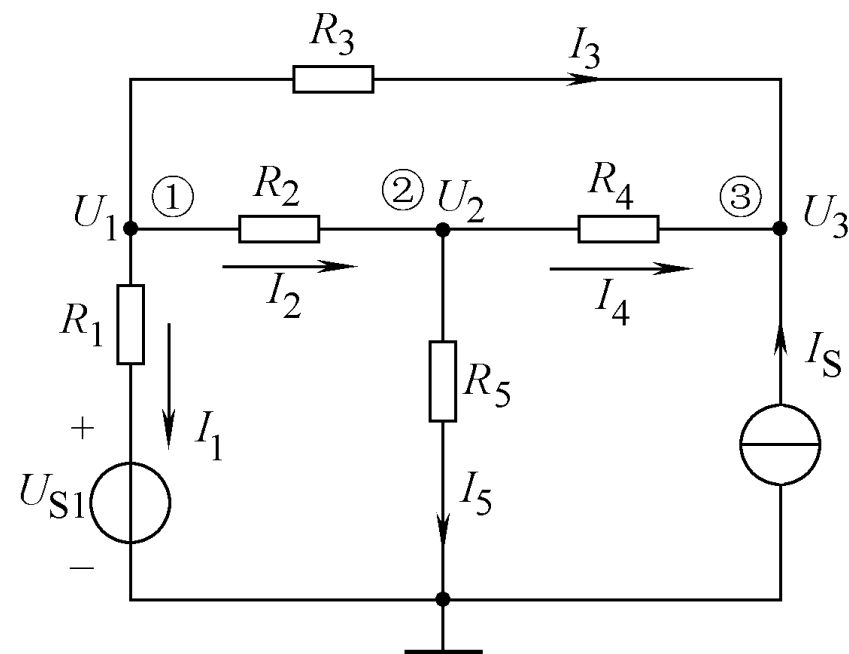
$$\begin{cases} U_1 = 4\text{V} \\ U_2 = 3\text{V} \\ U_3 = 5\text{V} \end{cases}$$

则各支路电流为

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{S1}}{R_1} = 0 \quad \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_1 - U_2}{R_2} = \left(\frac{4 - 3}{1} \right) \text{A} = 1 \quad \text{A}$$

$$I_3 = \frac{U_1 - U_3}{R_3} = \left(\frac{4 - 5}{1} \right) \text{A} = -1 \quad \text{A}$$



$$I_4 = \frac{U_2 - U_3}{R_4} = \left(\frac{3 - 5}{1} \right) \text{A} = -2 \quad \text{A}$$

$$I_5 = \frac{U_2}{R_5} = 3 \quad \text{A}$$

例2-7 电路如图所示。试用结点电压法求电压 U 。

解 方法1

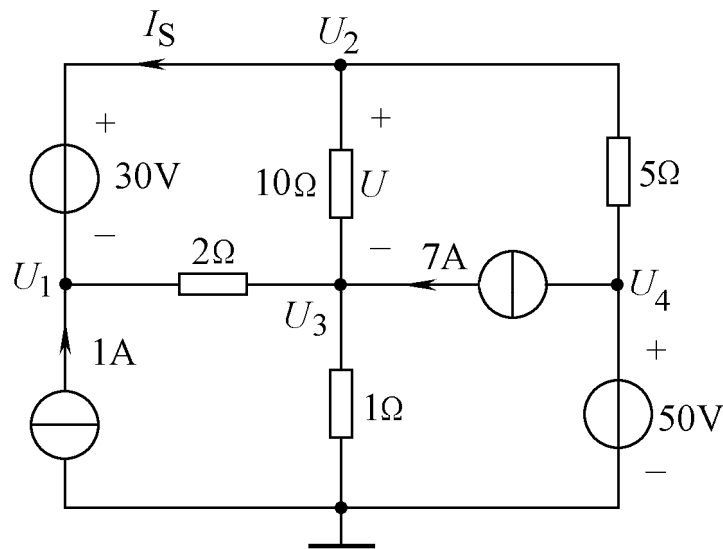
$$\begin{cases} \frac{1}{2}U_1 - \frac{1}{2}U_3 = 1 + I_S \\ (\frac{1}{10} + \frac{1}{5})U_2 - \frac{1}{10}U_3 - \frac{1}{5} \times U_4 = -I_S \\ (\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 1)U_3 - \frac{1}{2}U_1 - \frac{1}{10}U_2 = 7 \end{cases}$$

辅助方程 $U_2 - U_1 = 30V$

解得 $U_2 = 40V$

$U_1 = U_3 = 10V$

$U = U_2 - U_3 = 30V$



方法2:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 1\right)U_3 - \frac{1}{2}U_1 - \frac{1}{10}U_2 = 7$$

广义结点

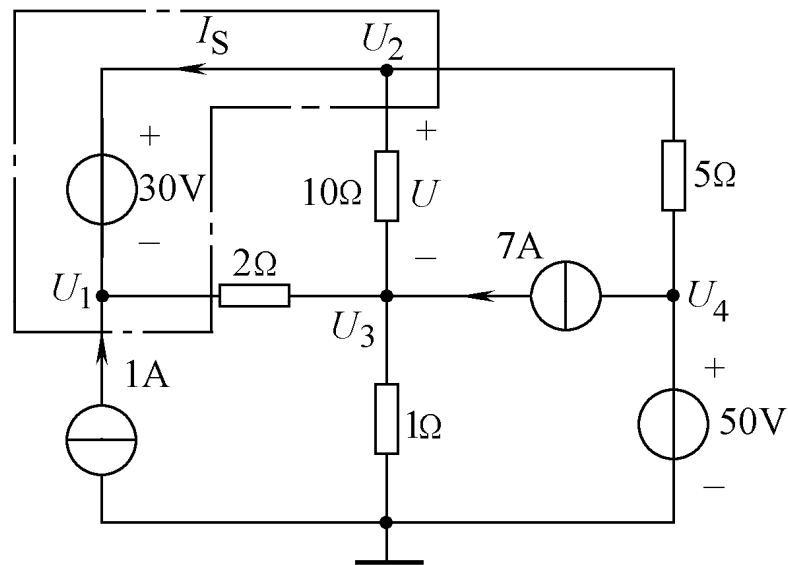
$$-1 + \frac{U_1 - U_3}{2} + \frac{U_2 - U_3}{10} + \frac{U_2 - 50}{5} = 0$$

辅助方程

$$U_2 - U_1 = 30$$

解联立方程组得

$$\begin{cases} U_1 = U_3 = 10\text{V} \\ U_2 = 40\text{V} \\ U = U_2 - U_3 = 30\text{V} \end{cases}$$





2.4 网孔电流法

以网孔电流为求解变量，根据基尔霍夫定律，对网孔建立KVL代数方程组，解出网孔电流的分析方法。

网孔电流法应用时，需注意以下几点：

- ① 网孔电流是一个假设的电流变量。即假想有一个沿网孔各支路构成的闭合路径环流的电流。
- ② 由于网孔电流流入一个节点必从该节点流出，所以网孔电流自动满足KCL方程。
- ③ 当某一支路为两网孔公共支路时，其支路电流为有关网孔电流的代数和。
- ④ 网孔电流法只适用于平面电路。

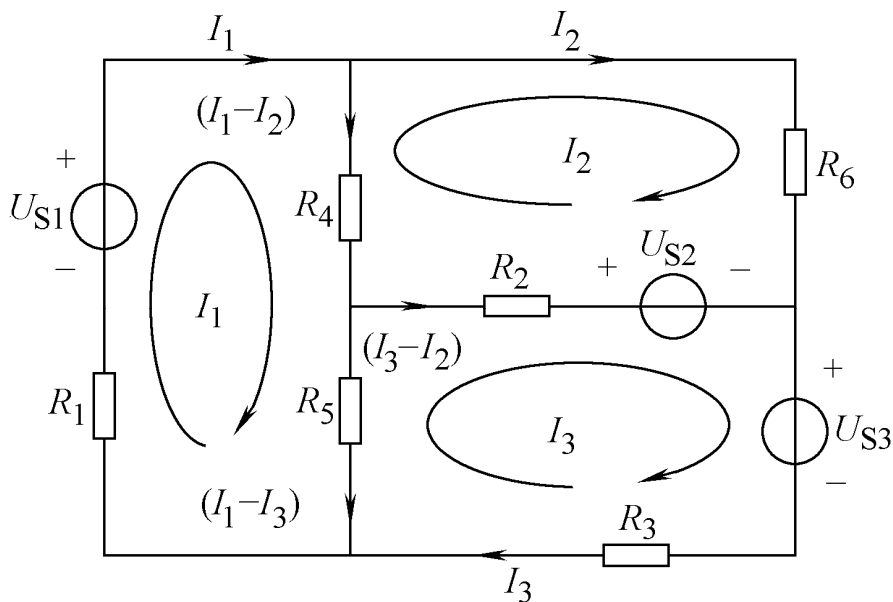


网孔电流法分析电路的一般解题步骤:

- 1) 选网孔电流为变量，在电路图中标明变量及参考方向。
- 2) 根据KVL列出网孔电压方程。
- 3) 联立求解方程组，解出网孔电流。
- 4) 利用网孔电流求解其它电路变量。

例2-9 电路如图所示。试列网孔电流法方程。

解



I_1 网孔

$$R_1 I_1 - U_{S1} + R_4 (I_1 - I_2) + R_5 (I_1 - I_3) = 0$$

I_2 网孔

$$R_4 (I_2 - I_1) + R_6 I_2 - U_{S2} + R_2 (I_2 - I_3) = 0$$

I_3 网孔

$$R_5 (I_3 - I_1) + R_2 (I_3 - I_2) + U_{S2} + U_{S3} + R_3 I_3 = 0$$

例2-10 电路如图所示。试用网孔电流法求电路中的各网孔电流和电阻上的电压 U_3 。

解 广义网孔

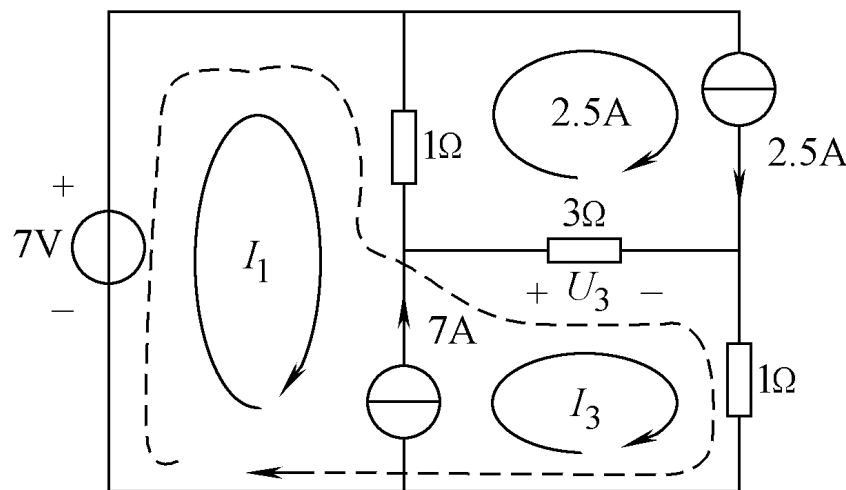
$$-7 + 1 \times (I_1 - 2.5) + 3 \times (I_3 - 2.5) + 1 \times I_3 = 0$$

辅助方程 $I_3 - I_1 = 7$

解得

$$I_1 = -2.2\text{A}, \quad I_3 = 4.8\text{A}$$

$$U_3 = 3 \times (I_3 - I_2) = 6.9\text{V}$$



2.5 叠加定理

在任何含有多个独立电源的线性网络中，任一支路中的响应电流（或电压）等于网络中各个独立电源单独作用时在该支路产生的电流（或电压）的代数和。

叠加定理应用时，需注意以下几点：

- 1) 叠加定理不适用于非线性电路。
- 2) 功率计算不能使用叠加定理，因为功率不是电压或电流的一次函数。
- 3) “不作用”的独立电源置为零值。当电压源置为零值时，用短路代替；电流源置为零值时，用开路代替。
- 4) 受控源应保留在各叠加电路中。



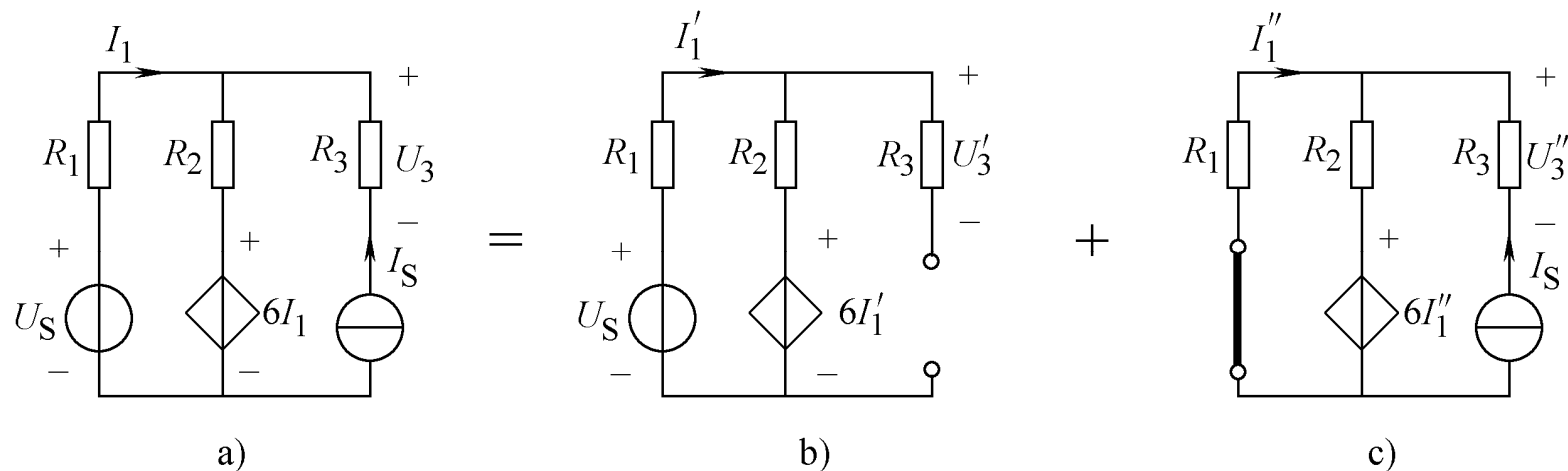
叠加定理分析电路的一般解题步骤:

- 1) 画出各个独立电源单独作用时的叠加电路图。
- 2) 计算各叠加电路图中待求变量。
- 3) 叠加。



例2-11 试用叠加定理求图a中的电压 U_3 和电流 I_1 。已知

$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, U_S = 24V, I_S = 6A。$$



解 U_S 单独作用

I_S 单独作用

(1) 画叠加电路图b、c

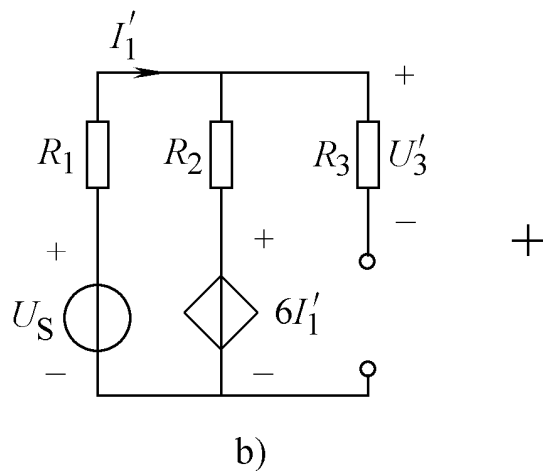
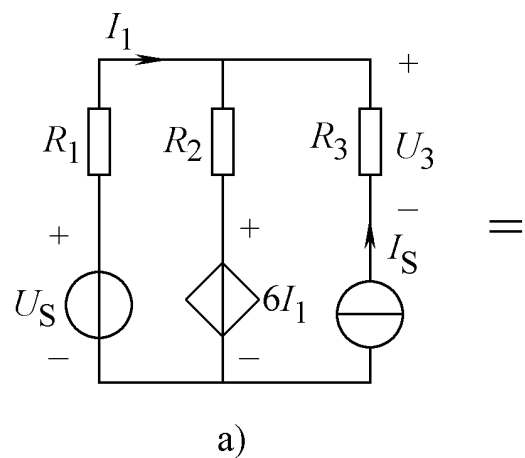
(2) 计算待求变量 $(R_1 + R_2)I'_1 + 6I'_1 - U_S = 0$

得

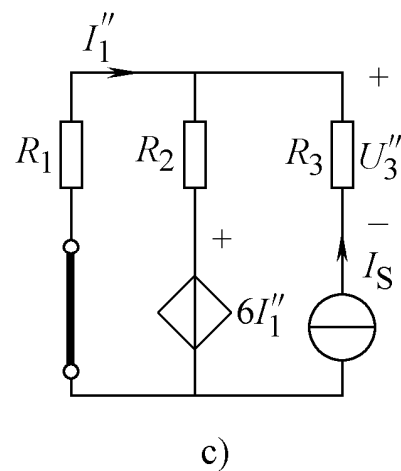
$$\begin{cases} I'_1 = \frac{U_S}{R_1 + R_2 + 6} = \frac{24}{4 + 2 + 6} = 2A \\ U'_3 = 0 \end{cases}$$

$$U''_3 = -R_3 I_S = -18V$$

$$(R_1 + R_2)I''_1 + 6I''_1 + 2I_S = 0$$



U_S 单独作用



I_S 单独作用

解

$$I'_1 = 2\text{A} \quad U'_3 = 0$$

$$U''_3 = -R_3 I_S = -18\text{V}$$

$$(R_1 + R_2)I''_1 + 6I''_1 + 2I_S = 0$$

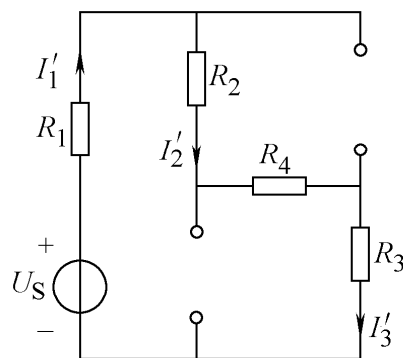
$$I''_1 = -\frac{2I_S}{R_1 + R_2 + 6} = \left(-\frac{2 \times 6}{4 + 2 + 6}\right)\text{A} = -1\text{A}$$

(3) 叠加

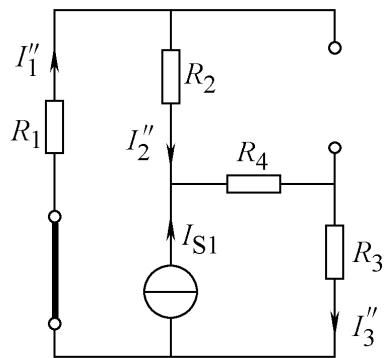
$$\begin{cases} I_1 = I'_1 + I''_1 = (2 - 1)\text{A} = 1\text{A} \\ U_3 = U'_3 + U''_3 = -18\text{V} \end{cases}$$

例2-12 已知 $R_1 = 3\Omega$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega$, $U_S = 16V$, $I_{S1} = 8A$, $I_{S2} = 4A$ 。试用叠加定理求图中的电流 I_1 、 I_2 、 I_3 ，并计算各元件的功率。

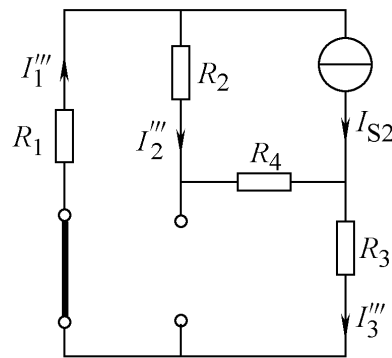
解



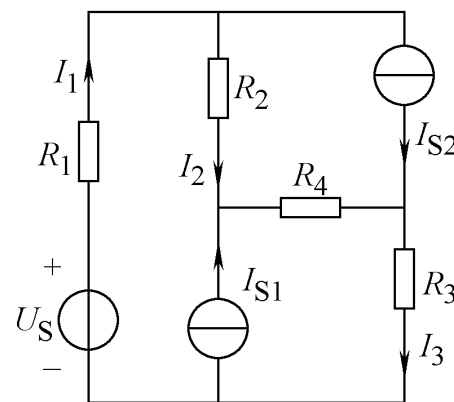
a)



b)



c)



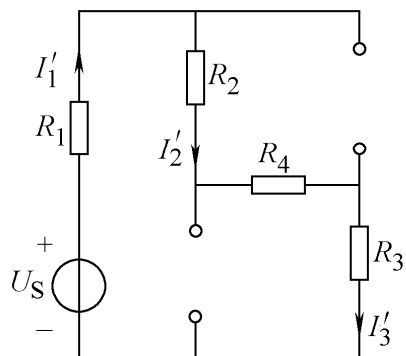
1. 计算电流 I_1 、 I_2 、 I_3

(1) 画叠加电路图，如图a、b、c所示。

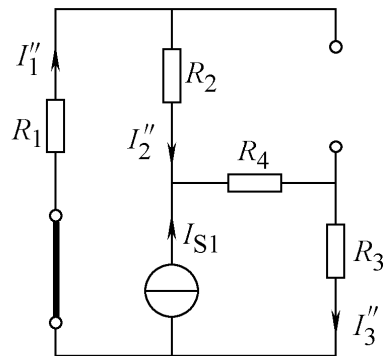
(2) 计算叠加图中各待求变量



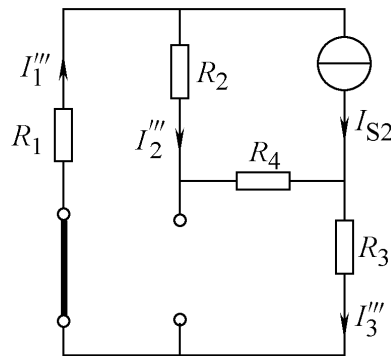
解



a)



b)



c)

1. 计算电流 I_1 、 I_2 、 I_3

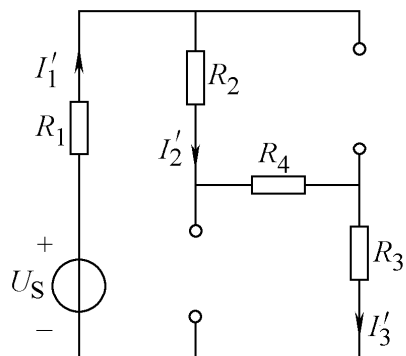
$$I'_1 = I'_2 = I'_3 = \frac{U_S}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{16}{8} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$I''_3 = \frac{(R_3 + R_4) \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot I_{S1} \cdot \frac{1}{R_3 + R_4} = \frac{16}{8} \times 8 \times \frac{1}{4} \text{ A} = 4 \text{ A}$$

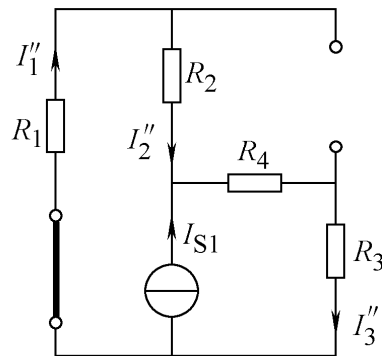
$$I''_1 = I''_2 = -I_{S1} + I''_3 = (-8 + 4) \text{ A} = -4 \text{ A}$$



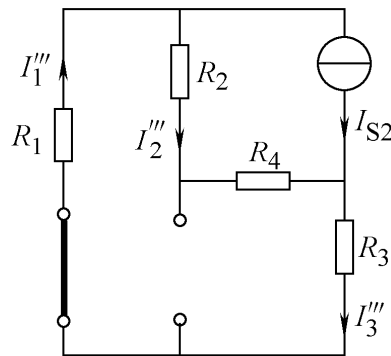
解



a)



b)



c)

1. 计算电流 I_1 、 I_2 、 I_3

$$I'_1 = I'_2 = I'_3 = 2\text{A}$$

$$I''_3 = 4\text{A}$$

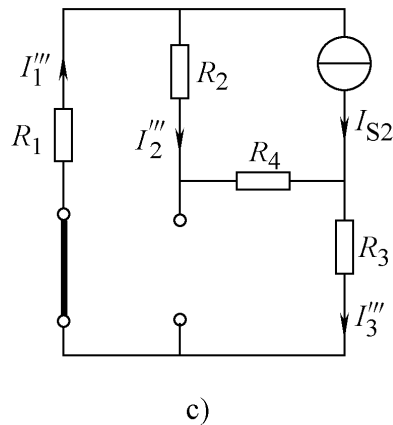
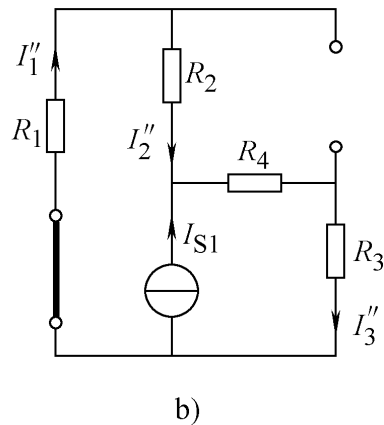
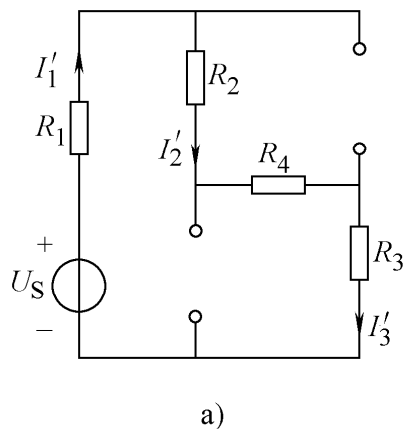
$$I''_1 = I''_2 = -4\text{A}$$

$$I'''_1 = I'''_3 = \frac{(R_3 + R_1) \cdot (R_4 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot I_{S2} \cdot \frac{1}{R_3 + R_1} = \frac{16}{8} \times 4 \times \frac{1}{4} \text{A} = 2\text{A}$$

$$I'''_2 = -I_{S2} + I'''_1 = (-4 + 2)\text{A} = -2\text{A}$$

(3) 叠加

解



1. 计算电流 I_1 、 I_2 、 I_3

$$I'_1 = I'_2 = I'_3 = 2A \quad I''_3 = 4A \quad I''_1 = I''_2 = -4A \quad I'''_1 = I'''_3 = 2A \quad I'''_2 = -2A$$

(3) 叠加

$$\begin{cases} I_1 = I'_1 + I''_1 + I'''_1 = (2 - 4 + 2)A = 0 \\ I_2 = I'_2 + I''_2 + I'''_2 = (2 - 4 - 2)A = -4A \\ I_3 = I'_3 + I''_3 + I'''_3 = (2 + 4 + 2)A = 8A \end{cases}$$

2. 功率计算

电压源提供的功率

$$P_U = U_S I_1 = 0W$$



解

$$I_1 = 0 \quad I_2 = -4\text{A} \quad I_3 = 8\text{A}$$

2. 功率计算

电压源提供的功率 $P_U = U_S I_1 = 0\text{W}$

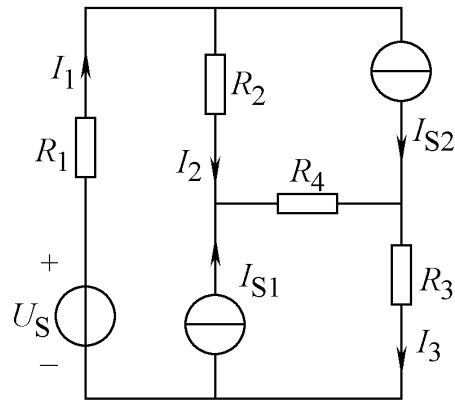
电流源提供的功率

$$P_{I1} = I_{S1} \cdot [R_4(I_2 + I_{S1}) + R_3 I_3] = 8 \times [2 \times 4 + 2 \times 8]\text{W} = 192\text{W}$$

$$P_{I2} = -I_{S2} \cdot [R_2 I_2 + R_4(I_2 + I_{S1})] = -4 \times [2 \times (-4) + 2 \times 4]\text{W} = 0\text{W}$$

电阻消耗的功率

$$\begin{aligned} P_R &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 (I_2 + I_{S1})^2 \\ &= (2 \times 4^2 + 2 \times 8^2 + 2 \times 4^2)\text{W} = 192\text{W} \end{aligned}$$



例2-13 图示电路中，已知： $U_{S3}=U_{S4}$ ，当开关S合在A点时， $I=2A$ ，S合在B点时， $I=-2A$ 。试用叠加定理求开关S合在C点时的电流 I 。

解

当S合在A点时，电压源 U_{S1} 、 U_{S2} 共同作用，得

$$I' = 2A$$

当S合在B点时，电压源 U_{S1} 、 U_{S2} 、 U_{S3} 共同作用，得

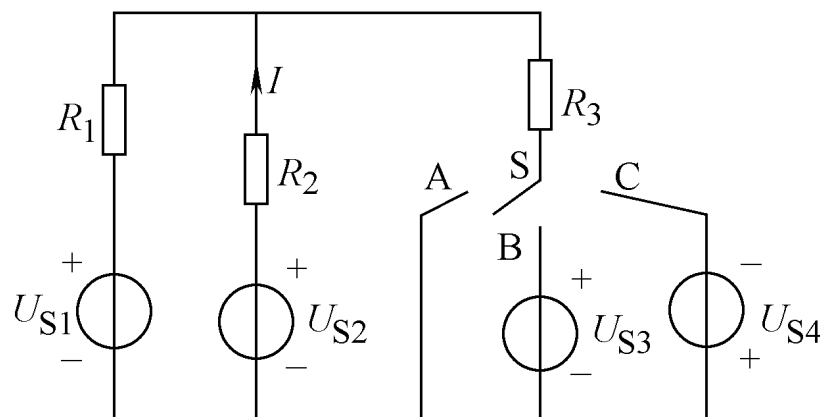
$$I = -2A$$

根据叠加定理，得电压源 U_{S3} 单独作用时的电流

$$I'' = I - I' = -2 - 2 = -4A$$

因为 $U_{S3}=U_{S4}$ ，则电压源 U_{S4} 单独作用时的电流为

$$I''' = -I'' = 4A$$



解

当S合在A点时，电压源 U_{S1} 、 U_{S2} 共同作用，得

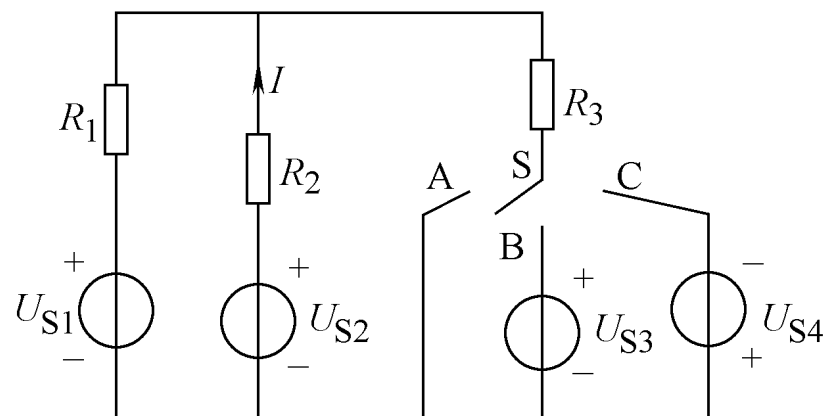
$$I' = 2A$$

因为 $U_{S3}=U_{S4}$ ，则电压源 U_{S4} 单独作用时的电流为

$$I''' = -I'' = 4A$$

所以，当开关S合在C点时，电压源 U_{S1} 、 U_{S2} 、 U_{S4} 共同作用，其得电流 I 为

$$I = I' + I''' = 6A$$





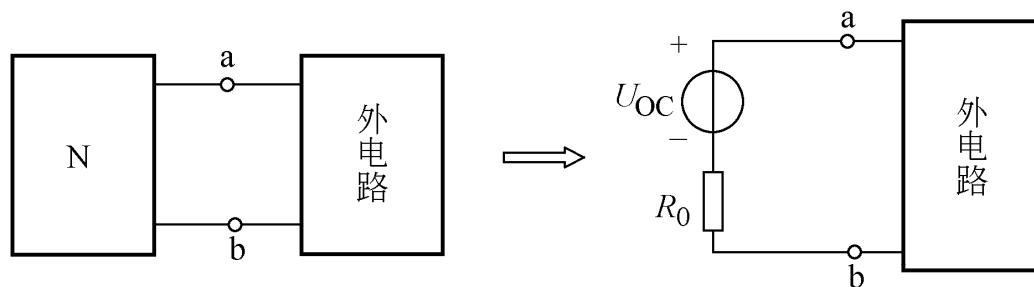
2.6 戴维南定理与诺顿定理

戴维南定理与诺顿定理在电路分析中占有极其重要的地位。这两个定理的分析对象是二端网络。所谓二端网络是指对外具有两个端钮的网络，又称单口网络或一端口网络。



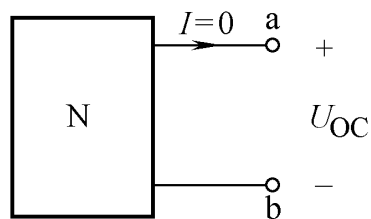
2.6.1 戴维南定理

任何一个线性有源二端网络 N ，对外电路来说，总可以用一个电压源和电阻串联组合等效代替，该电压源等于二端网络 N 的开路电压，电阻等于二端网络 N 中全部独立电源置零后端口处的输入电阻。

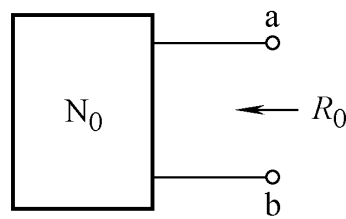


a)

b)



c)



d)



戴维南定理应用时，需注意以下几点：

- 1) 电压源 U_{OC} 与电阻 R_0 串联电路称为戴维南等效电路，其电阻 R_0 可为戴维南等效电阻。
- 2) 戴维南等效电路替代二端网络 N ，只对外电路等效。
- 3) 电压源 U_{OC} 大小、方向由二端网络 N 的开路电压所决定。
- 4) 无源二端网络 N_0 是令有源二端网络 N 中的全部独立电源为零而得到的网络 N_0 。
- 5) 计算电阻 R_0 时，如果二端网络 N 中含有受控源，可用以下二种方法来求解：

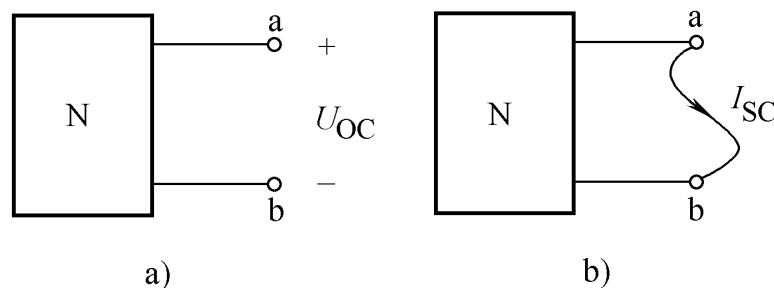


戴维南定理应用时，需注意以下几点：

5) 计算电阻 R_0 时，如果二端网络 N 中含有受控源，可用以下二种方法来求解：

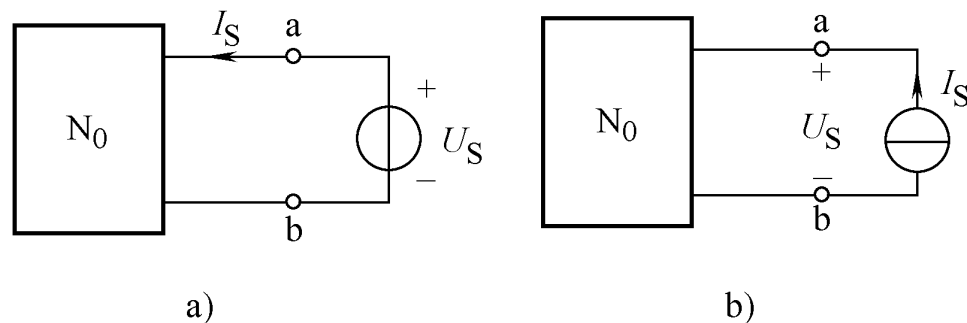
方法一，用端口的开路电压与短路电流之比来求解（称为开短路法）；

$$R_0 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}}$$



方法二，可在无源二端网络 N_0 端口外加电源，用端口的电压与电流之比来求解（称为外加电源法）。

$$R_0 = \frac{U_S}{I_S}$$





戴维南定理分析电路的一般解题步骤:

1) 将“外电路”从待求解电路中移去, 形成二端网络 N 。根据二端网络 N 电路图, 分析计算戴维南开路电压。

在电路分析中, 一般“外电路”指的是含有待求量的支路(或元件、或部分电路)。

2) 令二端网络 N 中所有的独立电源为零, 并画出其电路图。计算无源二端网络 N_0 的戴维南等效电阻。

3) 画出二端网络 N 的戴维南等效电路, 并与移去的外接电路联接, 分析计算待求量。

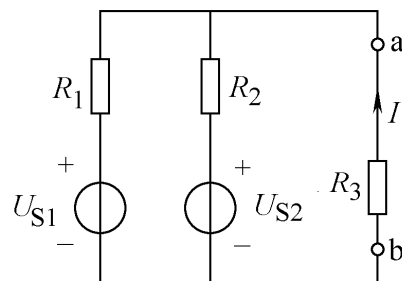


例2-14 电路如图所示，已知： $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 5\Omega$,

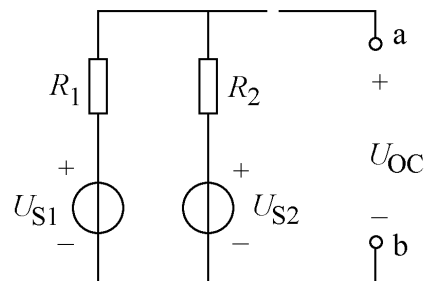
$U_{S1} = 6V$, $U_{S2} = 30V$ 。试用戴维南定理求电流 I 。

解 (1) 求开路电压 U_{OC}

$$U_{OC} = \frac{U_{S1} - U_{S2}}{R_1 + R_2} \times R_2 + U_{S2} = 14V$$



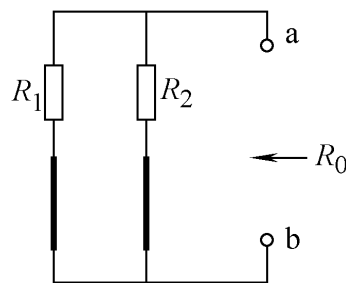
a)



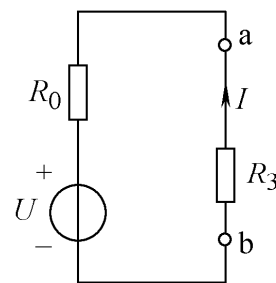
b)

(2) 求等效电阻 R_0

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \left(\frac{3 \times 6}{3 + 6} \right) \Omega = 2 \Omega$$



c)



d)

(3) 用戴维南等效电路计算待求量 I

$$I = \frac{-U_{OC}}{R_0 + R_3} = \left(-\frac{14}{2 + 5} \right) A = -2A$$



例2-15 电路如图a所示，已知： $R_1 = 4\ \Omega$ ， $R_2 = 6\ \Omega$ ， $R_3 = 12\ \Omega$ ， $R = 7\ \Omega$ ， $I_S = 3\text{A}$ ， $U_{S1} = 9\text{V}$ ， $U_{S2} = 45\text{V}$ 。试用戴维南定理求电流 I 。

解 (1) 求开路电压 U_{OC}

由图c得

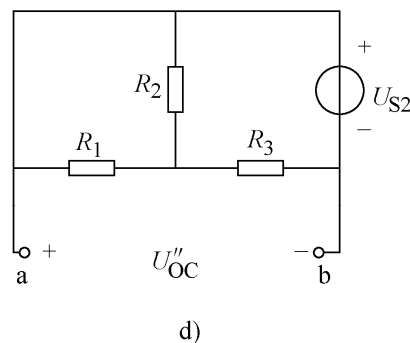
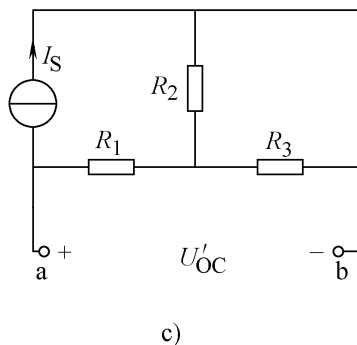
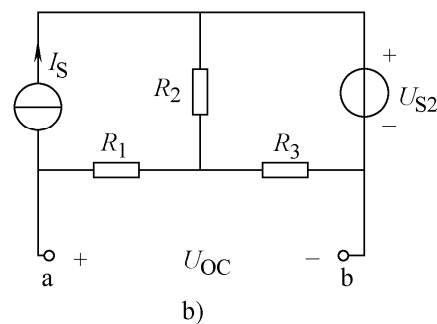
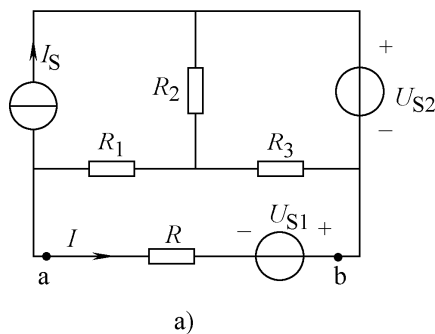
$$U'_{OC} = -(R_2 // R_3 + R_1)I_S = -24\text{V}$$

由图d得

$$U''_{OC} = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_3} \times R_3 = 30\text{V}$$

叠加得

$$U_{OC} = U'_{OC} + U''_{OC} = 6\text{V}$$



解 (1) 求开路电压 U_{OC}

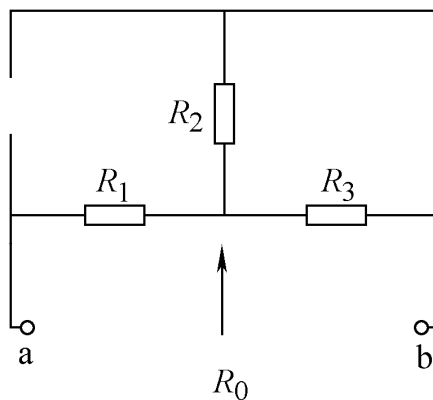
$$U_{OC} = 6 \text{ V}$$

(2) 求等效电阻 R_0

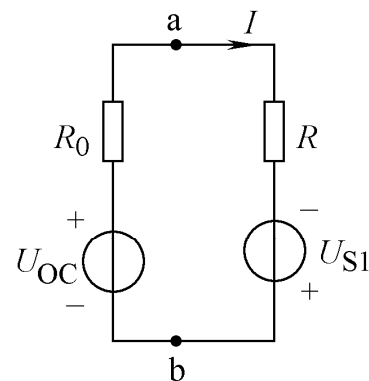
$$R_0 = R_1 + R_2 // R_3 = 8 \Omega$$

(3) 用戴维南等效电路计算待求量电流 I

$$I = \frac{U_{OC} + U_{S1}}{R_0 + R} = \left(-\frac{6 + 9}{8 + 7} \right) \text{ A} = 1 \text{ A}$$

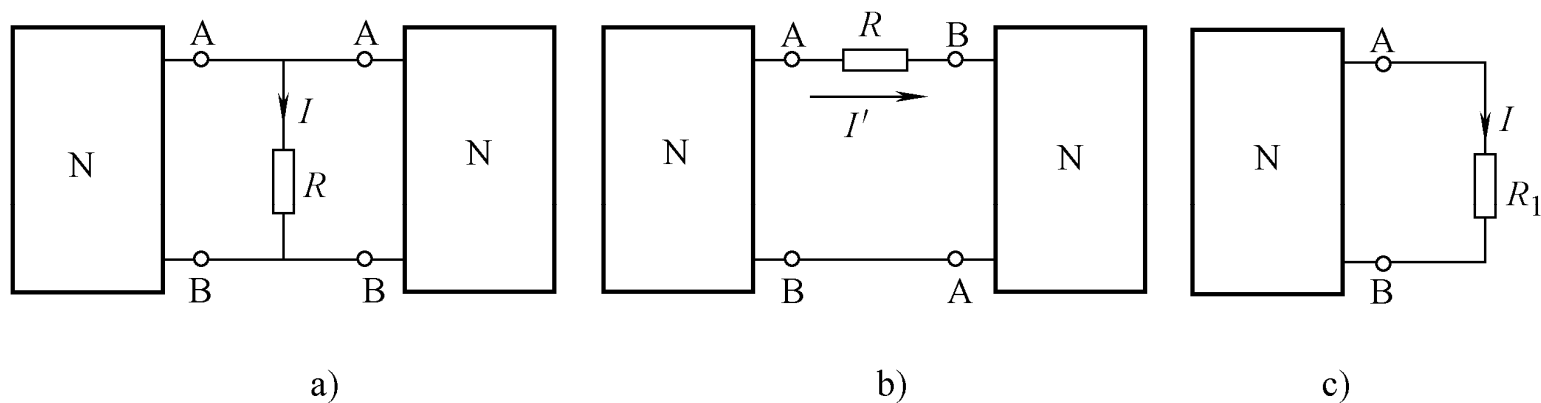


a)



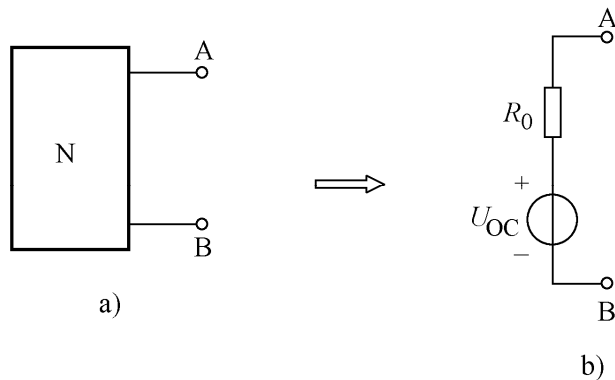
b)

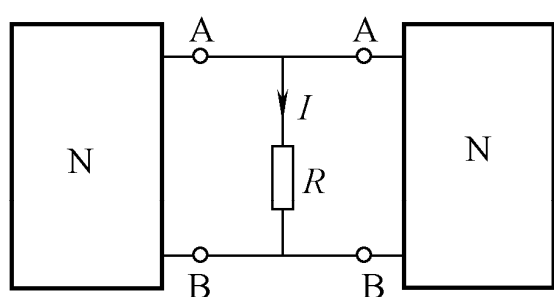
例2-16 图示电路的二端网络N是有源网络，若将两个完全相同的有源二端网络N连接成图a时，测得电流 $I = 2\text{A}$ ；连接如图b时，测得 $I' = 2\text{A}$ 。已知： $R_1 = 6\Omega$ ， $R = 4\Omega$ 。试求图c中的电流 I 。



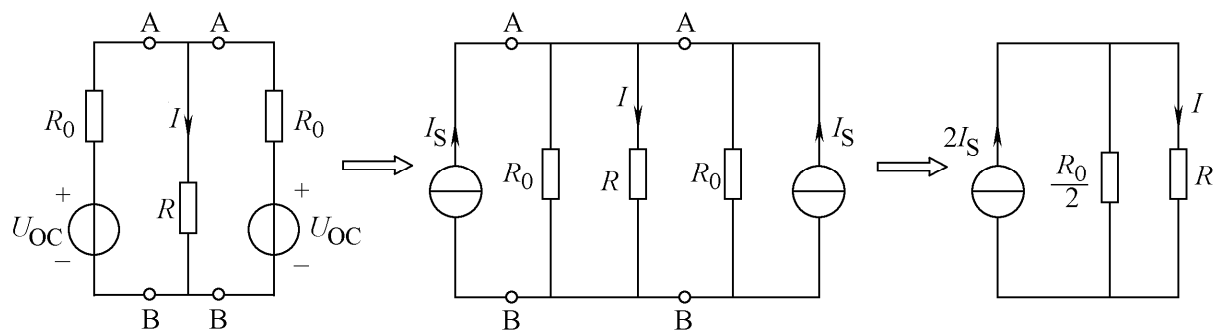
解

设：有源二端网络N的等效电路为戴维南等效电路为





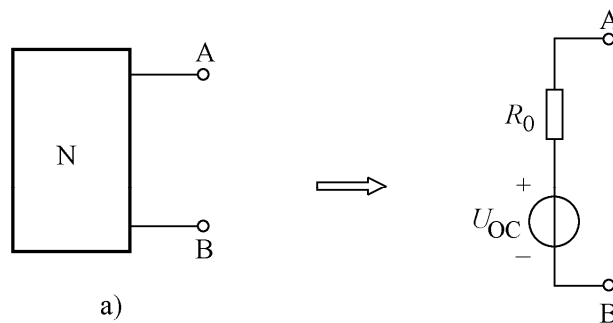
a)



由a图可简化得

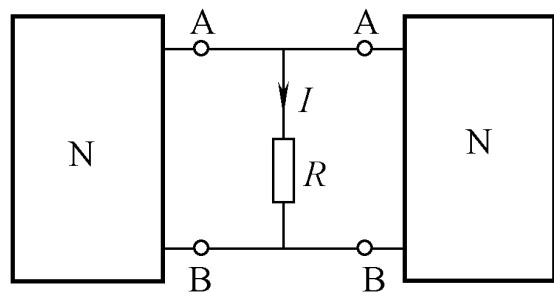
解

设：有源二端网络N的等效电路为戴维南等效电路为

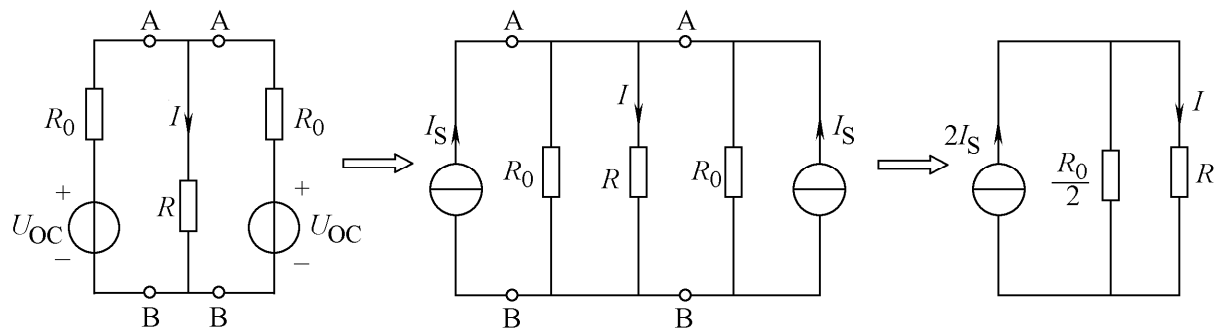


a)

b)



a)



由a图可简化得

解

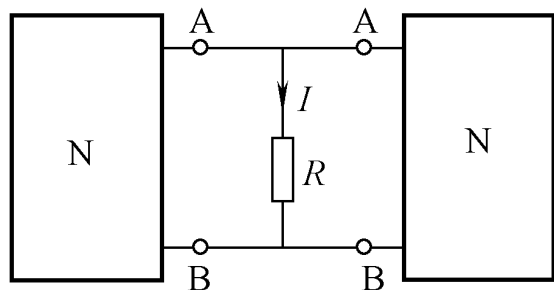
由可简化为

$$I_S = \frac{U_{OC}}{R_0}$$

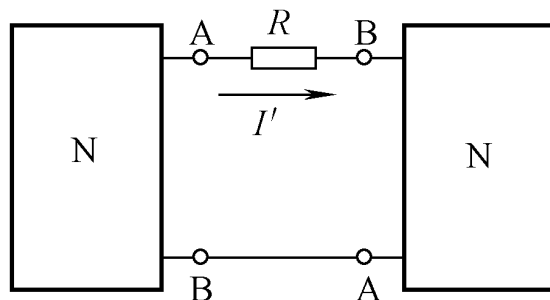
$$I = \frac{\frac{R_0}{2}}{\frac{R_0}{2} + R} \times 2I_S = 2A$$

得

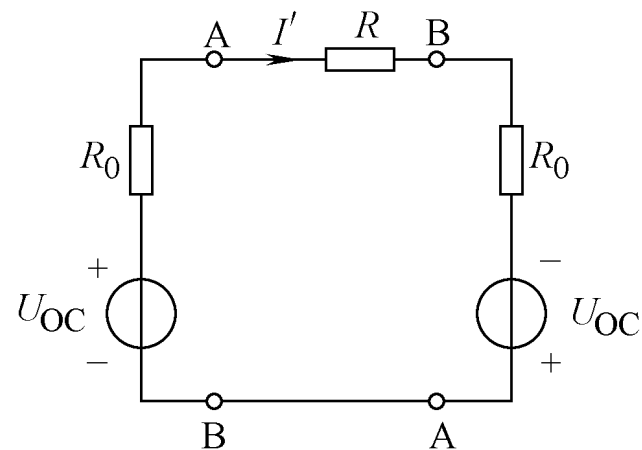
$$\frac{U_{OC}}{R_0 + 8} = 1$$



a)



b)



由b图可简化得

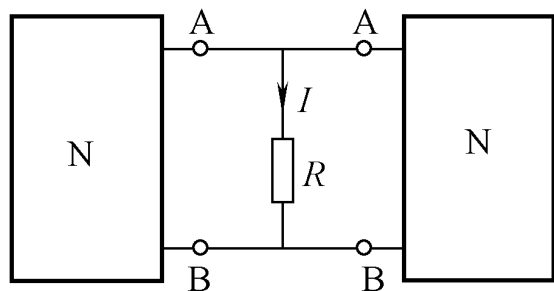
解

$$\frac{U_{oc}}{R_0 + 8} = 1$$

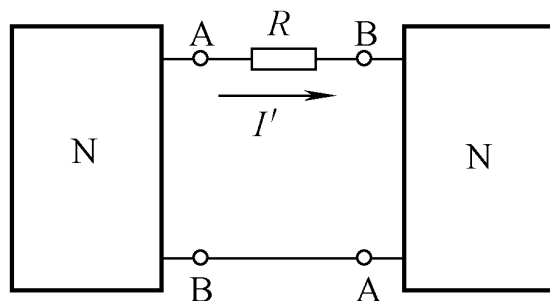
得

$$I' = \frac{2U_{oc}}{2R_0 + R} = 2A$$

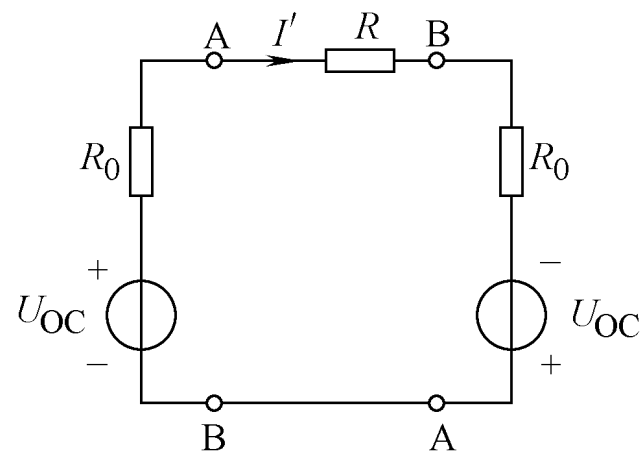
$$\frac{U_{oc}}{2R_0 + 4} = 1$$



a)



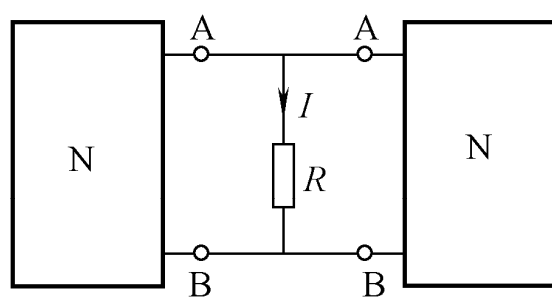
b)



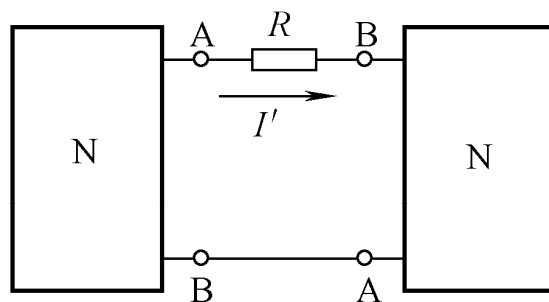
由b图可简化得

解

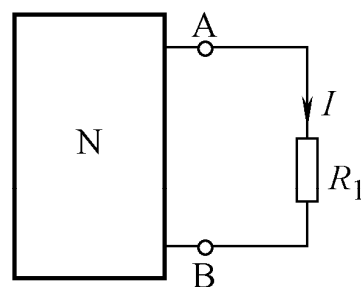
$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{OC}}{R_0 + 8} &= 1 \\ \frac{U_{OC}}{2R_0 + 4} &= 1 \end{aligned} \right\} \text{得} \begin{cases} R_0 = 4\Omega \\ U_{OC} = 12V \end{cases}$$



a)



b)



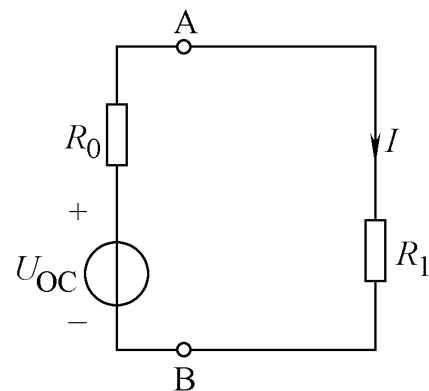
c)

解

$$\begin{cases} R_0 = 4\Omega \\ U_{OC} = 12V \end{cases}$$

得

$$I = \frac{U_{OC}}{R_0 + R_1} = \left(\frac{12}{4 + 6} \right) A = 1.2A$$



由c图可简化得



例2-17 电路如图所示，已知： $R_1 = R_S = 4\ \Omega$ ， $R_2 = 3\ \Omega$ ， $R_3 = 5\ \Omega$ ， $R = 7\ \Omega$ ， $U_S = 24\text{V}$ 。试用戴维南定理计算电阻 R 上的电压 U 。

解 (1) 求开路电压 U_{OC}

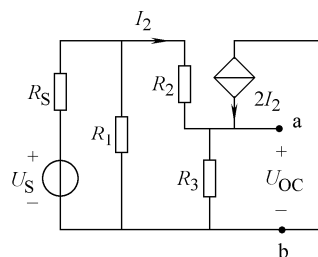
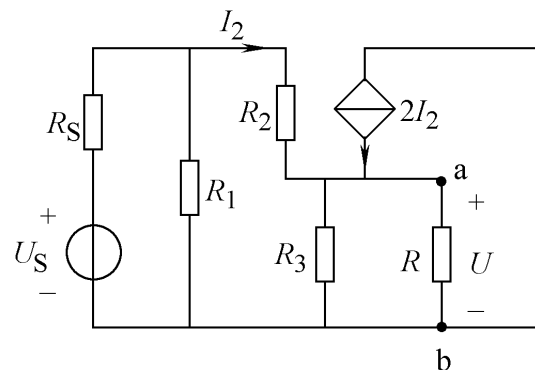
$$(2 + R_2 + 5)I_2 + 10I_2 - 12 = 0$$

$$I_2 = \frac{12}{20} = 0.6\text{A}$$

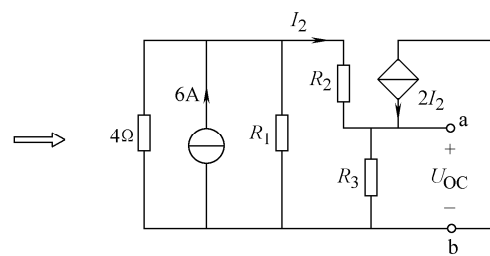
所以

$$\begin{aligned} U_{OC} &= 10I_2 + 5I_2 \\ &= (15 \times 0.6)\text{V} = 9\text{V} \end{aligned}$$

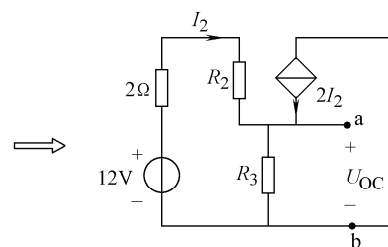
(2) 求等效电阻 R_0



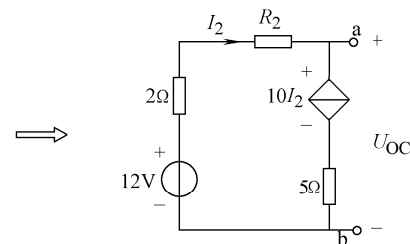
a)



b)



c)



d)

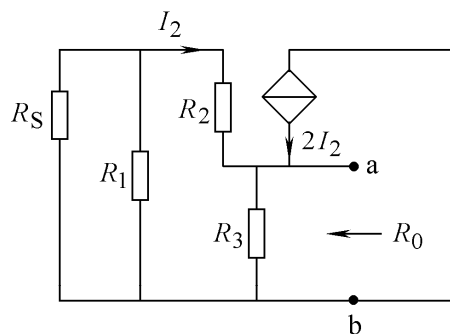
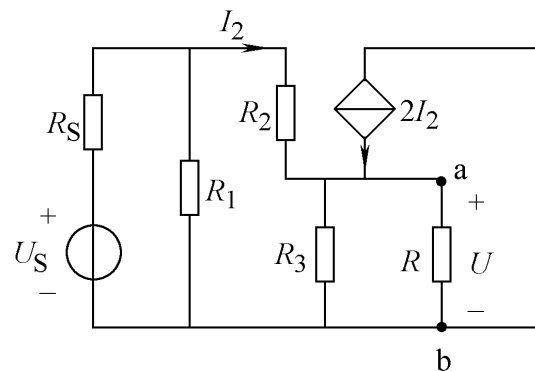
解 (1) 求开路电压 $U_{OC} = 9V$

(2) 求等效电阻 R_0

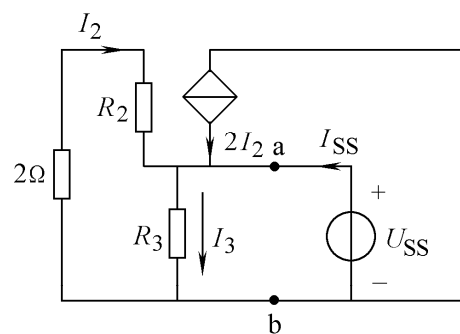
方法一：外加电源法

$$\begin{cases} I_3 = \frac{U_{SS}}{R_3} = \frac{1}{5}U_{SS} \\ I_2 = \frac{-U_{SS}}{2 + R_2} = -\frac{1}{5}U_{SS} \\ I_{SS} = I_3 - I_2 - 2I_2 = I_3 - 3I_2 \end{cases}$$

则
$$I_{SS} = \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot U_{SS} = \frac{4}{5}U_{SS}$$



a)



b)

所以

$$R_0 = \frac{U_{SS}}{I_{SS}} = \frac{5}{4} = 1.25\Omega$$

解 (1) 求开路电压 $U_{OC} = 9V$

(2) 求等效电阻 R_0

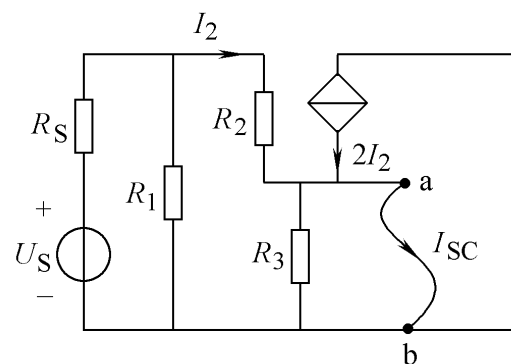
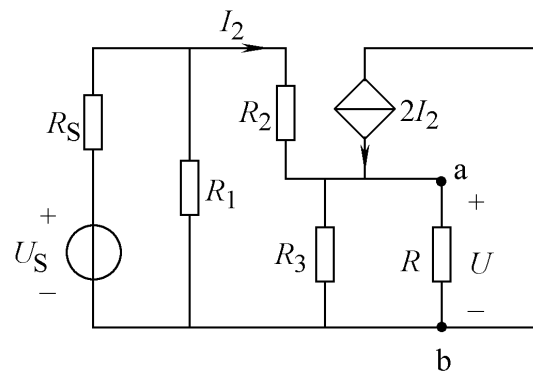
方法二：开短路法

$$I_2 = \frac{U_S}{R_S + R_1 // R_2} (R_1 // R_2) \frac{1}{R_2} = 2.4A$$

$$I_{SC} = I_2 + 2I_2 = 7.2A$$

$$\text{所以 } R_0 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = \left(\frac{9}{7.2} \right) \Omega = 1.25\Omega$$

(3) 用戴维南等效电路计算待求量电压 U

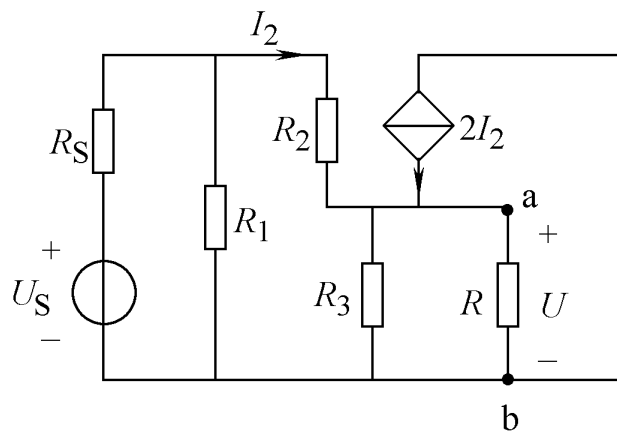


解 (1) 求开路电压 $U_{\text{OC}} = 9\text{V}$

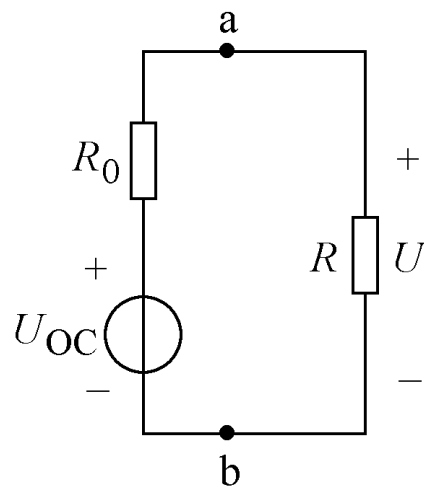
(2) 求等效电阻

$$R_0 = 1.25\Omega$$

(3) 用戴维南等效电路计算待求量电压 U

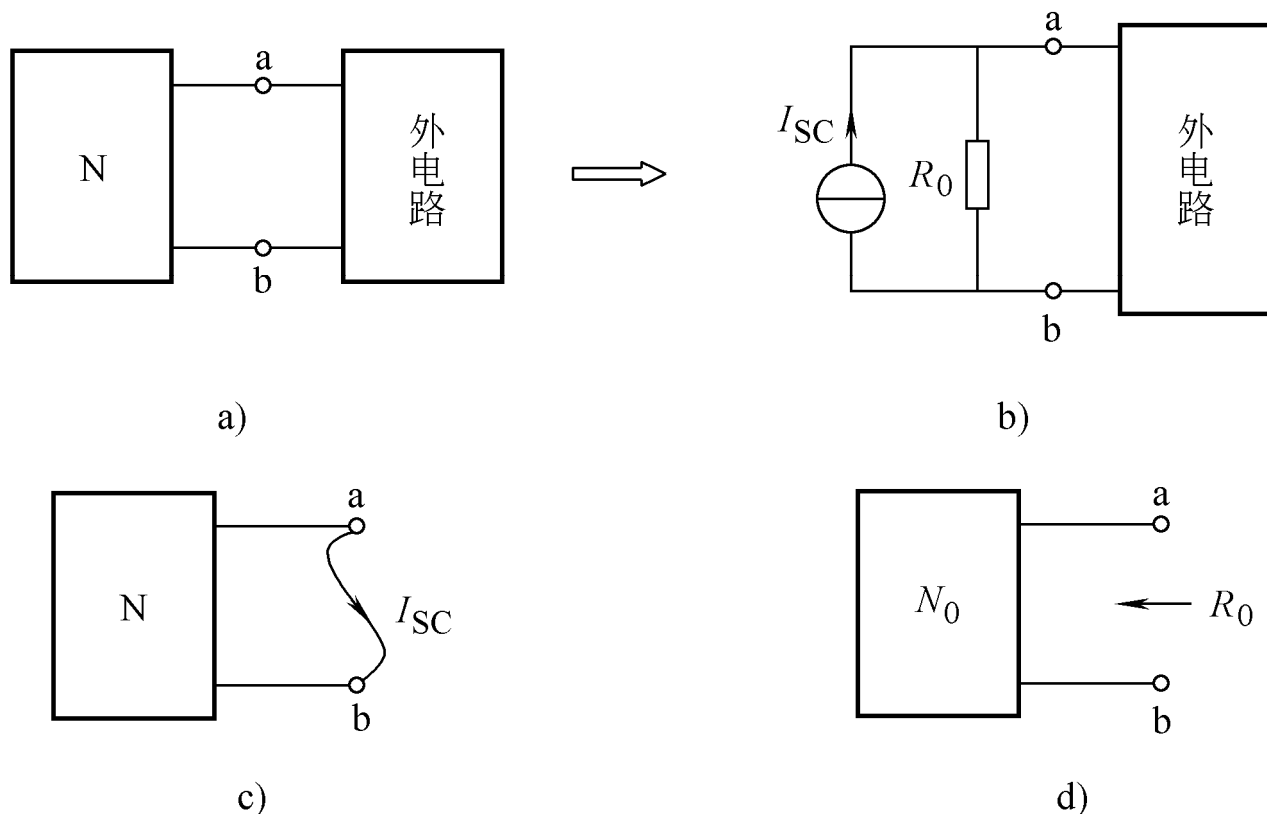


$$\begin{aligned}
 U &= \frac{U_{\text{OC}}}{R_0 + R} \times R \\
 &= \left(\frac{9}{1.25 + 7} \times 7 \right) \text{V} \approx 7.64\text{V}
 \end{aligned}$$

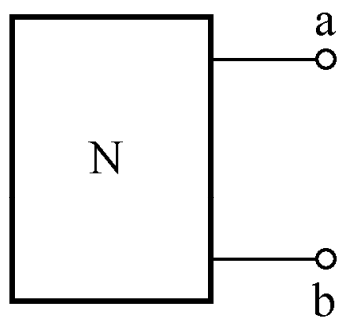


2.6.2 诺顿定理

任何一个线性有源二端网络 N ，对外电路来说，总可以用一个电流源和电阻并联组合等效代替，该电流源等于原二端网络 N 端口处的短路电流，电阻等于该网络 N 中全部独立电源置零后端口处的输入电阻。

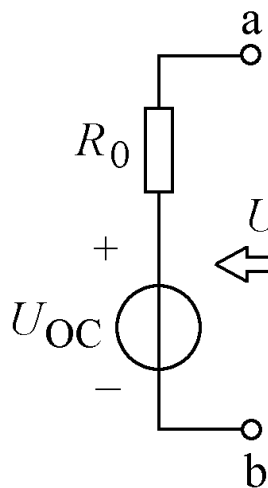
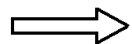


戴维南等效电路与诺顿等效电路



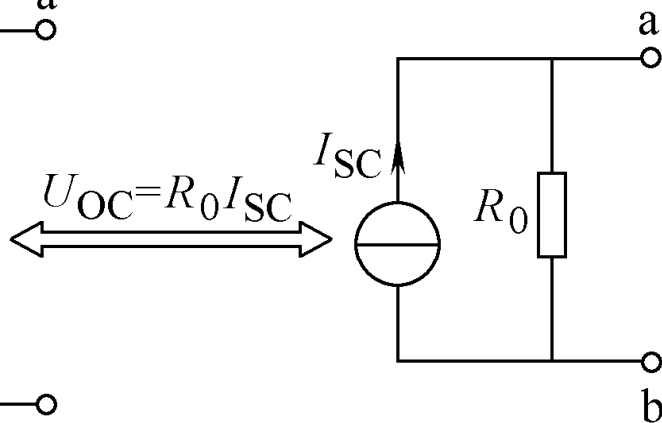
a)

有源二端网络



b)

戴维南等效电路



c)

诺顿等效电路

$$U_{OC} = R_0 I_{SC}$$

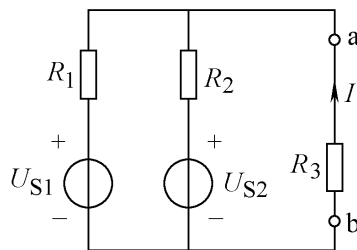


例2-18 电路如图所示，已知： $R_1 = 3\Omega$ ， $R_2 = 6\Omega$ ， $R_3 = 5\Omega$ ，

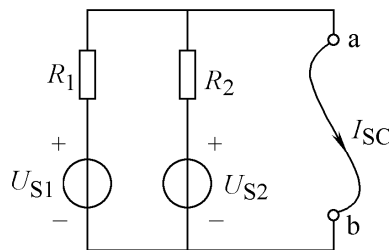
$U_{S1} = 6V$ ， $U_{S2} = 30V$ 。试用诺顿定理求电流 I 。

解 1) 求短路电流 I_{SC}

$$I_{SC} = \frac{U_{S1}}{R_1} + \frac{U_{S2}}{R_2} = 7A$$



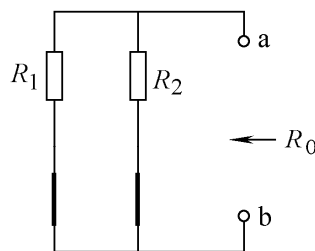
a)



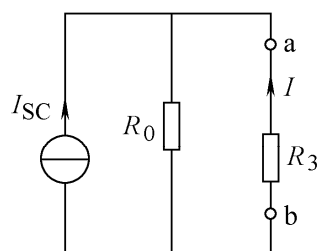
b)

2) 求等效电阻 R_0

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2\Omega$$



c)



d)

3) 用诺顿等效电路计算电流 I

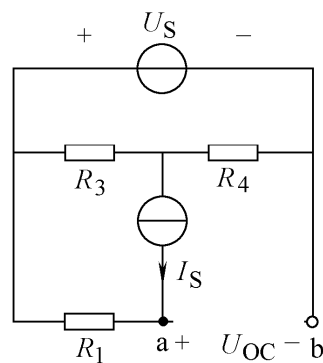
$$I = -(R_0 // R_3) \cdot I_{SC} \cdot \frac{1}{R_3} = -2A$$



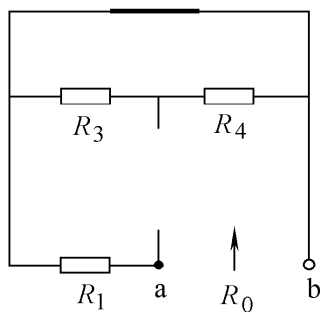
例2-19 电路如图所示，已知 $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $U_S = 10V$, $I_S = 2A$ ，试分别用戴维南定理和诺顿定理求电阻 R_2 中的电流 I_2 及所消耗的功率。

解 方法1：戴维南定理

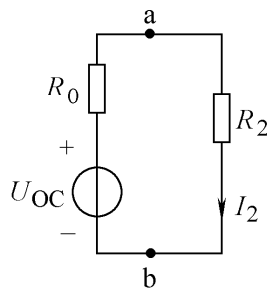
(1) 求开路电压 U_{OC}



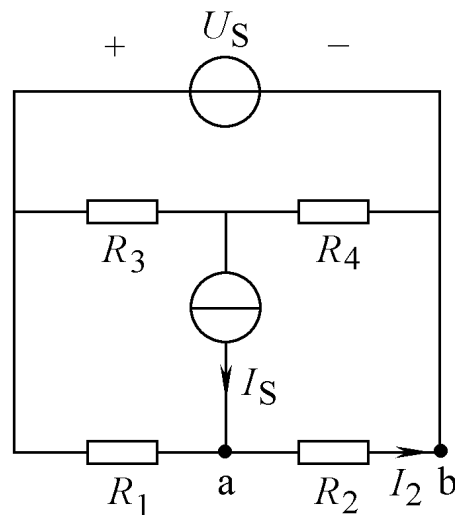
a)



b)



c)



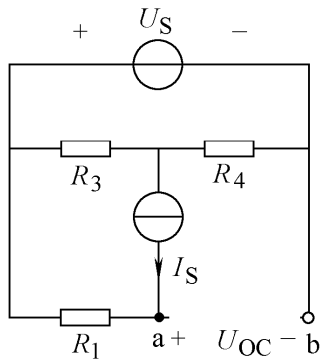
$$U_{OC} = U_S + R_1 I_S = (10 + 2 \times 2)V = 14V$$

(2) 求等效电阻 R_0 $R_0 = R_1 = 2\Omega$

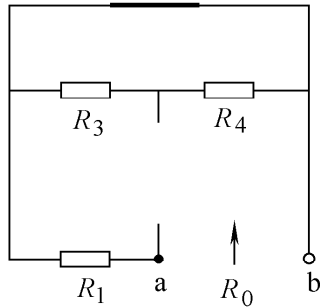


解 方法1：戴维南定理

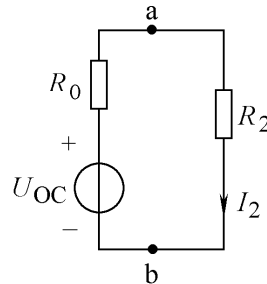
(1) 求开路电压 $U_{OC}=14V$



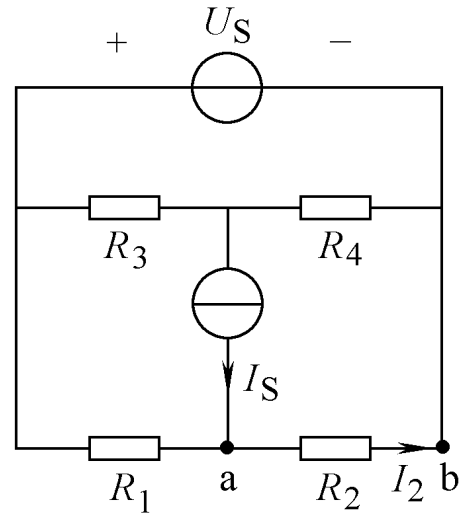
a)



b)



c)



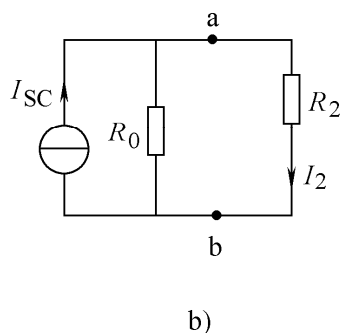
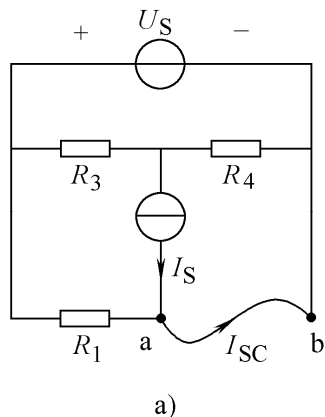
(2) 求等效电阻 $R_0=2\Omega$

(3) 用戴维南等效电路计算电流 I_2

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_{OC}}{R_0 + R_2} \\ &= \left(\frac{14}{2 + 5} \right) A = 2A \end{aligned}$$

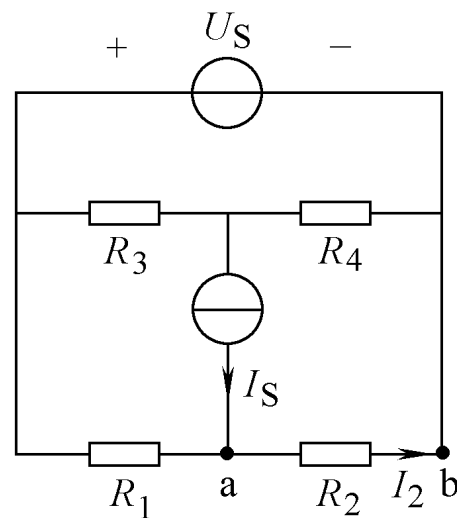
解 方法2：诺顿定理

(1) 求短路电流 $I_{SC} = \frac{U_S}{R_1} + I_S = 7 \text{ A}$



(2) 求等效电阻 $R_0 = 2\Omega$

(3) 用诺顿等效电路计算电流 I_2



$$I_2 = \frac{R_0}{R_0 + R_2} I_S$$

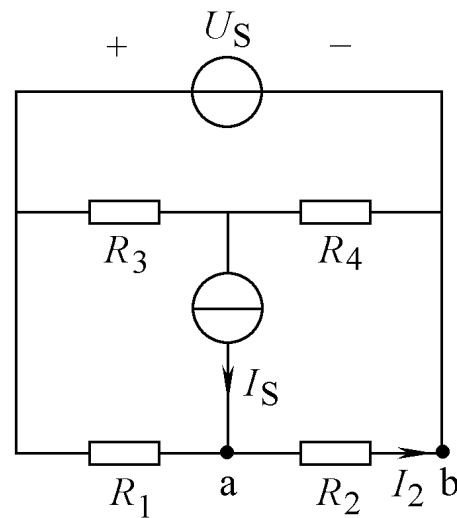
$$= \left(\frac{2}{2+5} \times 7 \right) \text{ A} = 2 \text{ A}$$

例2-19 电路如图所示，已知 $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $U_S = 10\text{V}$, $I_S = 2\text{A}$ ，试分别用戴维南定理和诺顿定理求电阻 R_2 中的电流 I_2 及所消耗的功率。

解 $I_2 = 2 \text{ A}$

电阻 R_2 消耗的功率为

$$P = R_2 I_2^2 = (5 \times 2^2) \text{W} = 20 \text{W}$$



例2-20 电路如图所示，已知 $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R = 2.5\text{k}\Omega$, $U_S = 40\text{V}$ 。试用诺顿定理求电阻 R 上的端电压 U 。

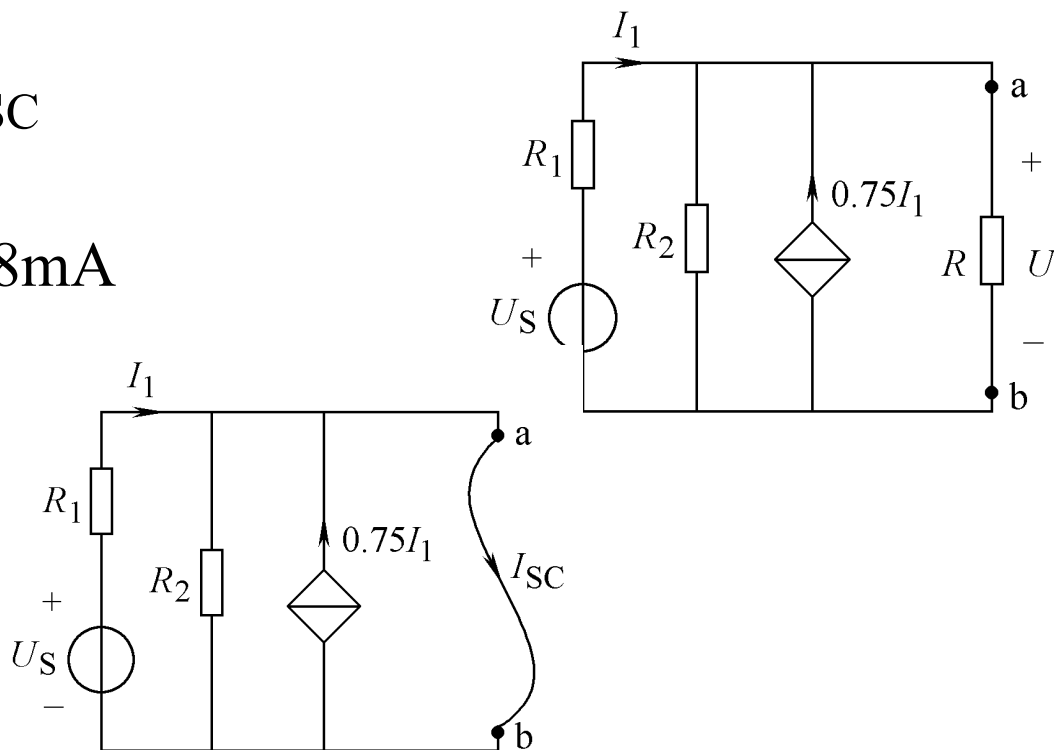
解 (1) 求短路电流 I_{SC}

$$I_1 = \frac{U_S}{R_1} = \left(\frac{40}{5 \times 10^3} \right) \text{A} = 8\text{mA}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{SC}} &= I_1 + 0.75I_1 \\ &= 1.75I_1 = 14\text{mA} \end{aligned}$$

(2) 求等效电阻 R_0

用开短路法求等效电阻 R_0 ，得





解 (1) 求短路电流 I_{SC}

$$I_{SC} = 14\text{mA}$$

(2) 求等效电阻 R_0

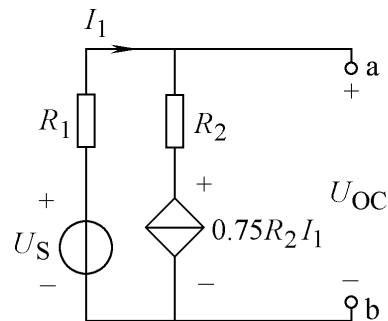
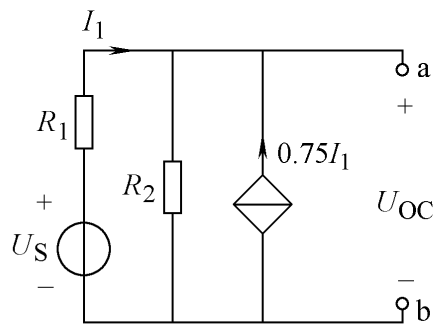
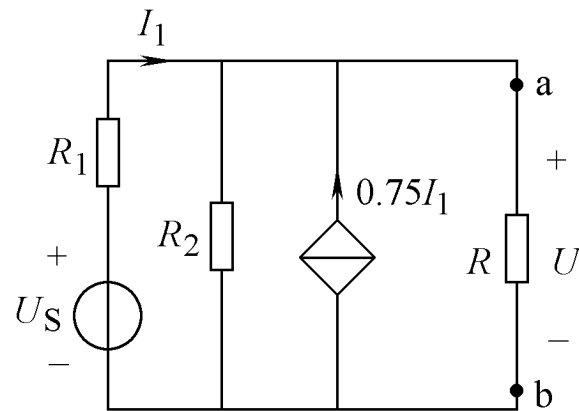
用开短路法求等效电阻 R_0 , 得

$$(R_1 + R_2) \cdot I_1 + 0.75R_2 I_1 - U_S = 0$$

$$I_1 = 1\text{mA}$$

则开路电压 U_{OC} 为

$$\begin{aligned} U_{OC} &= U_S - R_1 I_1 \\ &= (40 - 5 \times 1)\text{V} = 35\text{V} \end{aligned}$$





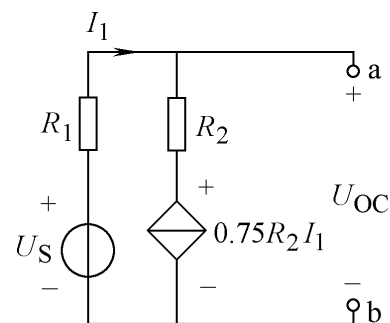
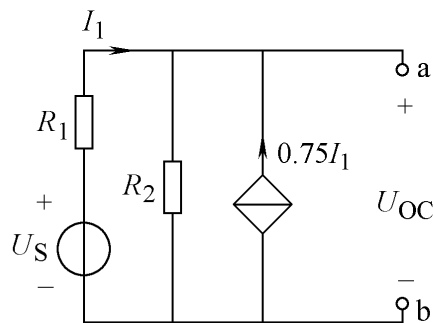
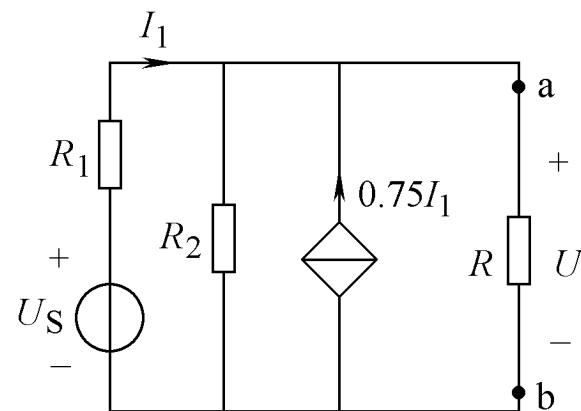
解 (1) 求短路电流 I_{SC}

$$I_{SC} = 14\text{mA}$$

(2) 求等效电阻 R_0

$$U_{OC} = 35\text{V}$$

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{U_{OC}}{I_{SC}} \\ &= \left(\frac{35}{14 \times 10^{-3}} \right) \Omega \\ &= 2.5\text{k}\Omega \end{aligned}$$



(3) 用诺顿等效电路计算电压 U



解 (1) 求短路电流 I_{SC}

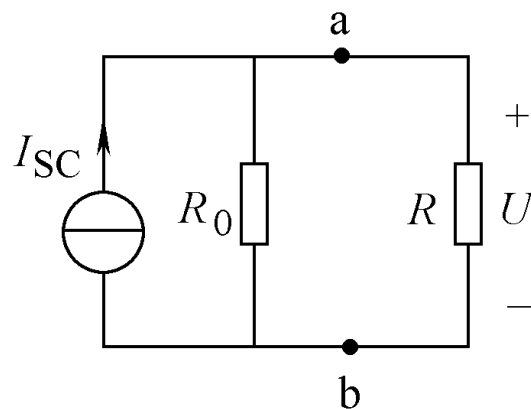
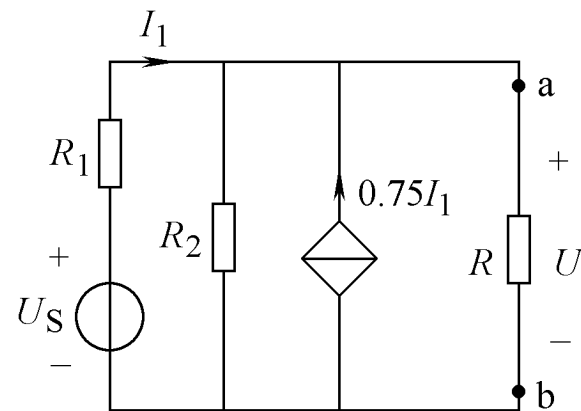
$$I_{SC} = 14\text{mA}$$

(2) 求等效电阻 R_0

$$R_0 = 2.5\text{k}\Omega$$

(3) 用诺顿等效电路计算电压 U

$$U = R \times \frac{I_{SC}}{2} = \left(2.5 \times 10^3 \times \frac{14 \times 10^{-3}}{2} \right) \text{V} = 17.5\text{V}$$





2.7 最大功率传输定理

电子电路分析中，常常讨论负载获得最大功率的问题。任意一个线性有源二端网络对于所联接的外负载而言，总可以用戴维南等效电路来替代。因此，最大功率传输定理论述了负载在什么条件下，能从戴维南等效电压源中获得最大功率。

最大功率传输定理 设有一个电压源模型与一个电阻负载相接，当负载电阻等于电压源模型的内电阻时，则负载能从电压源模型中获得最大功率。

例2-21 电路如图所示，已知 $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $U_S = 9V$,

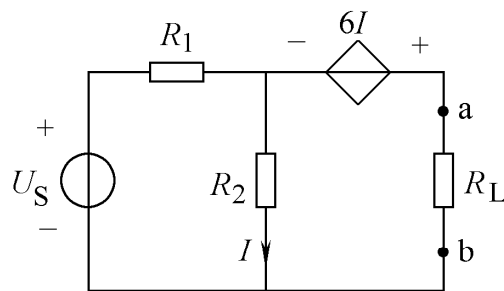
(1) 当电阻 R_L 为多少时可获得最大功率，并求电阻 R_L 上的最大功率。(2) 如果电阻 $R_L = 3\Omega$ ，则电阻 R_L 消耗的功率是多少？

解 求开路电压 U_{OC} ，得

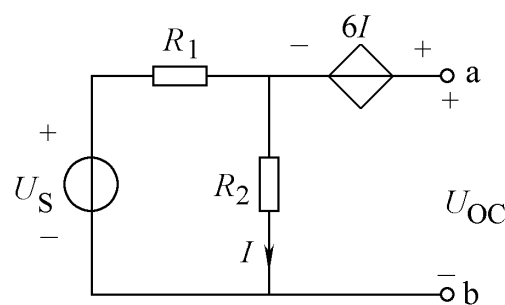
$$U_{OC} = 6I + R_2 I$$

$$= (6 + R_2) \times \frac{U_S}{R_1 + R_2}$$

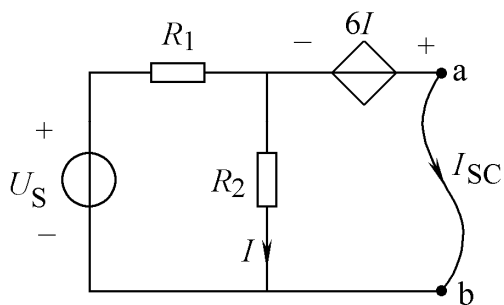
$$= \left(9 \times \frac{9}{6 + 3} \right) V = 9V$$



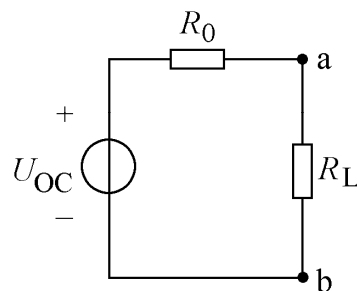
a)



b)



c)



d)

求短路电流 I_{SC} ，得

$$\because 6I = -3I \quad \therefore I = 0 \quad \therefore I_{SC} = \frac{U_S}{R_1} = 1.5A$$

解

求开路电压 U_{OC} ，得

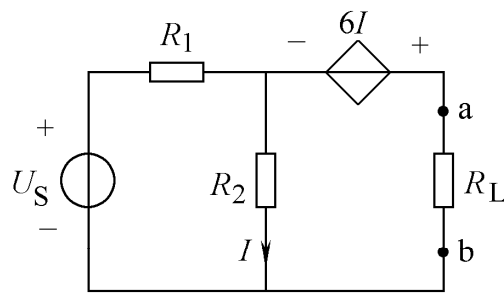
$$U_{OC} = 9V$$

求短路电流 I_{SC} ，得

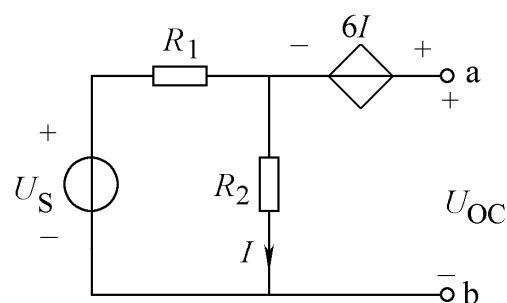
$$I_{SC} = 1.5A$$

等效电阻 R_0

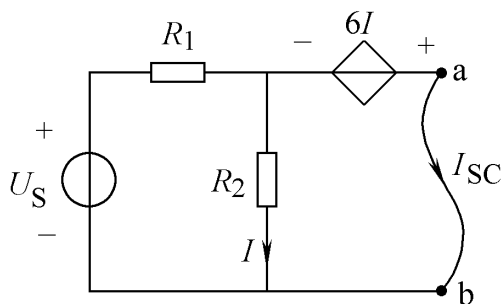
$$R_0 = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = 6\Omega$$



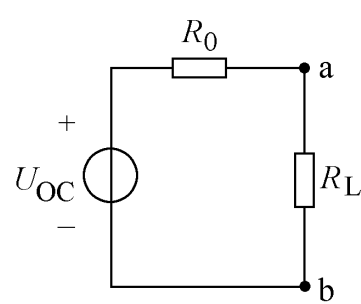
a)



b)



c)



d)

(1) 获得最大功率时的电阻 R_L 值及最大功率



解 $U_{OC} = 9V \quad R_0 = 6\Omega$

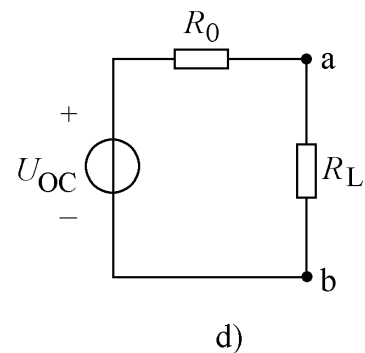
(1) 获得最大功率时的电阻 R_L 值及最大功率

$$R_L = R_0 = 6\Omega$$

$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_0} = \left(\frac{9^2}{4 \times 6} \right) W = 3.375W$$

(2) 电阻 $R_L=3\Omega$ 消耗的功率

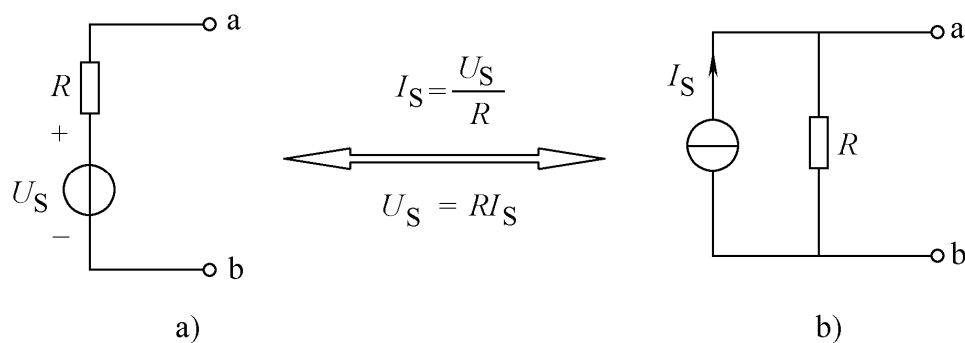
$$P_L = \left(\frac{U_{OC}}{R_0 + R_L} \right)^2 \cdot R_L = \left[\left(\frac{9}{6 + 3} \right)^2 \times 3 \right] W = 3W$$



小 结

一、等效变换法

通过应用如图所示的两个电源模型等效变换完成电路的分析计算，称为电源模型等效变换法（简称等效变换法）。



电源模型的等效变换



二、支路电流法、结点电压法、网孔电流法

支路电流法 是以支路电流为变量，由KCL、KVL建立独立方程组，解得各支路电流的方法。

结点电压法 是以结点电压为变量，由KCL建立独立方程组，解得各结点电压的方法。

网孔电流法 是以网孔电流为变量，由KVL建立独立方程组，解得各网孔电流的方法。



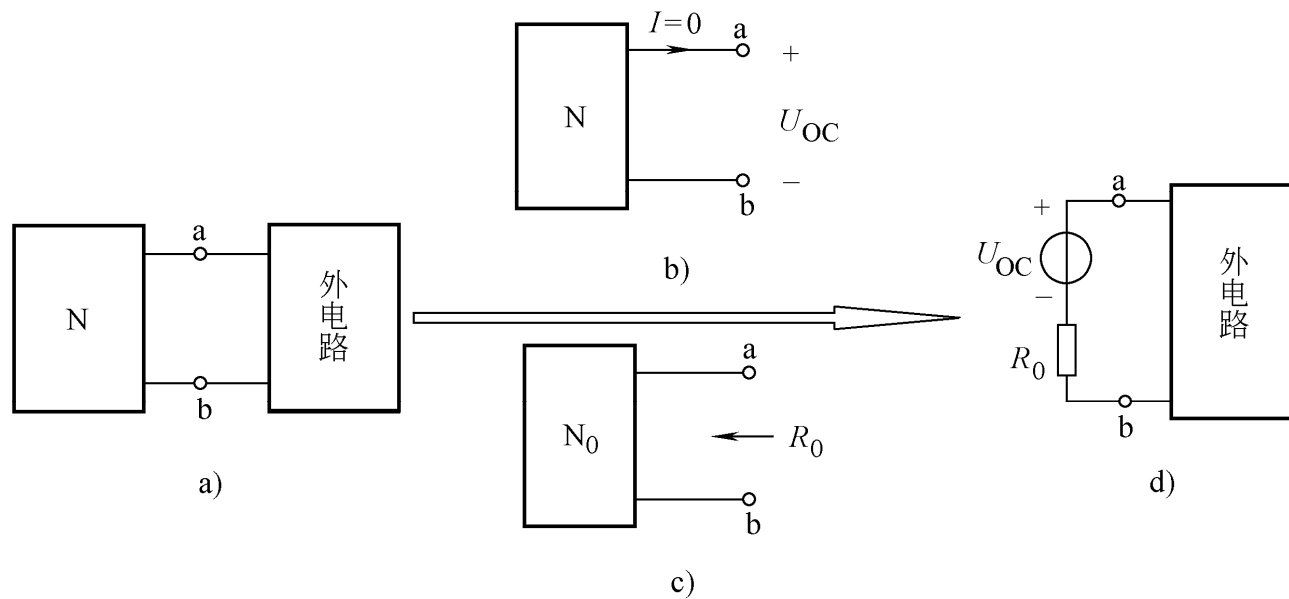
三、叠加定理

在含有多个独立电源的线性网络中，分析计算出各个独立电源单独作用时的电压、电流后叠加。

注意：

- 1) 受控源不能单独作为电路的激励，应保留在各个叠加电路中；
- 2) 独立电压源为零用短路替代，独立电流源为零用开路替代；
- 3) 功率计算不能叠加。

四、戴维南定理



戴维南定理

五、最大功率传输定理

设有一个电压源模型（即 U_s 与 R_s 串联）与一个电阻负载 R_L 相接，则负载电阻 R_L 要获得最大功率的条件为

$$R_L = R_s$$



第3章 正弦交流电路分析

3.1 正弦函数的相量形式

3.2 元件伏安特性和基尔霍夫定律的相量形式

3.3 阻抗与导纳

3.4 正弦稳态电路的分析

3.5 正弦稳态电路的功率

3.6 谐振



动态电路 如果电路中包含有储能元件（即电容 C 、电感 L ，又称为动态元件），则称为动态电路。由于动态电路中存在储能元件，使电路的响应不仅与当时的输入电源有关，还与电路中储能元件所储存的能量有关。

稳态电路 如果电路中各元件的电气参数和联接关系不变（即没有开关器件），电源为直流或幅值恒定的周期性信号，经过无限长的时间后，电路中的储能元件所储存的能量达到稳定或呈周期性的稳定变化，称电路为稳态电路。

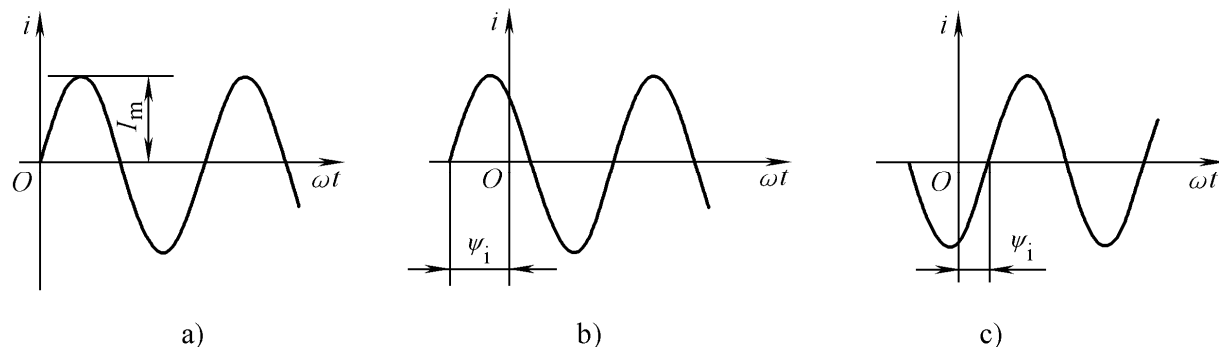


3.1 正弦函数的相量形式

3.1.1 正弦量

1. 正弦量的特征

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$



瞬时值 $i(t)$ 表示正弦量在每一瞬时的数值。

最大值 I_m 表示正弦量的最大值或振幅。

角频率 ω 是正弦量的角频率，它反映正弦量变化的快慢。其单位为弧度 / 秒 (rad/s)。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

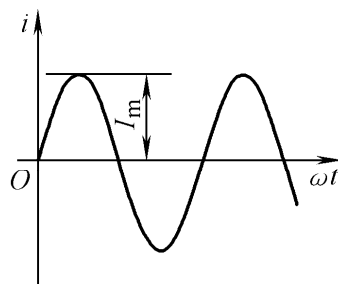
相位 ($\omega t + \psi_i$) 表示是正弦量随时间变化的弧度或角度，称为瞬时相位（简称为相位）。



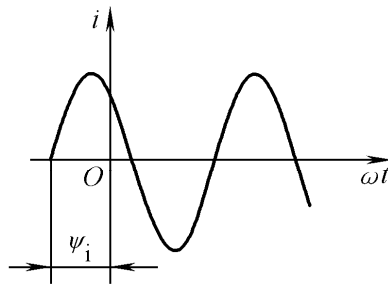
3.1.1 正弦量

1. 正弦量的特征

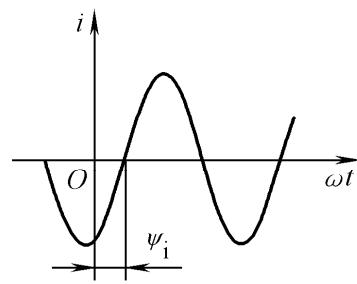
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$



a)



b)



c)

相位 ($\omega t + \psi_i$)表示是正弦量随时间变化的弧度或角度，称为瞬时相位（简称为相位）。

初相角 ψ_i 表示 $t=0$ 时的相位，称为初相角（或初相位）。

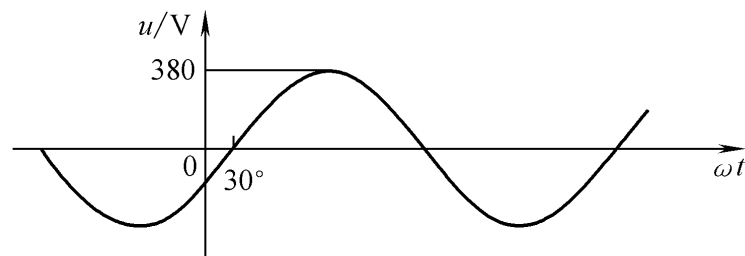
一个正弦量若已知 I_m 、 ω 、 ψ_i ，则可写出正弦量的解析式或画出其波形。所以通常称 I_m 、 ω 、 ψ_i 为正弦量的三要素，也是分析电路时用到的3个基本特征量。



例3-1 已知正弦电压的 $U_m = 380\text{V}$, $f = 50\text{Hz}$, $\psi_u = -30^\circ$, 试写出正弦电压的瞬时表达式, 并画出波形图。

解 根据已知参数, 得

$$\begin{aligned} u(t) &= U_m \sin(2\pi ft + \psi_u) \\ &= 380 \sin(314t - 30^\circ) \quad \text{V} \end{aligned}$$



2. 相位差

相位差 描述同频率下的不同正弦量之间相位的差别。

例如, 设有两个正弦量为

$$f_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$f_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \psi_2)$$

它们的相位之差为

$$\varphi_{12} = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2) = \psi_1 - \psi_2$$

两个正弦量的相位关系可以分为图3-3所示的几种情况。



2. 相位差

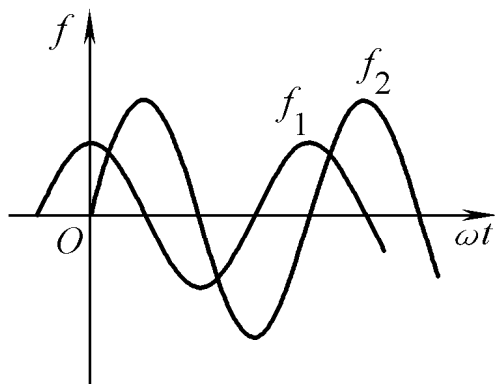
相位差 描述同频率下的不同正弦量之间相位的差别。

例如, $f_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ $f_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \psi_2)$

它们的相位之差为

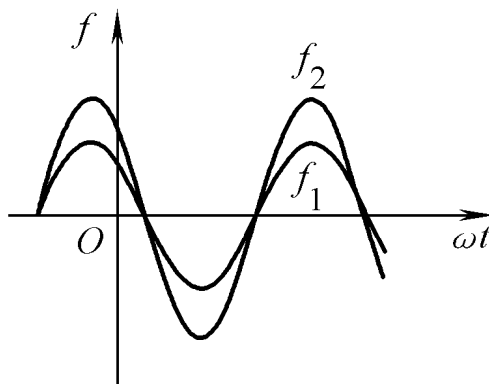
$$\varphi_{12} = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2) = \psi_1 - \psi_2$$

两个正弦量的相位关系可以分为图所示的几种情况。



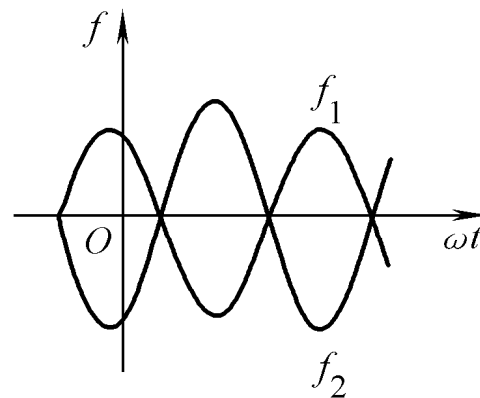
a)

$$\varphi_{12} > 0$$



b)

$$\varphi_{12} = 0$$

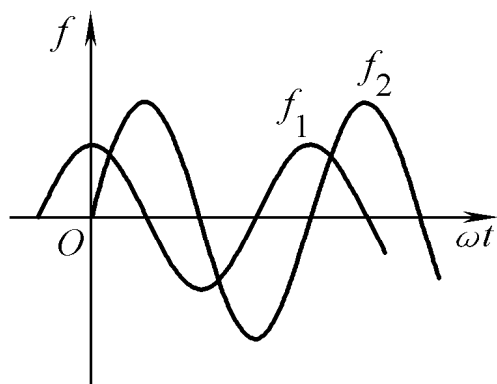


c)

$$\varphi_{12} = \pi$$

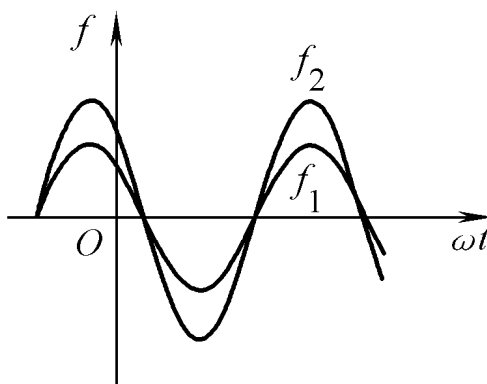
例如, $f_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ $f_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \psi_2)$

$$\varphi_{12} = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2) = \psi_1 - \psi_2$$



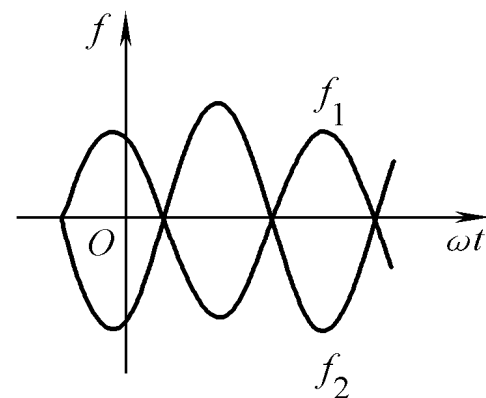
a)

$$\varphi_{12} > 0$$



b)

$$\varphi_{12} = 0$$



c)

$$\varphi_{12} = \pi$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{12} > 0, \text{ 称 } f_1 \text{ 超前 } f_2, \text{ 或者称 } f_2 \text{ 滞后 } f_1 \\ \varphi_{12} = 0, \text{ 称 } f_1 \text{ 与 } f_2 \text{ 同相位, 简称同相} \\ \varphi_{12} = \pi, \text{ 称 } f_1 \text{ 与 } f_2 \text{ 反相} \end{array} \right.$$



3. 有效值

有效值 是按等值热效应概念来定义的。用周期电流和直流电流流过等值的电阻，在相同时间 T （周期电流的一个周期）内，若两者产生的热效应相等，则称直流电流的数值为周期电流的有效值。

设正弦信号 $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ，其一周 T 内在电阻 R 上产生的热量为

$$Q_1 = \int_0^T i^2 R dt$$

一周 T 内直流电流 I 在电阻 R 上产生的热量为

$$Q_2 = I^2 RT$$

根据有效值定义，有 $Q_1 = Q_2$



设正弦信号 $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ ，其一周 T 内在电阻 R 上产生的热量为

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \int_0^T i^2 R dt \\ Q_2 &= I^2 RT \end{aligned} \right\} Q_1 = Q_2 \text{ 得}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

同理，正弦交流电压的有效值与最大值的关系有

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

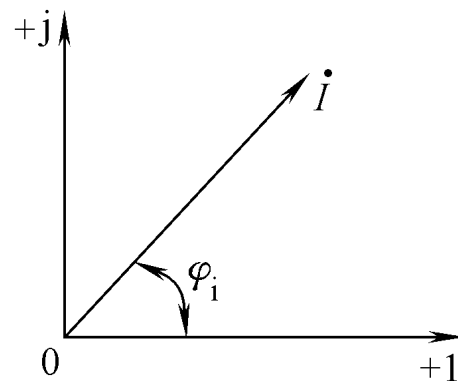


3.1.2 正弦量的相量表示

最大值相量 $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$

有效值相量 $\dot{I} = I e^{j\varphi_i}$

相量除了用复数式表示外，还可以在复平面上用有向线段表示相量，称为相量图。



例3-4 写出电压 $u_1(t) = 10\sin(\omega t + 20^\circ)\text{V}$,

$u_2(t) = 15\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^\circ)\text{V}$ 的相量。

解 正弦量 $u_1(t)$ 的相量式为 $\dot{U}_{1m} = 10\angle 20^\circ\text{V}$

正弦量 $u_2(t)$ 的相量式为 $\dot{U}_2 = 15\angle -30^\circ\text{V}$



例3-5 写出电流相量表达式 $\dot{I}_1 = 5\angle 45^\circ \text{A}$, $\dot{I}_{1\text{m}} = 3\angle -78^\circ \text{A}$ 的正弦量表达式。已知频率 $f = 50\text{Hz}$ 。

解

由相量 $\dot{I}_1 = 5\angle 45^\circ \text{A}$ 得

$$i_1(t) = \sqrt{2}5 \sin(314t + 45^\circ) \quad \text{A}$$

由相量 $\dot{I}_{1\text{m}} = 3\angle -78^\circ \text{A}$ 得

$$i_2(t) = 3 \sin(314t - 78^\circ) \quad \text{A}$$

注意：

相量是用来表征正弦量的，它本身并不是正弦量。在电路分析时要注意两者的区别。正弦量是时间 t 的函数，是随时间变化的实数；相量是正弦量特征的表达式，是不随时间变化的复常数。即

$$\dot{I}_m \neq i(t)$$

$$\dot{I} \neq i(t)$$

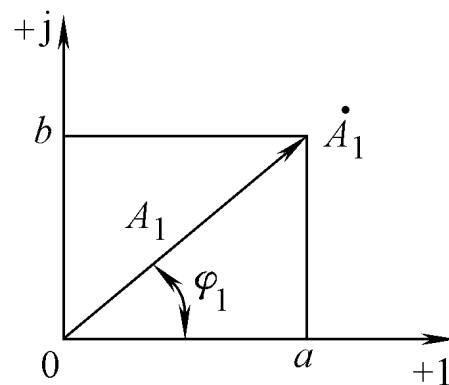


3.1.3 复数

设有两个复数 \dot{A}_1 、 \dot{A}_2 为

$$\dot{A}_1 = a + jb$$

$$\dot{A}_2 = c + jd$$



复数的表示

1. 复数表达式

(1) 代数式 $\dot{A}_1 = a + jb$

(2) 极坐标式 $\dot{A}_1 = A_1 \angle \varphi_1$

$$A_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi_1 = \arctan \frac{b}{a}$$

A_1 为复数的模, φ_1 为复数的辐角

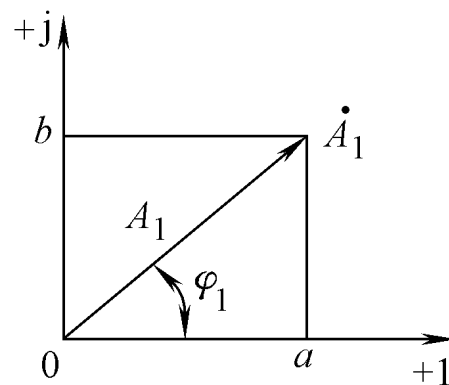
(3) 三角式



设有两个复数 \dot{A}_1 、 \dot{A}_2 为

$$\dot{A}_1 = a + \mathrm{j}b$$

$$\dot{A}_2 = c + \mathrm{j}d$$



复数的表示

1. 复数表达式

(1) 代数式 $\dot{A}_1 = a + \mathrm{j}b$

(2) 极坐标式 $\dot{A}_1 = A_1 \angle \varphi_1$

(3) 三角式 $\dot{A}_1 = A_1 \cos \varphi_1 + \mathrm{j}A_1 \sin \varphi_1$

(4) 指数式 $\dot{A}_1 = A_1 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1}$



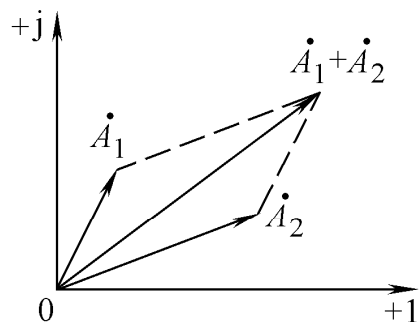
2. 复数四则运算

已知： $\dot{A}_1 = a + jb = A_1 \angle \varphi_1$ ， $\dot{A}_2 = c + jd = A_2 \angle \varphi_2$ ，下面讨论复数的基本四则运算。

(1) 加减运算
$$\dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 = (a + jb) \pm (c + jd)$$
$$= (a \pm c) + j(b \pm d)$$

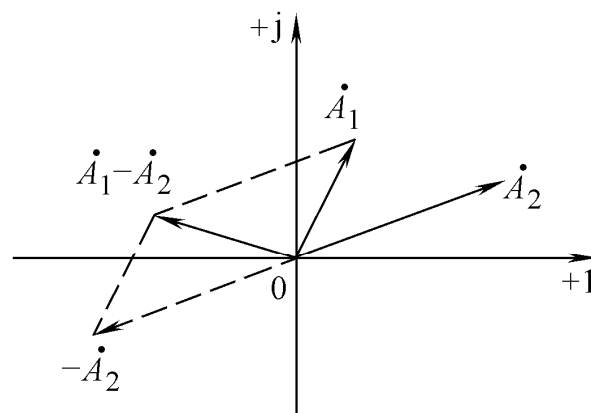
即：加减运算为实部与实部相加减，虚部与虚部相加减。

用平行四边形法求和差运算，如图所示。



a)

复数的加法运算



b)

复数的减法运算



已知： $\dot{A}_1 = a + jb = A_1 \angle \varphi_1$ ， $\dot{A}_2 = c + jd = A_2 \angle \varphi_2$ ，下面讨论复数的基本四则运算。

(1) 加减运算 $\dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 = (a \pm c) + j(b \pm d)$

(2) 乘除运算

$$\dot{A}_1 \dot{A}_2 = A_1 \angle \varphi_1 \cdot A_2 \angle \varphi_2 = A_1 A_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1 \angle \varphi_1}{A_2 \angle \varphi_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$$

3. 正弦量的微分

设： $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi)$ 其相量表达式为

$$\dot{I} = I \angle \varphi$$



已知: $\dot{A}_1 = a + jb = A_1 \angle \varphi_1$, $\dot{A}_2 = c + jd = A_2 \angle \varphi_2$

(1) 加减运算 $\dot{A}_1 \pm \dot{A}_2 = (a \pm c) + j(b \pm d)$

(2) 乘除运算 $\dot{A}_1 \dot{A}_2 = A_1 A_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2)$ $\frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$

3. 正弦量的微分

设: $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi)$ 其相量表达式为 $\dot{I} = I \angle \varphi$

$$i(t) \leftrightarrow \dot{I}$$

$$\frac{di}{dt} \leftrightarrow j\omega \dot{I}$$

$$\int i dt \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} \dot{I}$$

4. 虚数

$$j = 1 \angle 90^\circ$$

$$j^2 = -1$$

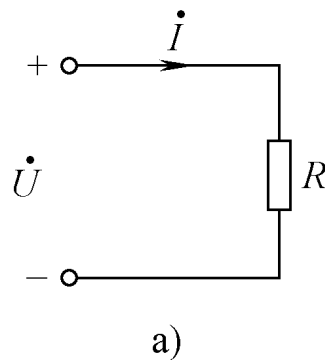
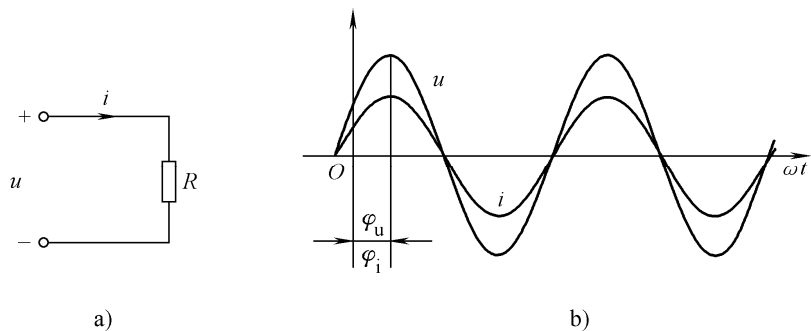


3.2 元件伏安特性和基尔霍夫定律的相量形式

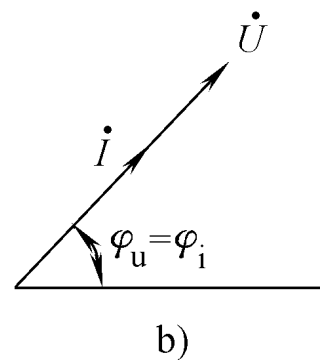
3.2.1 元件伏安特性的相量形式

当正弦量用相量来表示时，在正弦量激励下的电路基本元件特性可以用相量关系来表征。这样电路中变量间的微积分运算转化为了简单的复代数运算，实现用相量法来分析电路。

1. 电阻元件 R



相量电路



相量图

设电阻元件 R 的电流为

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \quad \leftrightarrow \quad \dot{I} = I \angle \varphi_i$$

欧姆定律

广义的欧姆定律

$$u(t) = Ri(t) \quad \longleftrightarrow \quad \dot{U} = R\dot{I}$$

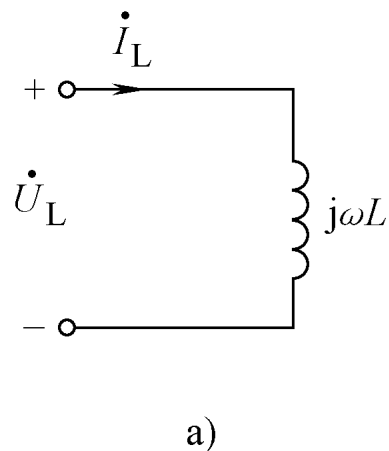
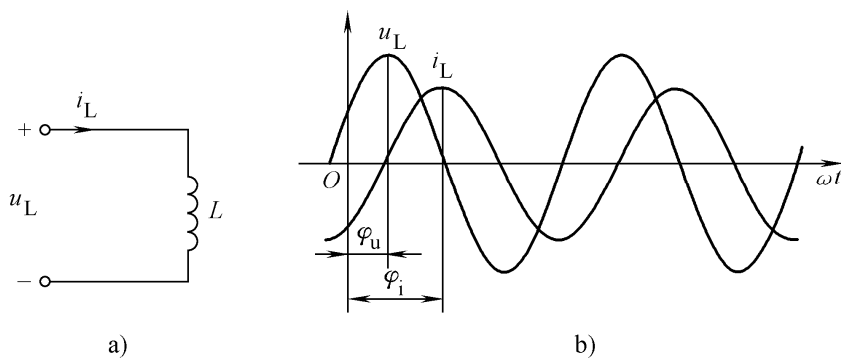
$$\begin{aligned} \therefore u(t) &= R \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \\ &= \sqrt{2}RI \sin(\omega t + \varphi_u) \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow \quad \dot{U} = RI \angle \varphi_u$$

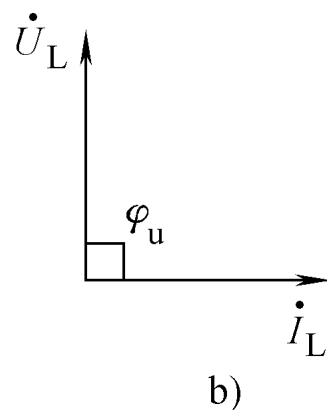
电压 u 与电流 i 同相位



2. 电感元件 L



相量电路



相量图

设电感元件 L 的电流为

$$i_L(t) = \sqrt{2}I_L \sin(\omega t + \varphi_i) \leftrightarrow \dot{I}_L = I_L \angle \varphi_i$$

伏安特性定义

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

\leftrightarrow

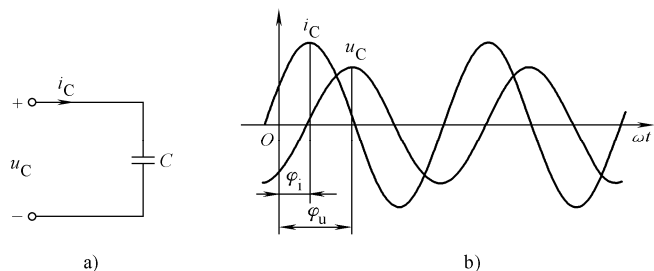
$$\dot{U}_L = L \cdot j\omega \dot{I}_L$$

$$\left. \begin{array}{l} X_L \text{ 称为感抗} \\ jX_L = j\omega L \end{array} \right\}$$

电感上的电压总是超前电流
相位 90°



3. 电容元件C



设电容元件C的电压为

$$u_C(t) = \sqrt{2}U_C \sin(\omega t + \varphi_u) \leftrightarrow \dot{U}_C = U_C \angle \varphi_u$$

伏安特性定义

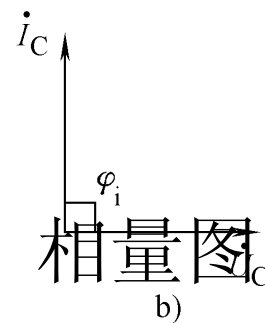
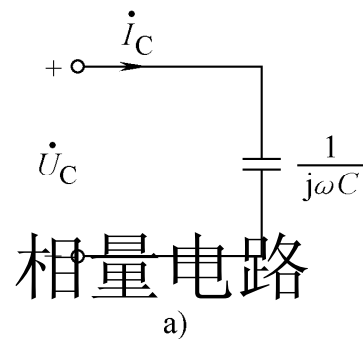
$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

\leftrightarrow

$$\dot{I}_C = C \cdot j\omega \dot{U}_C$$

X_C 称为容抗
 $-jX_C = \frac{1}{j\omega C}$

电容上的电压总是滞后
 电流相位 90°





3.2.2 基尔霍夫定律的相量形式

1. KCL的相量形式

在正弦交流电路中，任一结点上，任一瞬间，基尔霍夫电流定律有

$$\sum_{k=1}^b i_k(t) = 0$$

在同频率条件下，KCL的相量形式为

$$\sum_{k=1}^b \dot{I}_k = 0$$

或

$$\sum_{k=1}^b \dot{I}_{mk} = 0$$

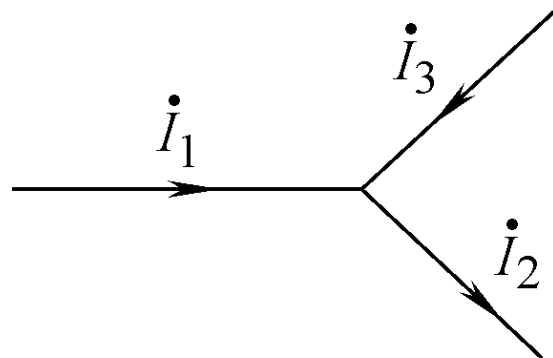


例3-11 在同频率电源激励下，电路中某结点电流关系如图所示，试写出该结点的KCL相量方程。

解

设流入结点的电流为正，则流出结点的电流为负。有

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$



即：解题的方式方法与直流电路相似，所不同的是计算中采用的数学工具是相量法。



2. KVL的相量形式

在正弦交流电路中，任一闭合路径，任一时刻，基尔霍夫电压定律有

$$\sum_{k=1}^b u_k = 0$$

在同频率条件下，KVL的相量形式为

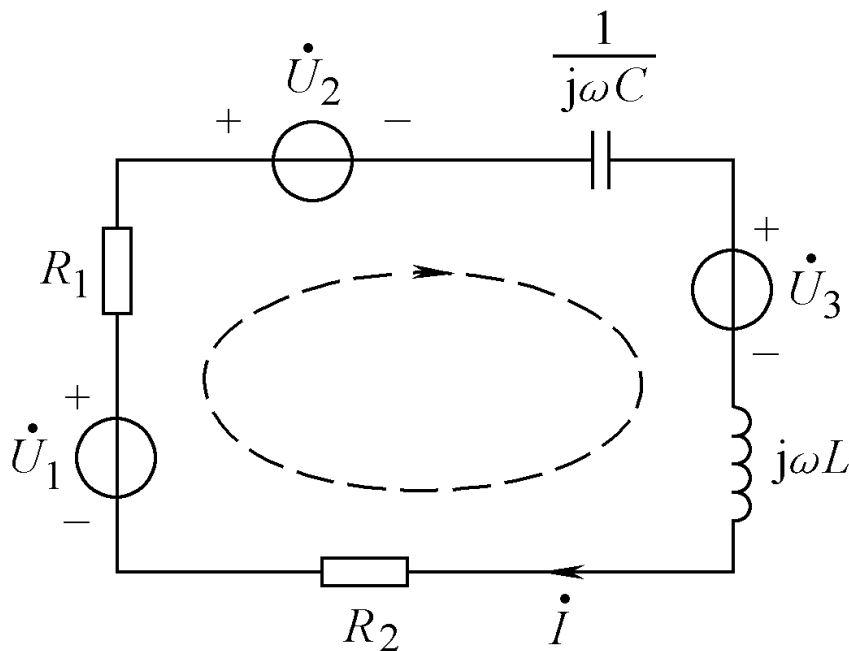
$$\sum_{k=1}^b \dot{U}_k = 0$$

或

$$\sum_{k=1}^b \dot{U}_{mk} = 0$$

例3-12 如图所示电路中的电源为同频率电源，试列出回路的KVL相量方程。

解



$$\dot{U}_2 + \frac{1}{j\omega C} \dot{I} + \dot{U}_3 + j\omega L \dot{I} + R_2 \dot{I} - \dot{U}_1 + R_1 \dot{I} = 0$$



3.3 阻抗与导纳

3.3.1 阻抗与导纳基本概念

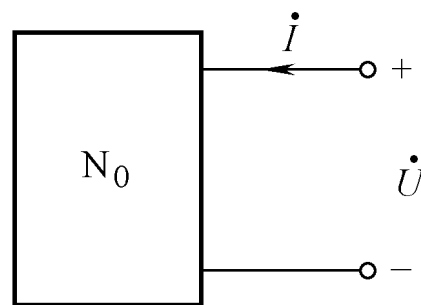
在正弦量激励下，基本元件（ RLC ）用相量表示其伏安特性时，都具有广义的欧姆定律特征。因此，其端口电压相量与电流相量的比值定义为该二端网络的阻抗 Z ，即

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad \text{称为欧姆定律的相量形式}$$

$$Z = \frac{U}{I} \angle(\varphi_u - \varphi_i)$$

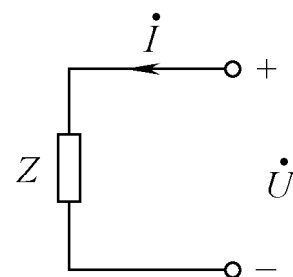
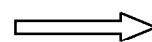
$$= |Z| \angle \varphi_Z$$

$$= R + jX$$



a)

RLC 构成的二端网络 N_0



b)

等效阻抗 Z

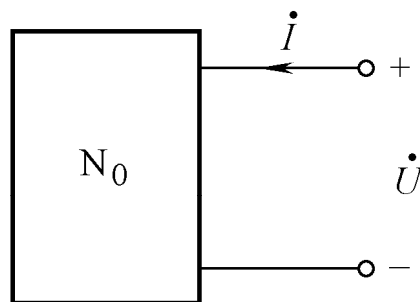


3.3.1 阻抗与导纳基本概念

$$Z = \frac{U}{I} \angle(\varphi_u - \varphi_i)$$

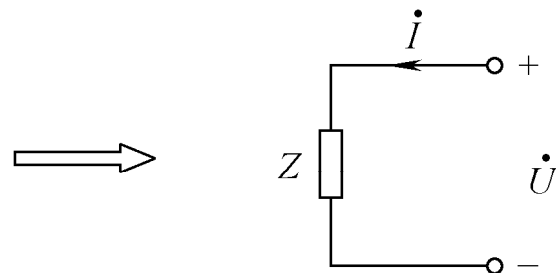
$$= |Z| \angle \varphi_Z$$

$$= R + jX$$



a)

RLC 构成的二端网络 N_0

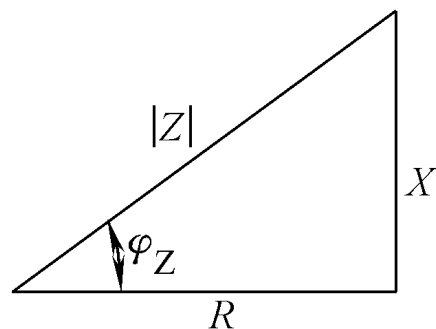


b)

等效阻抗 Z

式中 $|Z|$ 称为阻抗模， φ_Z 称为阻抗角， X 为等效电抗。

$$\begin{cases} |Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \varphi_Z = \varphi_u - \varphi_i = \arctan \frac{X}{R} \end{cases}$$



阻抗模 $|Z|$ 、电抗 X 、电阻 R 和阻抗角 φ_Z 的关系可以用阻抗三角形来表示。



3.3.1 阻抗与导纳基本概念

$$Z = \frac{U}{I} \angle(\varphi_u - \varphi_i) = |Z| \angle \varphi_Z = R + jX$$

- 当 $X > 0$ 时, $\varphi_Z > 0$, 电压超前电流, N_0 为感性;
当 $X < 0$ 时, $\varphi_Z < 0$, 电压滞后电流, N_0 为容性;
当 $X = 0$ 时, $\varphi_Z = 0$, $Z = R$, 电压与电流同相, N_0 为阻性;

复数的导纳 Y

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} = |Y| \angle \varphi_Y = G + jB$$

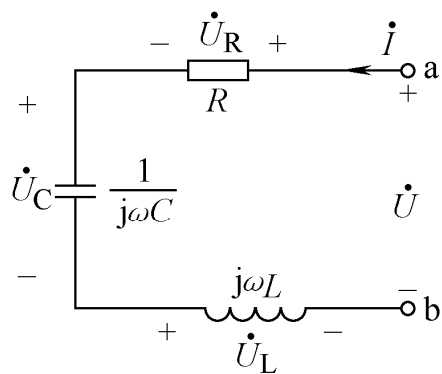
式中, G 为等效电导, B 为等效电纳,
单位为西门子 (S)。

3.3.2 阻抗串并联电路

1. 阻抗串联电路

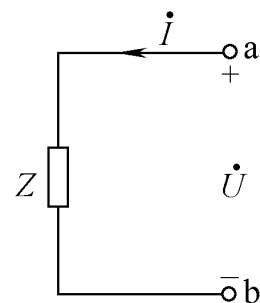
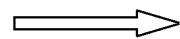
元件的伏安特性有

$$\begin{cases} \dot{U}_R = R\dot{I} \\ \dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} \\ \dot{U}_L = j\omega L\dot{I} \end{cases}$$



a)

RLC 串联电路



b)

等效阻抗电路

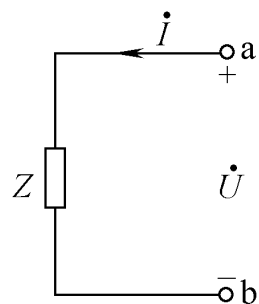
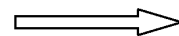
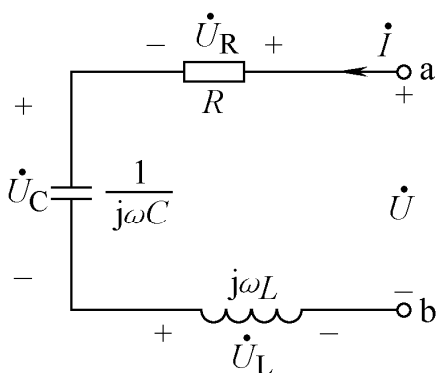
根据KVL, 有 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C + \dot{U}_L$

$$= \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \dot{I} = (R + jX)\dot{I} = Z\dot{I}$$

3.3.2 阻抗串并联电路

1. 阻抗串联电路

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_R + \dot{U}_C + \dot{U}_L \\ &= (R + jX)\dot{I} = Z\dot{I}\end{aligned}$$



等效阻抗 Z 为

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad RLC \text{ 串联电路}$$

等效阻抗电路

- 当 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ 时，电压超前电流，串联电路呈感性；
- 当 $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ 时，电压滞后电流，串联电路呈容性；
- 当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时，电压与电流同相，串联电路呈阻性；

例3-13 电路如图所示，已知电压表测量得： $U_L = 6V$ ， $U_R = 4V$ ， $U_C = 3V$ 试求电压有效值 U 为多少？。

解

方法1：计算法

设电流相量为

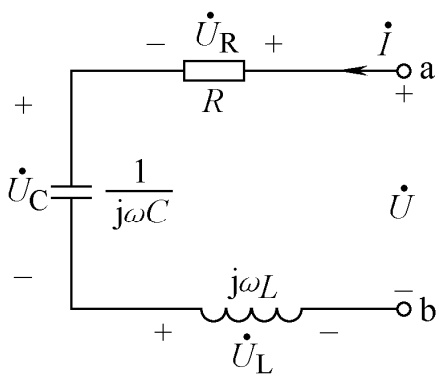
$$\dot{I} = I \angle 0^\circ \quad \text{A}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C + \dot{U}_L$$

$$= (4 + j6 - j3)V = (4 + j3)V = 5 \angle 36.87^\circ \quad \text{V}$$

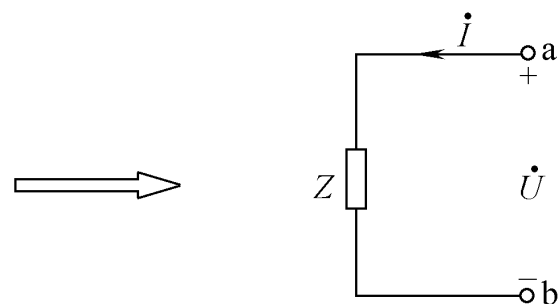
$$\therefore U = 5 \quad \text{V}$$

方法2：相量图法



a)

RLC 串联电路



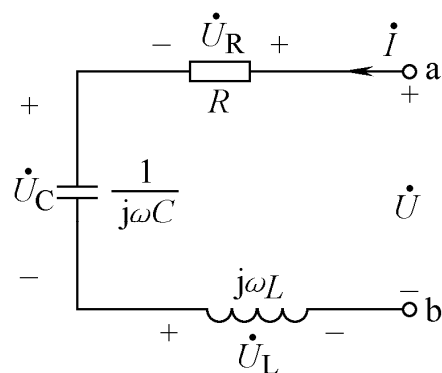
b)

等效阻抗电路

解 $\therefore U = 5 \quad \text{V}$

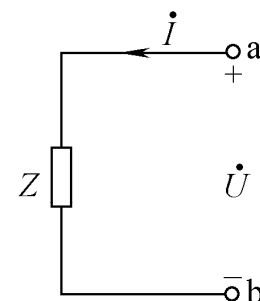
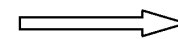
方法2: 相量图法

$$\dot{I} = I \angle 0^\circ \quad \text{A}$$



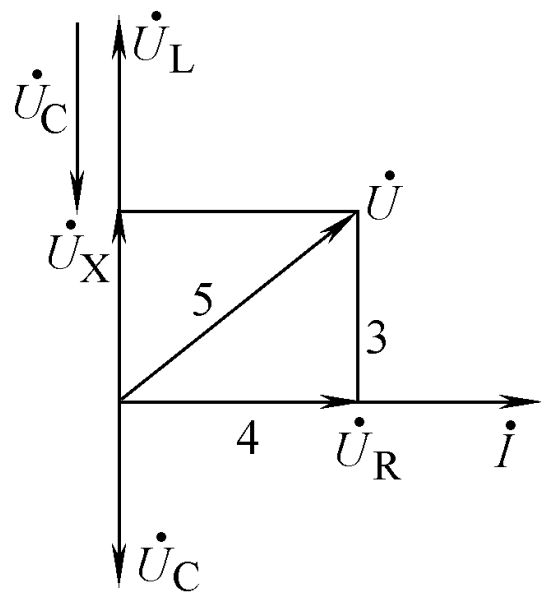
a)

RLC 串联电路



b)

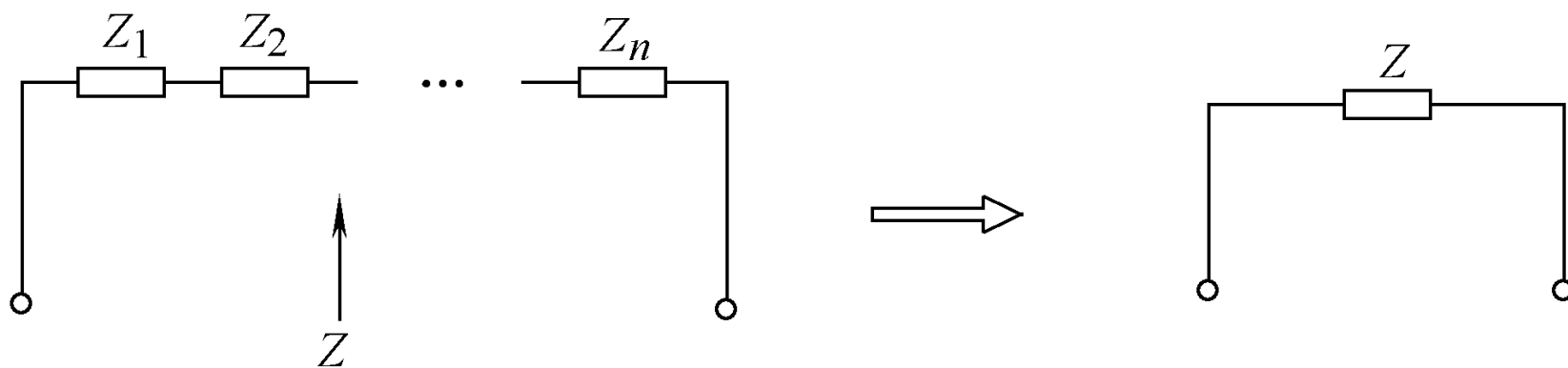
等效阻抗电路



$$U_X = (6 - 3) \text{V} = 3 \quad \text{V}$$

$$U = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{V} = 5 \quad \text{V}$$

结论：阻抗的串联电路计算，在形式上与电阻的串联电路计算相似。对于有 n 个阻抗串联电路，则其等效总阻抗 Z 为

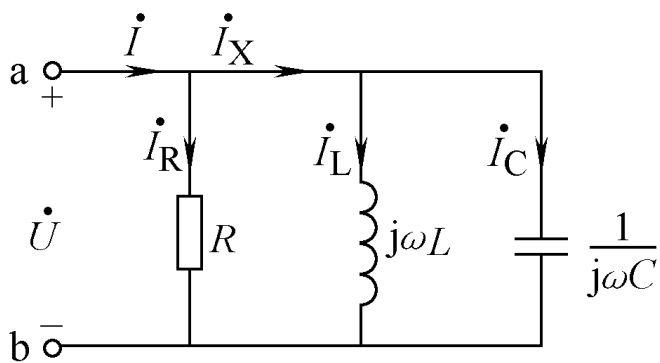


$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n$$

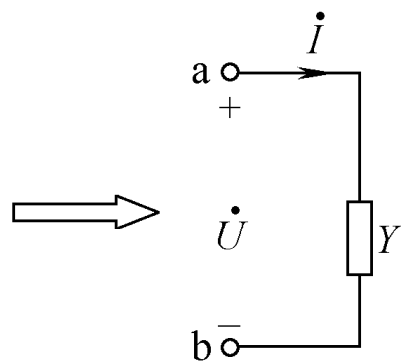


2. 阻抗并联电路

$$\begin{aligned}\dot{I} &= \dot{I}_R + \dot{I}_C + \dot{I}_L \\ &= (G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L})\dot{U} \\ &= (G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})\dot{U} \\ &= (G + jB)\dot{U} = Y\dot{U}\end{aligned}$$



a)



b)

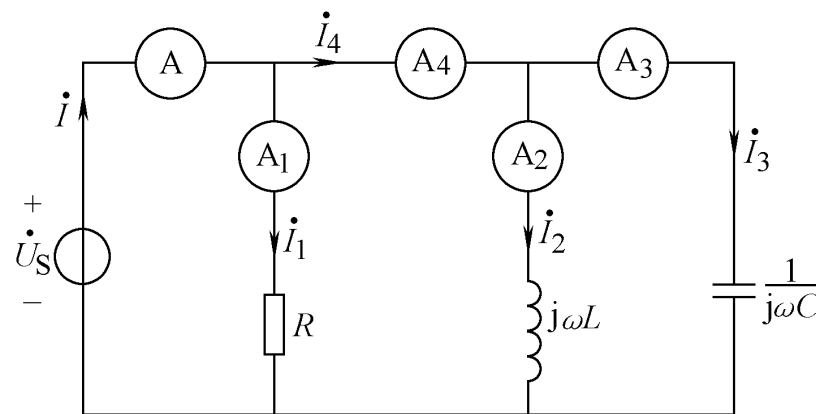
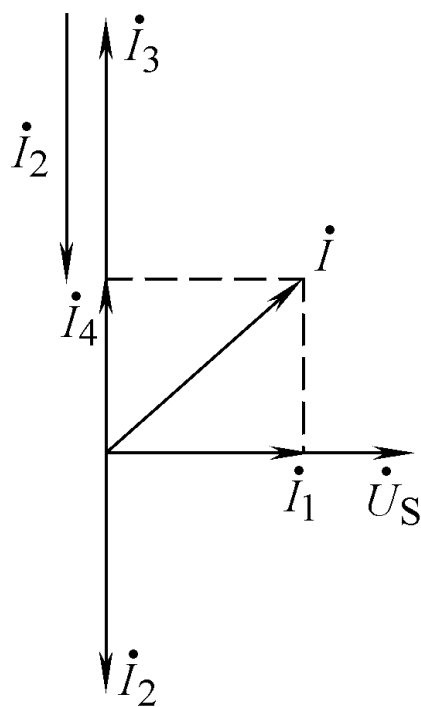
并联电路的等效导纳 Y 为

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

例3-15 已知如图所示电路中电流表读数为：电流表 $A_1=7\text{A}$ 、 $A_2=8\text{A}$ 、 $A_3=15\text{A}$ 。试求电流表A和 A_4 的读数。

解

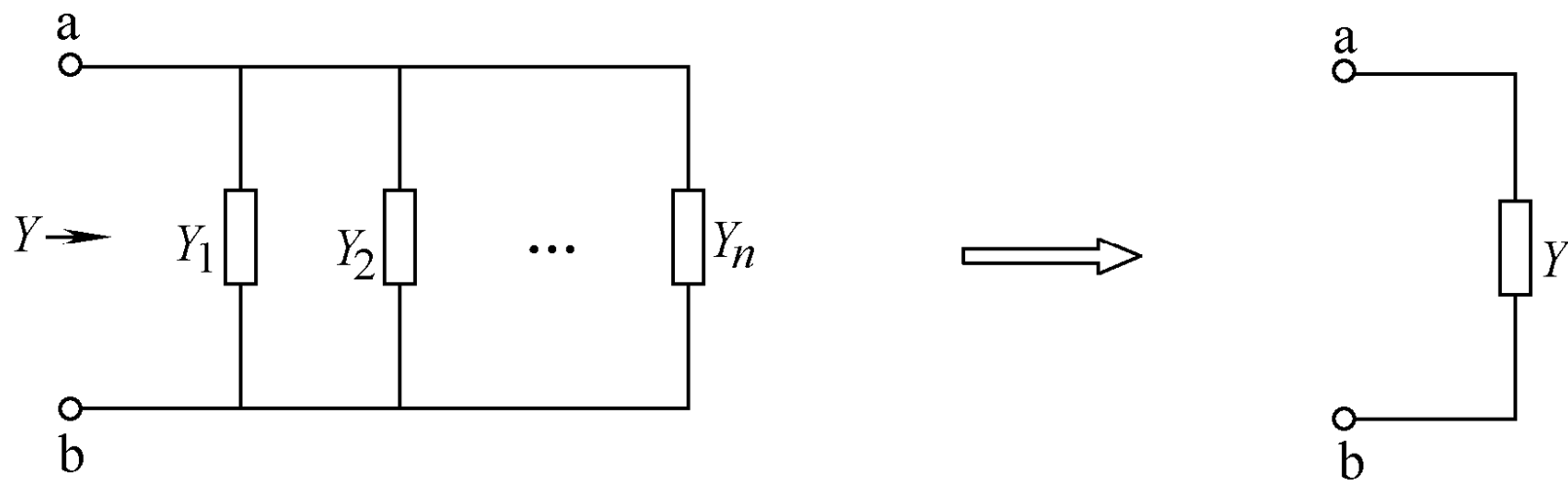
设 $\dot{U}_S = U_S \angle 0^\circ$ V



$$I_4 = (15 - 8)\text{A} = 7 \quad \text{A}$$

$$I = \sqrt{7^2 + 7^2} \text{A} \approx 9.9 \quad \text{A}$$

结论：阻抗的并联电路计算，在形式上与电阻的并联电路计算相似。对于有 n 个导纳并联电路，则其等效总导纳 Y 为：

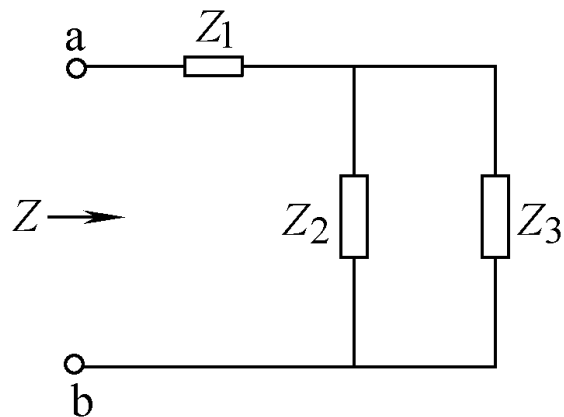


$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$$

例3-16 电路如图所示，已知电路中各阻抗参数，试写出等效阻抗 Z 的表达式。

解

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + Z_2 // Z_3 \\ &= Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \end{aligned}$$





3.4 正弦稳态电路的分析

电路的相量模型仍受到两类线性约束，即相量形式下的元件伏安特性约束和基尔霍夫定律约束。所以，前面所讨论的线性电路的性质、分析方法和线性电路定理等，都有可以直接应用于相量电路模型分析中。

相量模型电路分析时应注意：

- 1) 相量分析的对象必须是正弦稳态电路。
- 2) 由于感抗和容抗的大小与频率有关，所以电路中的信号源必须是同一频率的正弦交流电。如果信号源是多个频率的，则必须利用电路的线性特性（叠加性），用每一个频率的信号源单独作用求其相量解，然后将不同频率的时间函数响应叠加。



例3-21 电路如图a所示, 已知 $Z_1 = Z_2 = (5 - j5)\Omega$,

$$Z_3 = (8 + j10)\Omega, Z_4 = 2\Omega, \dot{U}_{S1} = (3 + j4)V, \dot{U}_{S2} = (8 - j10)V,$$

$$\dot{U}_{S3} = 6\angle 0^\circ V, \dot{I}_S = 3\angle 0^\circ A, \text{ 试用戴维南定理求电路中电压 } \dot{U}_1$$

解

(1) 求开路电压 \dot{U}

$$\dot{U} = \dot{U}_{S1} + \dot{U}_{S2} - \dot{U}_{S3} - Z_2 \dot{I}_S$$

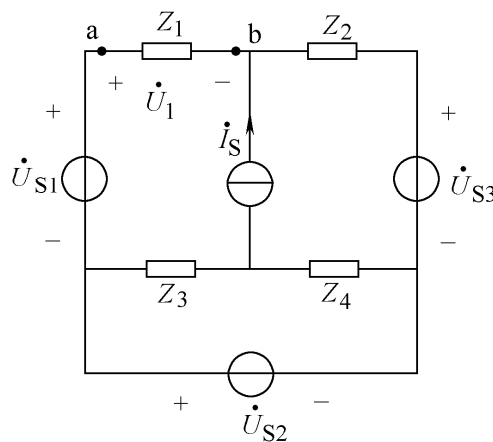
$$= (20 + j9)V$$

$$\approx 21.93\angle 24.23^\circ V$$

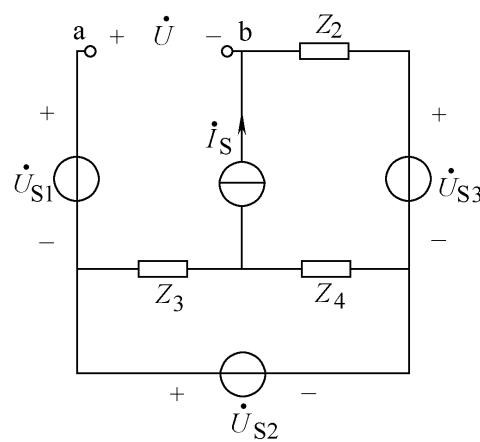
(2) 求等效阻抗 Z_0

$$Z_0 = Z_2 = (5 - j5)\Omega$$

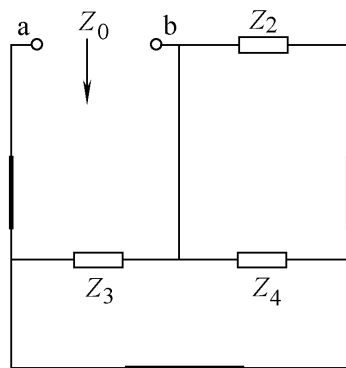
(3) 戴维南等效电路求 \dot{U}_1



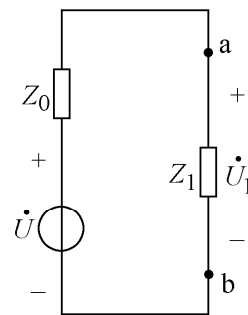
a)



b)



c)



d)

解(1) 求开路电压 \dot{U}

$$\dot{U} = (20 + j9)\text{V}$$

$$\approx 21.93\angle 24.23^\circ \text{V}$$

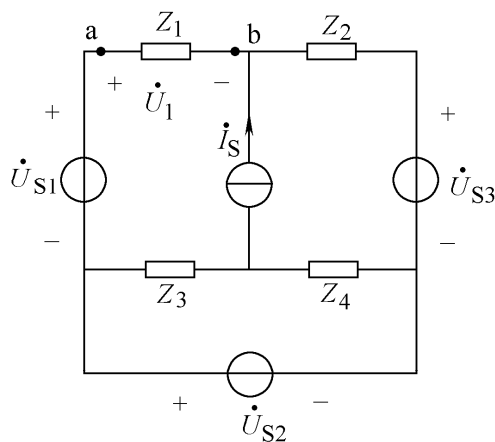
(2) 求等效阻抗 Z_0

$$Z_0 = (5 - j5)\Omega$$

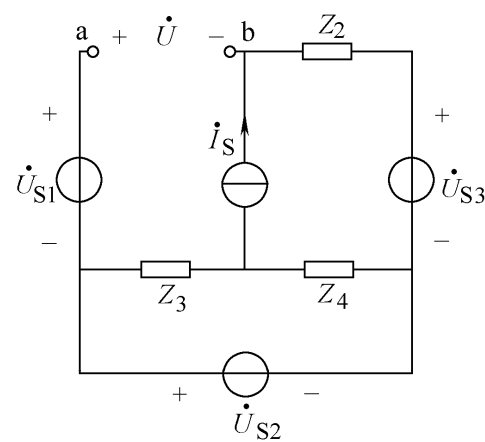
(3) 戴维南等效电路求 \dot{U}_1

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_0 + Z_1} \cdot Z_1 = \frac{\dot{U}}{2}$$

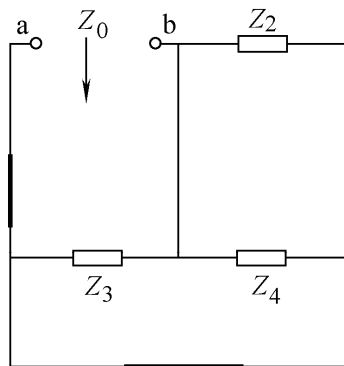
$$\approx 10.96\angle 24.23^\circ \text{V}$$



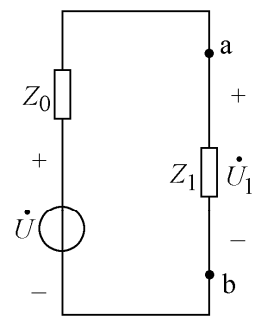
a)



b)



c)



d)

3.5 正弦稳态电路的功率

3.5.1 功率

二端网络 N 为 RLC 无源电路，其正弦稳态电压和电流分别为

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi)$$

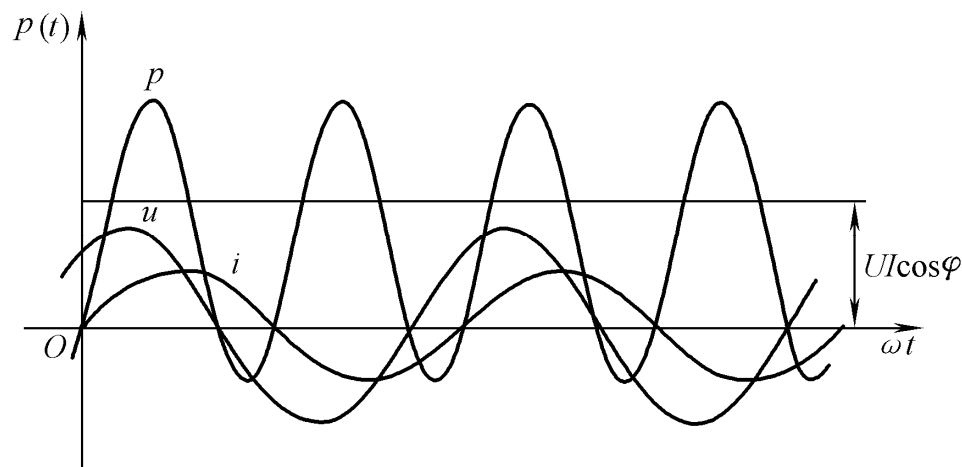
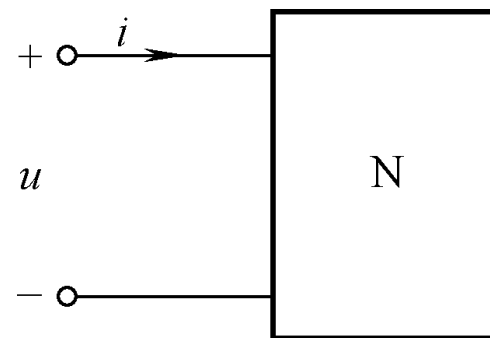
$$i(t) = \sqrt{2}I \sin \omega t$$

1. 瞬时功率

$$p(t) = u(t)i(t)$$

$$= \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sqrt{2}I \sin \omega t$$

$$= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

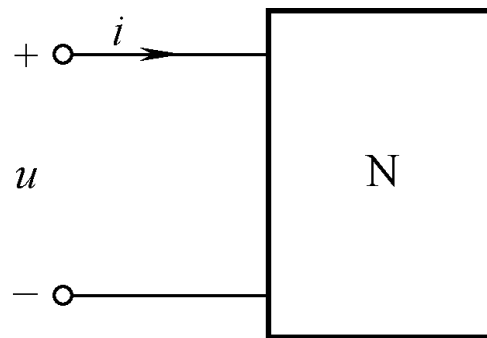




2. 有功功率（平均功率）

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi$$

$\cos \varphi$ 称为功率因数， φ 称为功率因数角。



例3-22 试计算如图所示电路阻抗 Z_1 上的有功功率，。

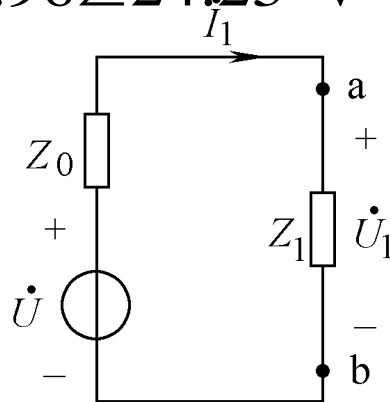
$$Z_0 = (5 - j5)\Omega \quad Z_1 = (5 - j5)\Omega \quad \dot{U} \approx 10.96 \angle 24.23^\circ \text{V}$$

解 $\dot{U}_1 = 10.96 \angle 24.23^\circ$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_1} \approx 1.55 \angle 69.23^\circ$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi$$

$$= [10.96 \times 1.55 \cos(24.23^\circ - 69.23^\circ)] \text{W} \approx 12 \text{W}$$





3. 无功功率

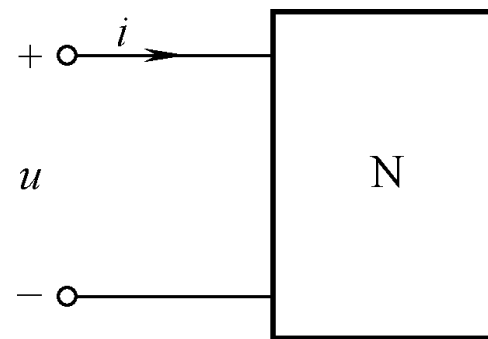
$$Q = UI \sin \varphi$$

当电路为纯电感 L 电路时，有

$$Q = UI \sin \varphi = UI \sin 90^\circ = UI = I^2 X_L = \frac{U^2}{X_L}$$

当电路为纯电容 C 电路时，有

$$Q = UI \sin \varphi = UI \sin(-90^\circ) = -UI = -I^2 X_C = -\frac{U^2}{X_C}$$





4. 视在功率

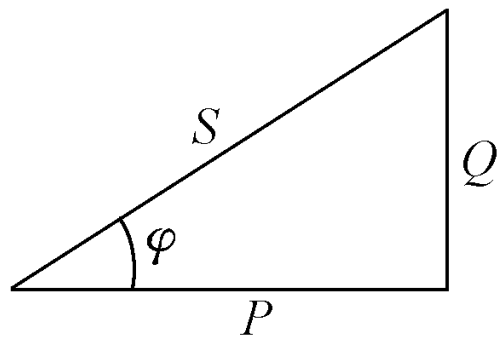
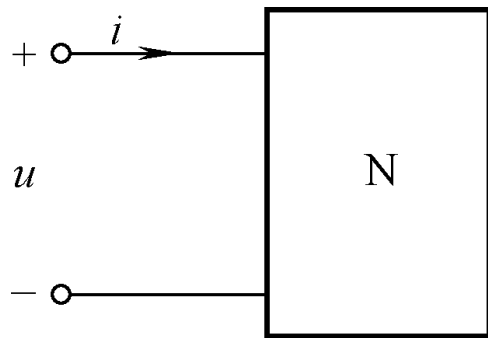
许多电力设备把可能达到的最大有功功率定为设备的容量，称为视在功率。即定义为

$$S = UI$$

根据有功功率 P 、无功功率 Q 、视在功率 S 和功率因数角 ϕ 的定义，可以用功率三角形来表示它们之间的关系。如图所示。

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\lambda = \cos \phi = \frac{P}{S}$$





5. 复功率

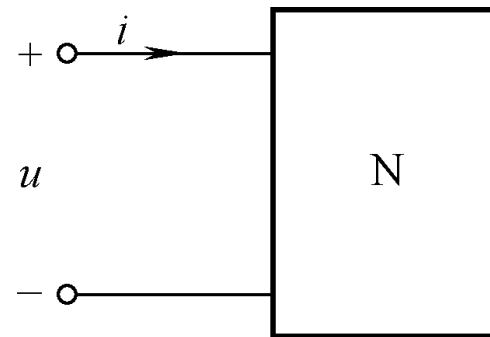
$$\dot{U} = U \angle \varphi_u$$

$$\dot{I} = I \angle \varphi_i$$

则

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^*$$

式中, $\dot{I}^* = I \angle -\varphi_i$



正弦交流电路中, 由于各支路电压满足KVL、各支路电流满足KCL, 可以证明复功率守恒, 即

$$\sum_{k=1}^b \tilde{S}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^b P_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^b Q_k = 0$$



例3-27 电路如图所示。有功率为60W、功率因数为0.5的日光灯（感性）50只与功率为100W的白炽灯60只并联在电压为220V、频率为50Hz的正弦交流电源上。试求电路的有功功率、无功功率和功率因数。

解 日光灯的有功功率为

$$P_{\text{日}} = (60 \times 50) \text{W} = 3000 \text{W}$$

白炽灯的有功功率为

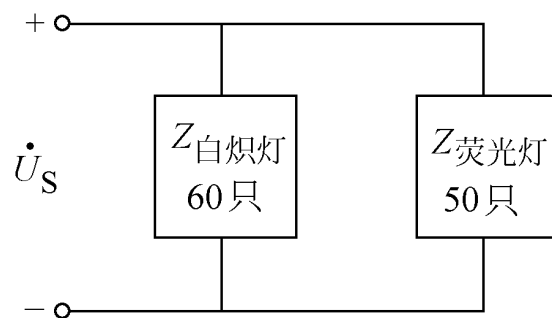
$$P_{\text{白}} = (100 \times 60) \text{W} = 6000 \text{W}$$

电路总有功功率为 $P = P_{\text{日}} + P_{\text{白}} = 9000 \text{W}$

电路的无功功率为

$$Q = P_{\text{日}} \tan \varphi_{\text{日}} = [3000 \times \tan(\arccos 0.5)] \text{var} \approx 5196 \text{var}$$

电路功率因数为 $\lambda = \cos \varphi = \cos \left(\arctan \frac{Q}{P} \right) \approx 0.866$





3.5.2 功率因数的提高

电路的功率因数由负载决定，当功率因数 $\lambda < 1$ 时，电源与负载之间存在能量交换（无功功率），结果使电源设备的容量得不到充分利用，降低了供电设备的利用率，增加了供电传输线上的损耗。因此，在电力系统中，功率因数是一项非常重要的技术指标，供电方对用户方的要求是功率因数越大越好。

例3-29 一个 RL 串联感性负载电路如图所示，已知端电压有效值为 U 、电源频率为 ω ，感性负载上的有功功率为 P 和功率因数为 $\lambda_1 = \cos \varphi_1$ 试求电路功率因数提高到 $\lambda_2 = \cos \varphi_2$ 时所需并联的电容值是多少？

解 设： $\dot{U} = U \angle 0^\circ$

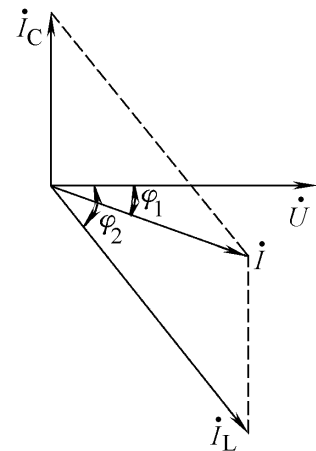
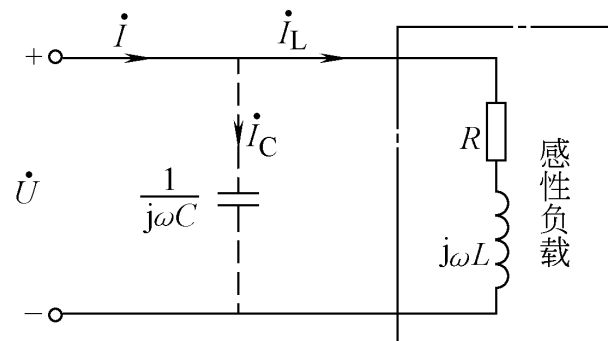
$$\dot{I}_L = I_L \angle -\varphi_1 \quad \dot{I} = I \angle -\varphi_2$$

由相量图得

$$I_C = I_L \sin \varphi_1 - I \sin \varphi_2$$

$$= \frac{P}{U \cos \varphi_1} \sin \varphi_1 - \frac{P}{U \cos \varphi_2} \sin \varphi_2$$

$$\therefore C = \frac{I_C}{\omega U} = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$





例3-30 电路如图所示，已知：端电压 $U = 100\text{V}$ ，

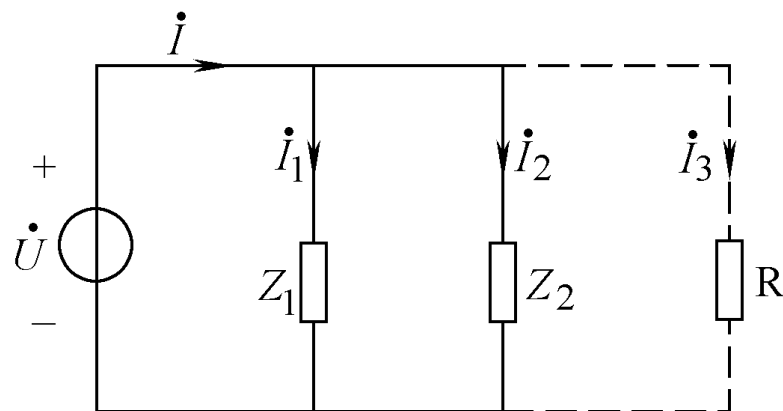
$\omega = 100\text{rad/s}$ ；阻抗 Z_1 的功率因数为 $\lambda_1 = \cos \varphi_1 = 0.8$ ，

电流 $I_1 = 1\text{A}$ ，电流 i_1 超前电压 u ；阻抗 Z_2 的功率因数为

$\lambda_2 = \cos \varphi_2 = 0.5$ 电流 $I_2 = 2\text{A}$ ，电流 i_2 滞后电压 u 。

试求（1）电路的总电流 $i(t)$ 、有功功率 P 、无功功率 Q 、视在功率 S 和功率因数 λ （2）若电源的额定电压为 100V ，额定电流为 40A ，问还能并联多大的电阻？并联电阻后，电路的有功功率和功率因数又是多少？（3）若使原电路的功率因数提高到 0.9 ，需要并联多大的电容？

解





例3-30 已知： $U = 100\text{V}$, $\omega = 1000\text{rad/s}$, 阻抗 Z_1 的 $\lambda_1 = 0.8$, $I_1 = 10\text{A}$, i_1 超前 u ; 阻抗 Z_2 的 $\lambda_2 = 0.5$, $I_2 = 20\text{A}$, i_2 滞后 u 。

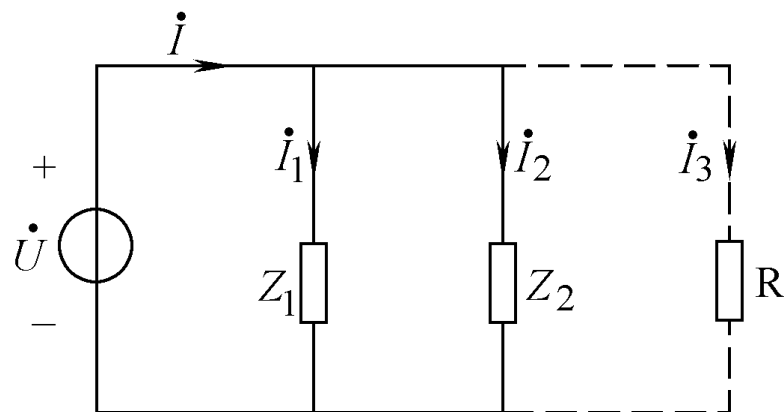
解 (1) 求 $i(t)$ 、 P 、 Q 、 S 和 λ

设 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ$

$$\dot{I}_1 = (10\angle \arccos 0.8)\text{A} = 10\angle 36.87^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_2 = (20\angle -\arccos 0.5)\text{A} = 20\angle -60^\circ\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \approx 21.26\angle -32.17^\circ\text{A}$$



电路的复功率为

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}\dot{I}^* = (100 \times 21.26\angle 32.17)\text{VA} \\ &= (100 \times 21.26\angle 32.17)\text{VA} \approx (1800 + \text{j}1132)\text{VA}\end{aligned}$$

所以得



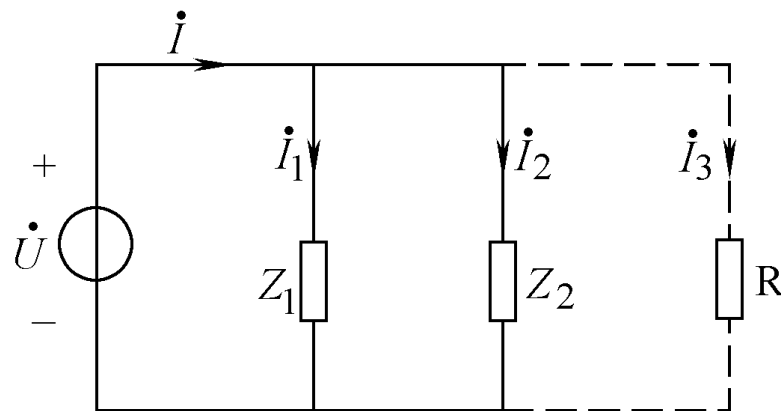
解 (1) 求 $i(t)$ 、 P 、 Q 、 S 和 λ

设 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ$

$$\dot{I} \approx 21.26\angle -32.17^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{S} = (100 \times 21.26\angle 32.17^\circ) \text{ VA}$$

$$\approx (1800 + \text{j}1132) \text{ VA}$$



所以得

$$\left\{ \begin{array}{l} i(t) = 21.26\sqrt{2} \sin(1000t - 32.17^\circ) \text{ A} \\ P = 1800 \text{ W} \\ Q = 1132 \text{ rad/s} \\ S = 2126 \text{ VA} \\ \lambda = \cos 32.17^\circ = 0.846 \end{array} \right.$$

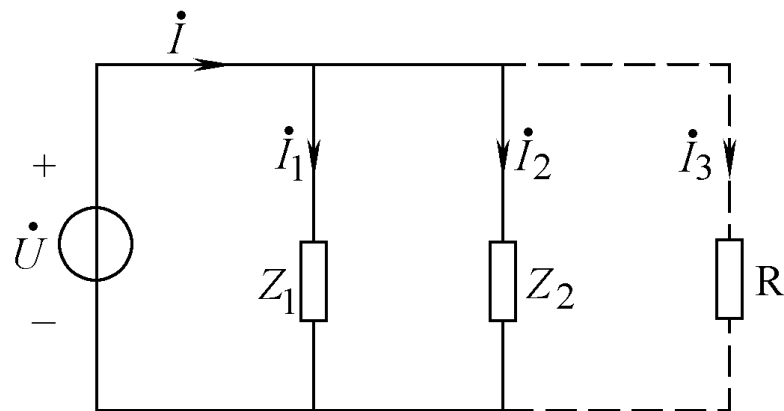


解 (2) 若电源的额定电压为100V，额定电流为40A，求并联 R 及并联 R 后电路的 P 和 λ

电源额定值为

$$U_N = 100\text{V} \quad I_N = 40\text{A}$$

$$S_N = U_N I_N = (100 \times 40)\text{VA} = 4000\text{VA}$$



因电路的无功功率 Q 不变，可得电路的 P 为

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2} = \sqrt{4000^2 - 1132^2}\text{W} \approx 3836.48\text{W}$$

并联的电阻 R 所吸收的有功功率 P_R 为

$$P_R = P - 1800 = 2036.48\text{W}$$

所以并联的电阻 R 值为



解 (2) 求并联 R 及并联 R 后电路的 P 和 λ

$$U_N = 100\text{V} \quad I_N = 40\text{A}$$

$$S_N = U_N I_N = 4000\text{VA}$$

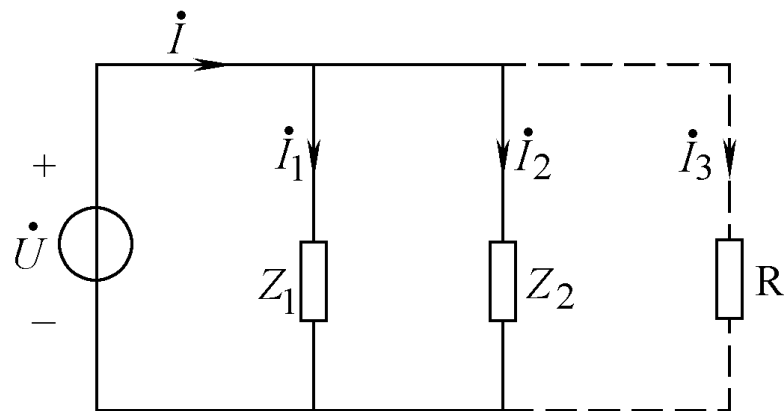
$$P = \sqrt{S^2 - Q^2} \approx 3836.48\text{W}$$

$$P_R = P - 1800 = 2036.48\text{W}$$

所以并联的电阻 R 值为
$$R = \frac{U^2}{P_R} = \left(\frac{100^2}{2036.48} \right) \Omega \approx 4.91\Omega$$

并联电阻 R 后, 电路的功率因数 λ

$$\lambda = \frac{P}{U_N I_N} = \frac{3836.48}{100 \times 40} \approx 0.959$$





解 (3) 若使原电路的功率因数提高到0.9, 求并联的电容 C 值

$$\varphi_1 \approx 32.17^\circ$$

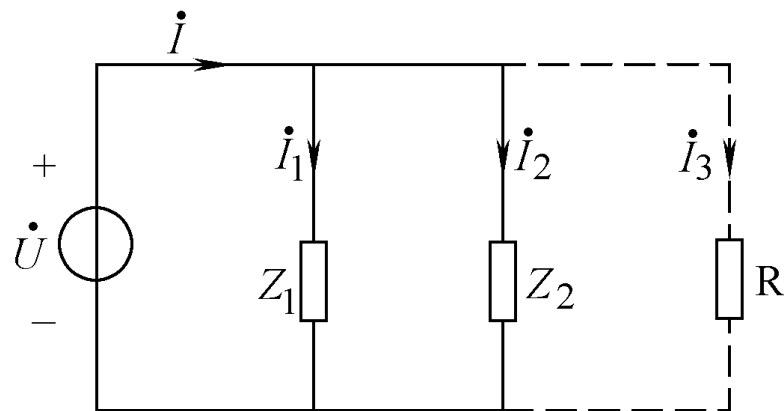
并联电容 C 后:

$$\varphi_2 \approx 25.84^\circ$$

所以并联电容 C 为

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$= \left[\frac{1800}{1000 \times 100^2} (\tan 32.17^\circ - \tan 25.84^\circ) \right] \mu\text{F} \approx 26.04 \mu$$



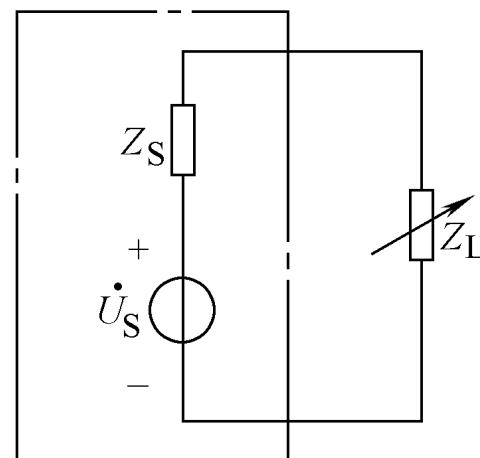


3.5.3 最大功率传输

当负载阻抗 Z_L 等于信号源内阻抗 Z_S 的共轭复数（ $Z_L = Z_S^*$ ）时，负载能从信号源中吸收到最大的平均功率。

负载获得的最大有功功率为

$$P_{L\max} = \frac{U^2}{4R_S}$$





3.6 谐振

3.6.1 串联谐振

1. 串联谐振电路

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

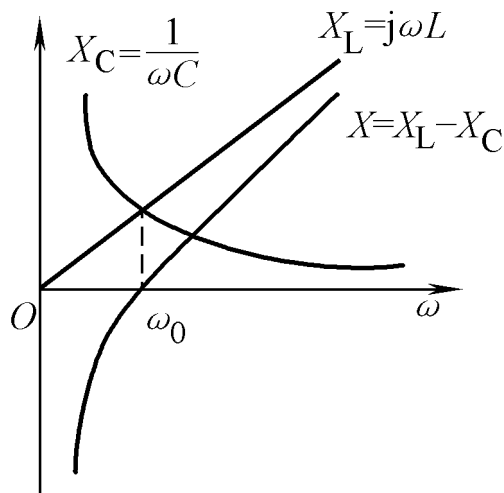
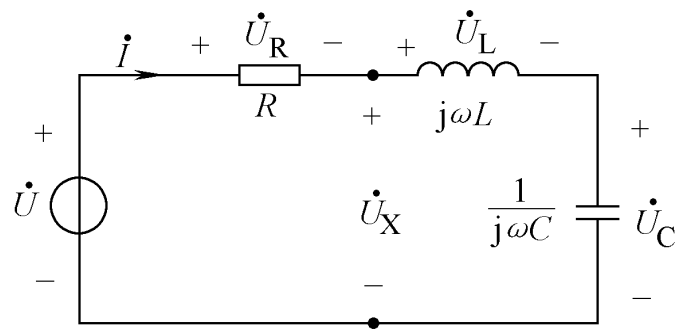
发生串联谐振的条件为：

$$X = X_L - X_C = 0$$

$$j\omega_0 L + \frac{1}{j\omega_0 C} = 0$$

谐振角频率为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$





2. 串联谐振的特征

(1) 阻抗最小、电压 u 与电流 i 同相位, $\cos \varphi = 1$

(2) L 与 C 的能量关系

$$Q = Q_L + Q_C = 0$$

(3) 品质因素 Q

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$



3.6.2 并联谐振

1. 并联谐振电路

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + j(B_C - B_L) = G + jB$$

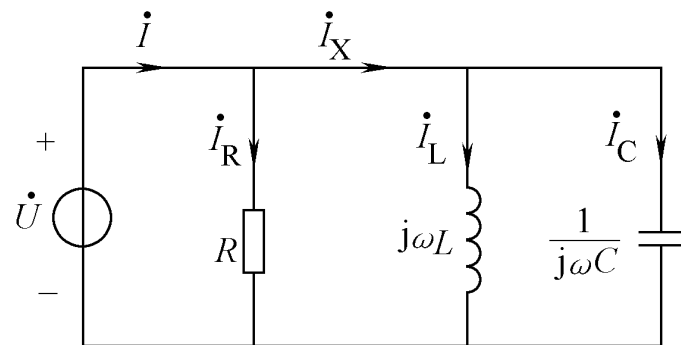
发生并联谐振的条件为：

$$B = \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

谐振角频率为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

2. 并联谐振的特征





3.6.2 并联谐振

2. 并联谐振的特征

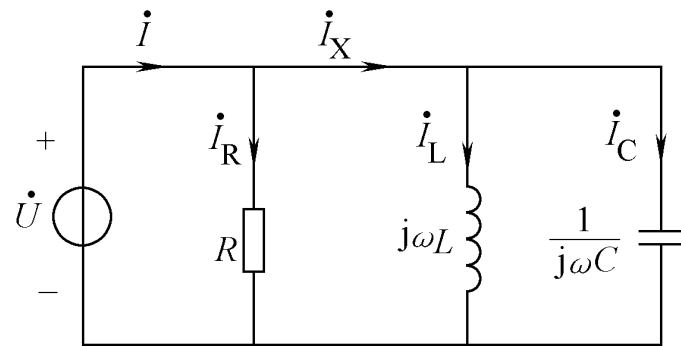
(1) 导纳最小、电压 u 与电流 i 同相位， $\cos \varphi = 1$

(2) L 与 C 的能量关系

$$Q = Q_L + Q_C = 0$$

(3) 品质因素 Q

$$Q = \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I}$$





例3-33 电路如图所示。已知： $u(t) = 200\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V}$
 $L = 0.2 \text{ H}$, $L_3 = 0.1 \text{ H}$, $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$, $R = R_1 = 50 \Omega$, 试求调节电压信号源的频率 ω , 使电流有效值 I_4 为零时电流 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$ 、 $i_3(t)$ 。

解 $\dot{U} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$

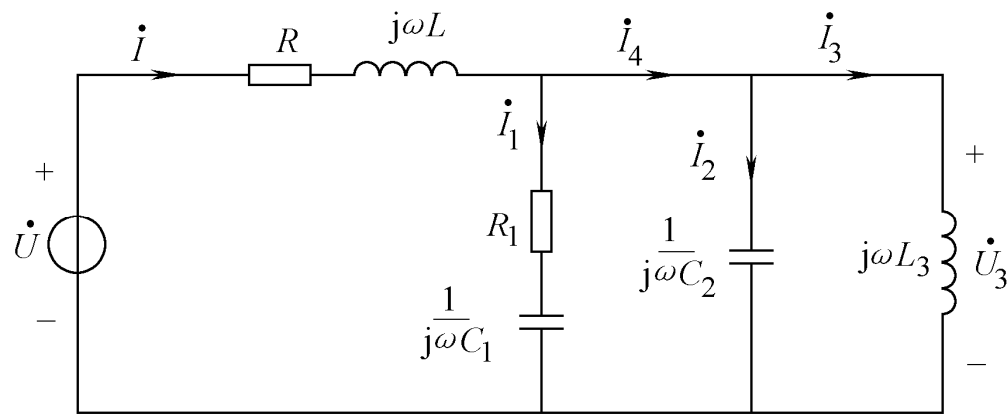
$$\because I_4 = 0$$

谐振频率 ω_0 为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_2}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

故

$$\dot{I} = \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{(R + R_1) + j(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_1})} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$$





解 $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$

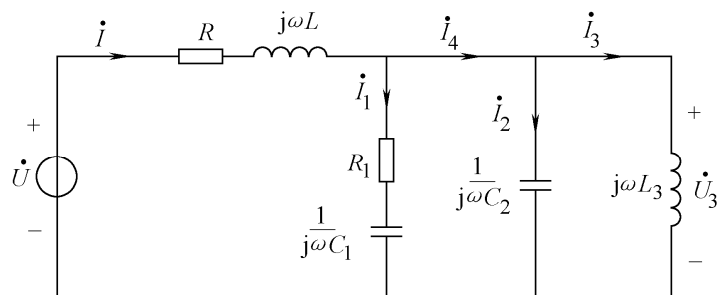
$$\dot{I} = \dot{I}_1 = 2\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_1 \left(R_1 - j \frac{1}{\omega_0 C_1} \right) = 412\angle -76^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_2 = j\omega_0 C_2 \dot{U}_3 = 4.12\angle 14^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{j\omega_0 L_3} = 4.12\angle -166^\circ \text{ A}$$

所以
$$\begin{cases} i_1 = 2\sqrt{2} \sin 1000t \text{ A} \\ i_2 = 4.14\sqrt{2} \sin(1000t + 14^\circ) \text{ A} \\ i_3 = 4.14\sqrt{2} \sin(1000t - 166^\circ) \text{ A} \end{cases}$$





小 结

一、正弦量与相量

1. 正弦量

1) 一个正弦量可由三要素确定。

U 为有效值 ($U_m = \sqrt{2}U$ 为最大值)

ω 为角频率

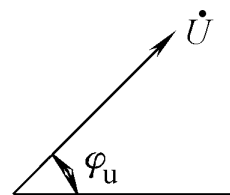
φ_u 为初相位

2. 正弦量的相量形式

1) 相量式

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u) \longleftrightarrow \begin{cases} \dot{U} = U \angle \varphi_u \\ \dot{U}_m = \sqrt{2}U \angle \varphi_u \end{cases}$$

2) 相量图



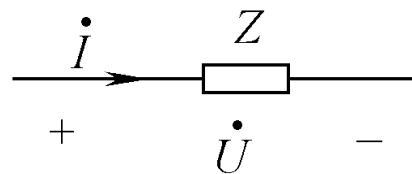
2. 基尔霍夫定律的相量形式

$$\text{KVL} \quad \sum \dot{U} = 0 \quad \sum \dot{U}_{\text{m}} = 0$$

$$\text{KCL} \quad \sum \dot{I} = 0 \quad \sum \dot{I}_{\text{m}} = 0$$

3. 阻抗

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + \text{j}X = |Z| \angle \varphi_Z$$





三、正弦稳态电路的分析

1. 相量式分析法

- 1) 由时域电路图作相量电路图;
- 2) 运用线性电路的各种分析方法和电路定理, 以相量形式分析相量电路。

2. 相量图分析法

运用元件上电压与电流的相位关系, 用作相量图法分析相量电路。



四、正弦稳态电路的功率及功率因数

1. 功率

1) 瞬时功率 $p(t) = u(t)i(t)$

2) 有功功率 $P = UI \cos \varphi$

3) 无功功率 $Q = UI \sin \varphi$

4) 视在功率 $S = UI$

5) 复功率 $\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = P + jQ = S\angle\varphi$

注意：视在功率不守恒，即

$$\sum P_k = 0$$

$$\sum Q_k = 0$$

$$\sum \tilde{S}_k = 0$$

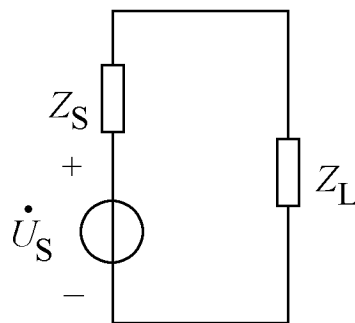
$$\sum S \neq 0$$



6) 最大功率传输

如图所示电路中，当满足
获得最大功率。

$Z_L = Z_S^*$ 条件时，负载 Z_L



2. 功率因数提高

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$



五、谐振电路

谐振电路中的电压与电流同相。

1. 串联谐振

1) 发生串联谐振的条件为：串联电路的阻抗 Z 的虚部为零，即 $Z = R$

2) 在满足谐振条件下，电路的频率为串联谐振频率 ω_0

2. 并联谐振

1) 发生并联谐振的条件为：并联电路的导纳 Y 的虚部为零，即 $Y = G$

2) 在满足谐振条件下，电路的频率为并联谐振频率 ω_0



第4章 三相电路分析

4.1 三相电路的基本概念

4.2 对称三相电路分析

4.3 对称三相电路的功率

4.4 不对称三相电路

4.5 安全用电

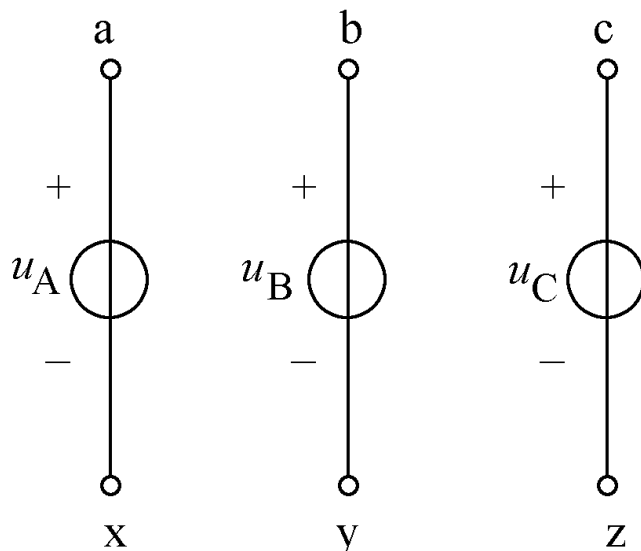


4.1 三相电路的基本概念

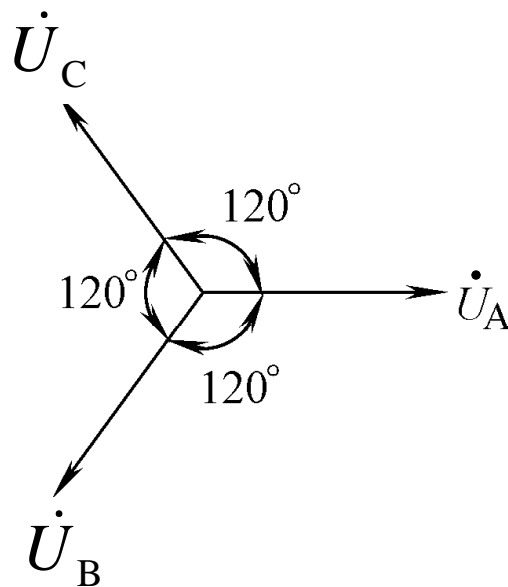
4.1.1 对称三相电源

对称三相电源 三相制电源是由三个频率相同、幅值相等、相位差均为 120° 的正弦交流电压源组成，简称为三相电源。

设A相电源为参考正弦量，则有



a)



b)



4.1.1 对称三相电源

$$\begin{cases} u_A = \sqrt{2}U \sin \omega t \\ u_C = \sqrt{2}U \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_B = \sqrt{2}U \sin(\omega t + 120^\circ) \end{cases}$$

电压的相量式为

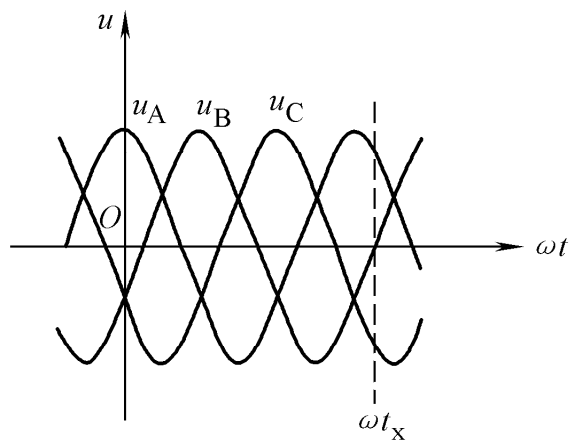
$$\begin{cases} \dot{U}_A = U \angle 0^\circ \\ \dot{U}_C = U \angle -120^\circ \\ \dot{U}_B = U \angle 120^\circ \end{cases}$$

4.1.1 对称三相电源

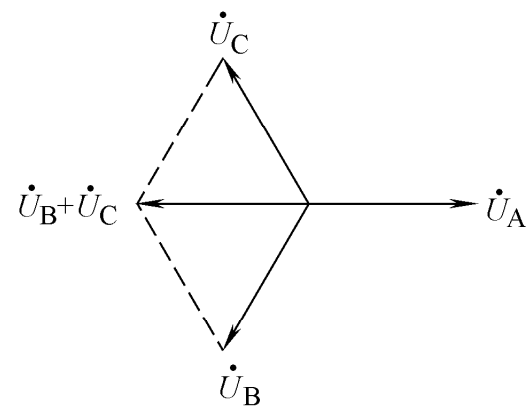
$$\begin{cases} \dot{U}_A = U \angle 0^\circ \\ \dot{U}_C = U \angle -120^\circ \\ \dot{U}_B = U \angle 120^\circ \end{cases}$$

一组对称的三相正弦量（电压或电流）之和为零。即

$$\begin{cases} u_A + u_B + u_C = 0 \\ \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$



a)



b)



4.1.2 对称三相电源的相序

相序 三相电压达到最大值或零值的次序称为相序。

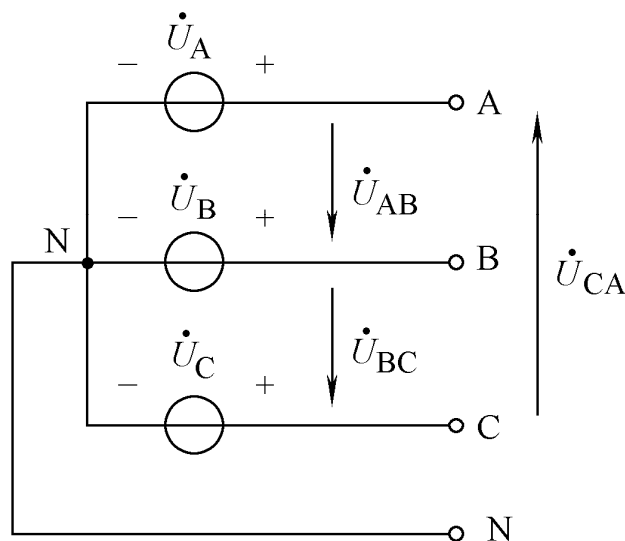
相电压达到最大值的次序为A-B-C，称为正相序

相电压达到最大值的次序为A-C-B，称为负相序

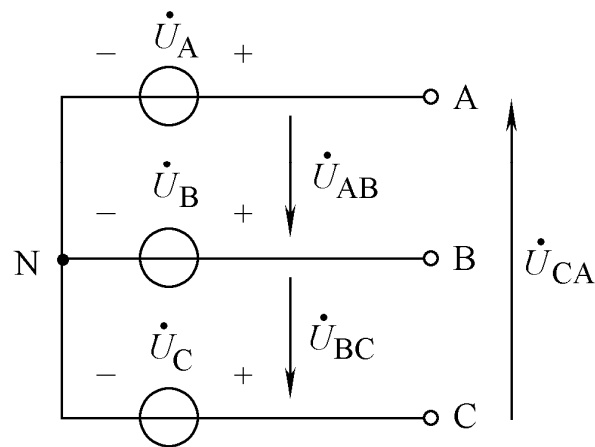
4.1.3 对称三相电源的联接

1. 星形联接

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \end{cases}$$



a)



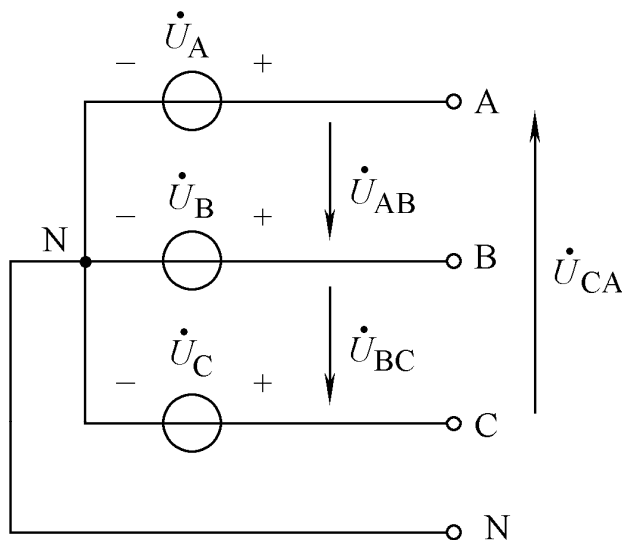
b)



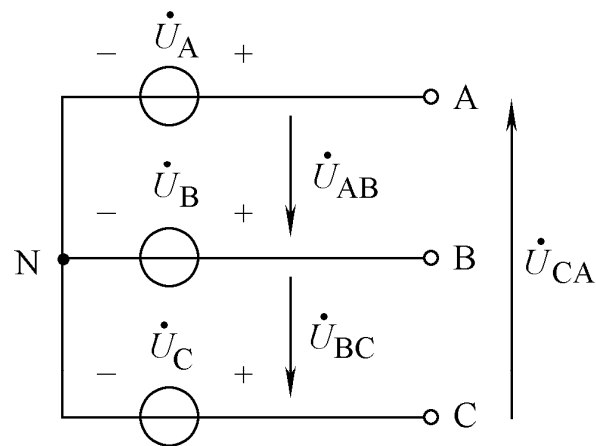
4.1.3 对称三相电源的联接

1. 星形联接

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \end{cases}$$

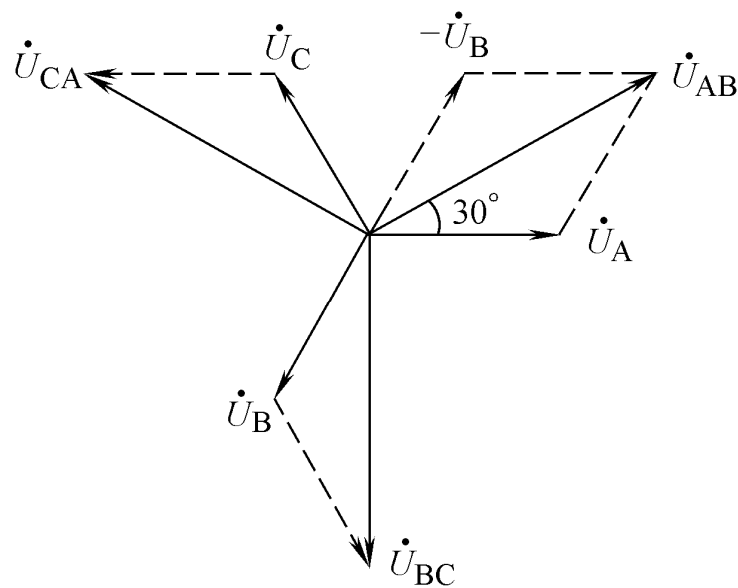


a)



b)

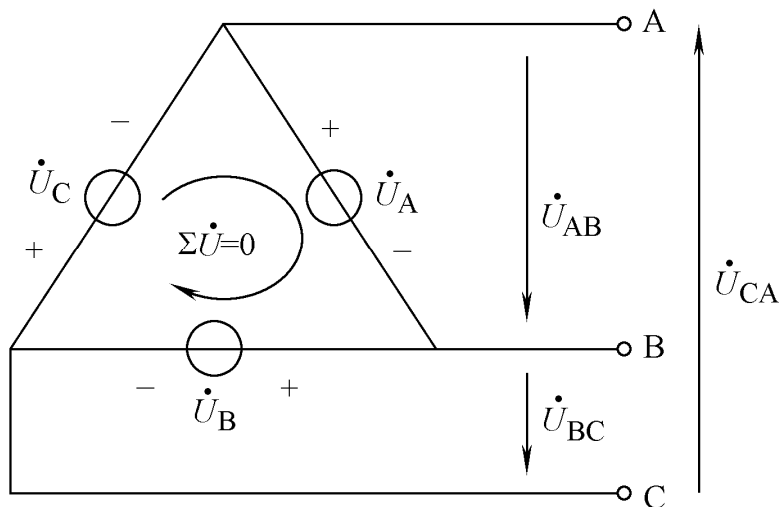
$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B \angle 30^\circ = \dot{U}_{AB} \angle -120^\circ \\ \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C \angle 30^\circ = \dot{U}_{AB} \angle 120^\circ \end{cases}$$



4.1.3 对称三相电源的联接

2. 三角形联接

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = \dot{U}_A \angle -120^\circ \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = \dot{U}_A \angle 120^\circ \end{cases}$$



$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$



4.1.4 三相负载

三相负载可以联接成Y形与 Δ 形两种方式。

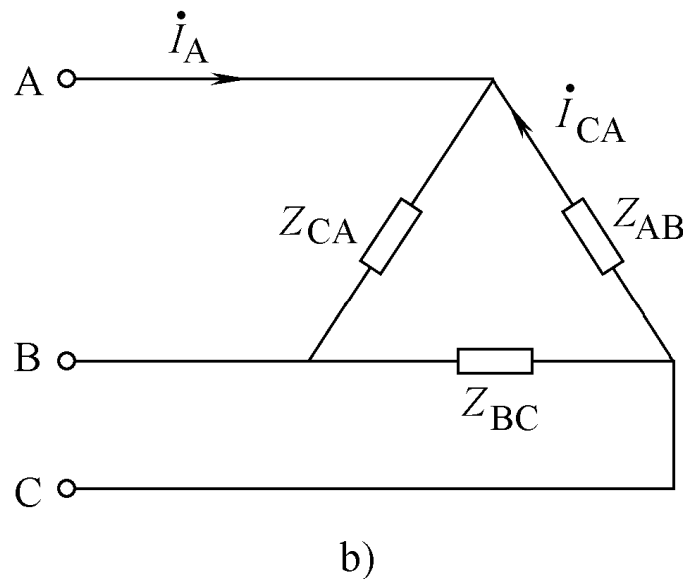
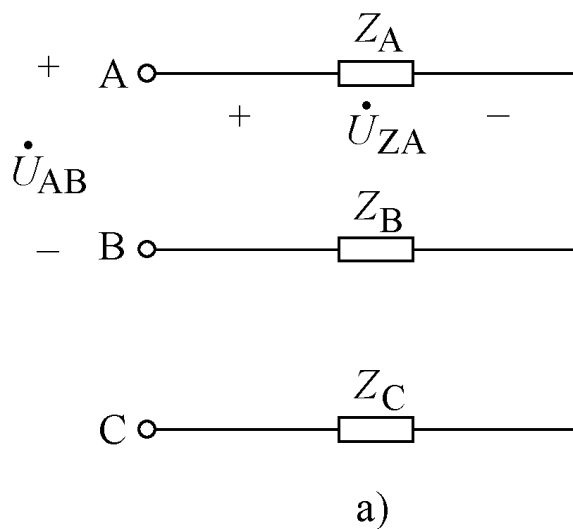
当三相负载阻抗相同时，称为对称负载。

对称三相电源与对称三相负载相联接，所构成的电路称为对称三相电路。

如负载不相等，则称为不对称三相电路。

4.1.4 三相负载

对称负载的阻抗关系为



$$\begin{cases} Z_A = Z_B = Z_C = Z_Y \\ Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_{\Delta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{\Delta} = 3Z_Y \\ Z_Y = \frac{1}{3}Z_{\Delta} \end{cases}$$



在对称三相电路中：

每相负载的端电压，称为负载相电压；

每相负载中流过的电流，称为负载相电流；

火线与火线之间的电压，称为线电压；

火线中流过的电流，称为线电流。



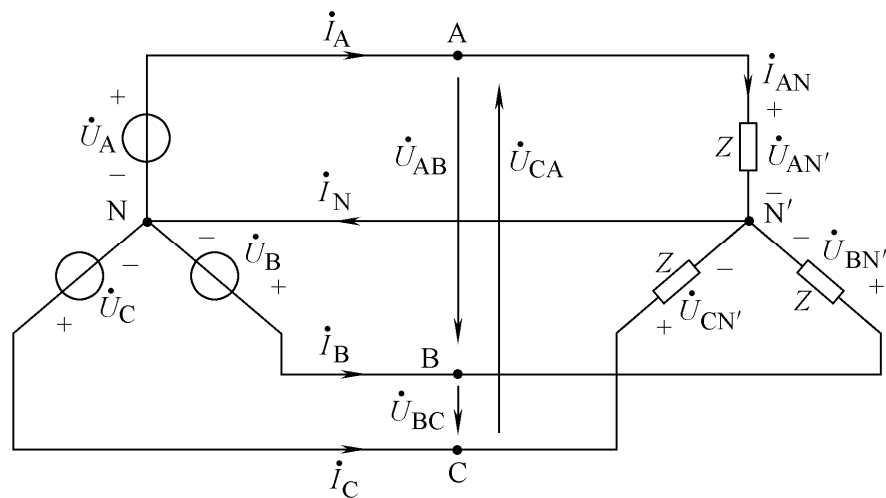
4.2 对称三相电路分析

4.2.1 对称星形（Y）联接

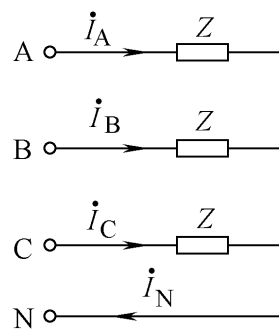
1. 电流特性

$$\begin{cases} \dot{U}_A = U_P \angle 0^\circ \\ \dot{U}_B = U_P \angle -120^\circ \\ \dot{U}_C = U_P \angle 120^\circ \end{cases}$$

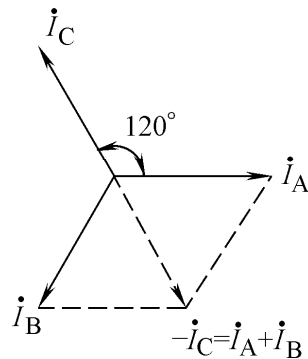
$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{AN'} = \frac{\dot{U}_A}{Z} = I_A \angle \varphi_A \\ \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = I_B \angle \varphi_B = I_A \angle (\varphi_A - 120^\circ) \\ \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z} = I_C \angle \varphi_C = I_A \angle (\varphi_A + 120^\circ) \end{cases}$$



a)



b)



c)



1. 电流特性

$$\begin{cases} \dot{I}_A = I_A \angle \varphi_A \\ \dot{I}_B = I_A \angle (\varphi_A - 120^\circ) \\ \dot{I}_C = I_A \angle (\varphi_A + 120^\circ) \end{cases}$$

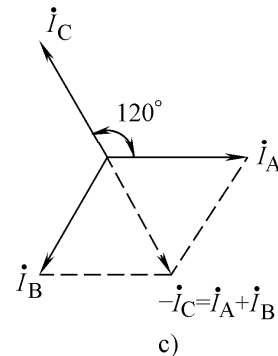
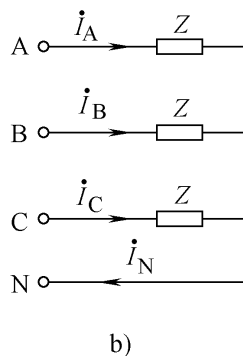
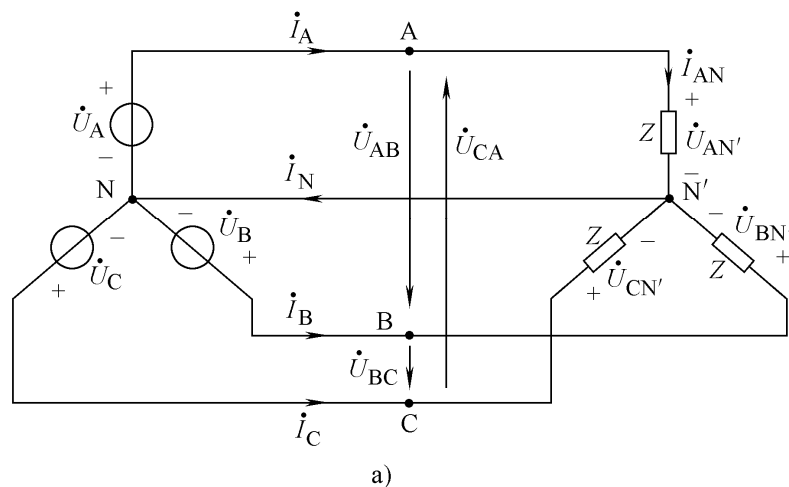
1) 线电流等于对应的相电流。

2) 相电压对称，则相电流也对称。

3) 中线里没有电流，中线

可以省略，可联接成三相三线制Y—Y电路。中线电流为零，即 $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$

4) Y—Y对称电路的电流分析，可以根据中线电流为零的特点，三相电路简化为单相电路计算。





2. 电压特性

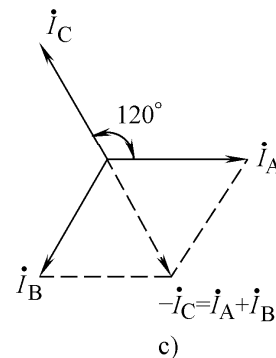
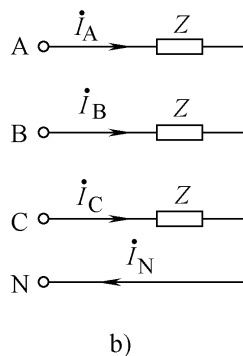
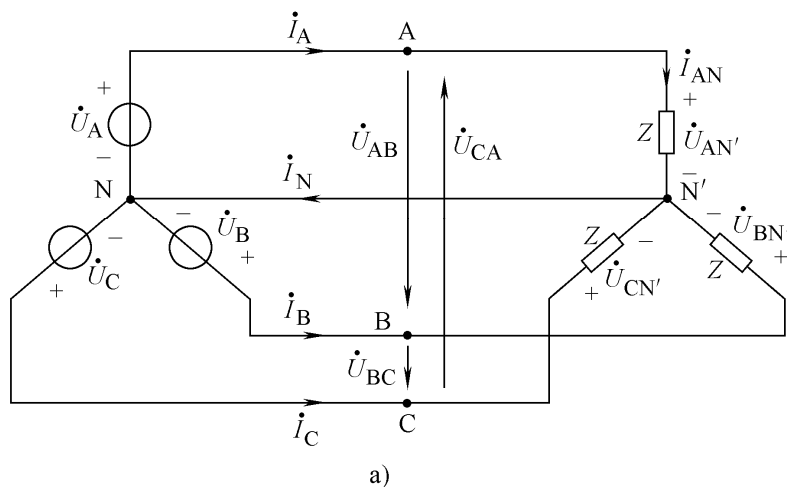
$$\begin{aligned}
 \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B \\
 &= U_P \angle 0^\circ - U_P \angle -120^\circ \\
 &= \sqrt{3} U_P \angle 30^\circ = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ \\
 &= U_l \angle 30^\circ
 \end{aligned}$$

同理

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3} \dot{U}_B \angle 30^\circ = U_l \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \dot{U}_C \angle 30^\circ = U_l \angle 150^\circ$$

式中， U_l 表示线电压的有效值， U_p 表示相电压有效值。





2. 电压特性

$$\dot{U}_{AB} = U_l \angle 30^\circ$$

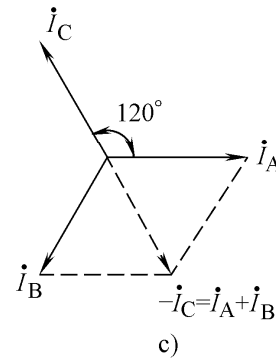
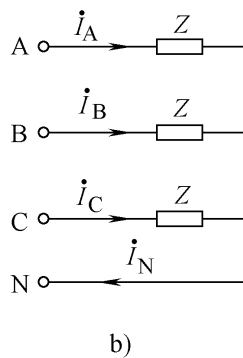
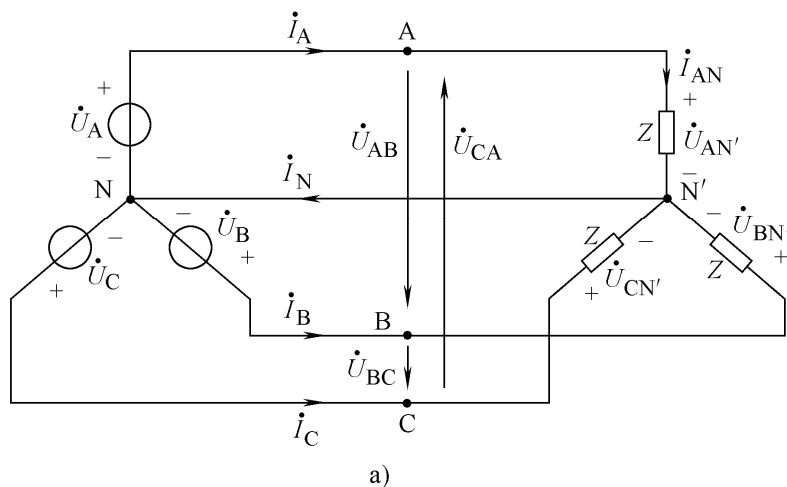
$$\dot{U}_{BC} = U_l \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = U_l \angle 150^\circ$$

1) $U_l = \sqrt{3}U_p$

2) 线电压相位超前所对应的相电压的相位 30°

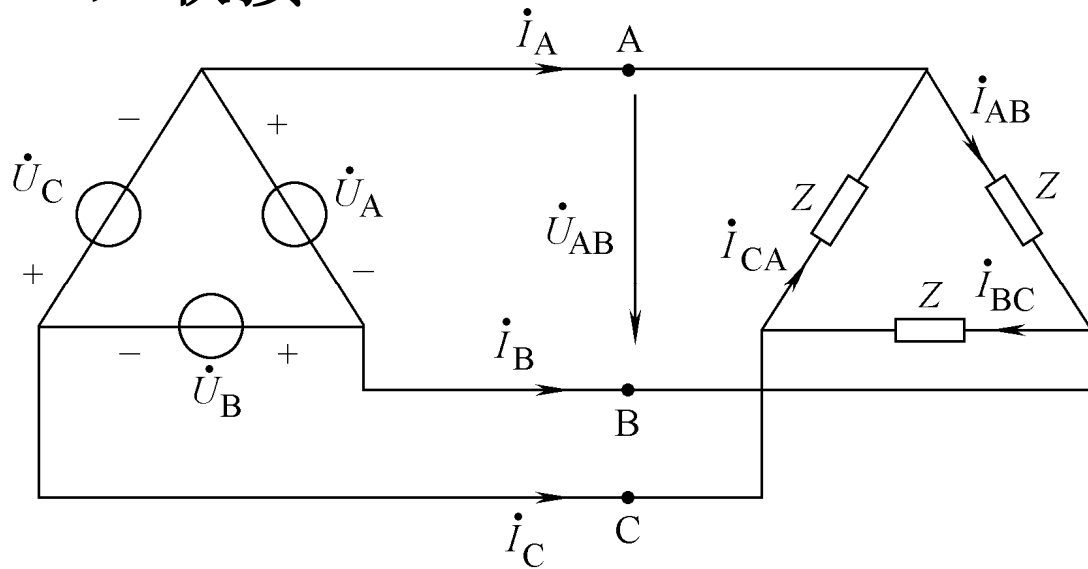
3) 相电压对称，则线电压也对称。





4.2.2 对称三角形（ Δ ）联接

1. 电压特性



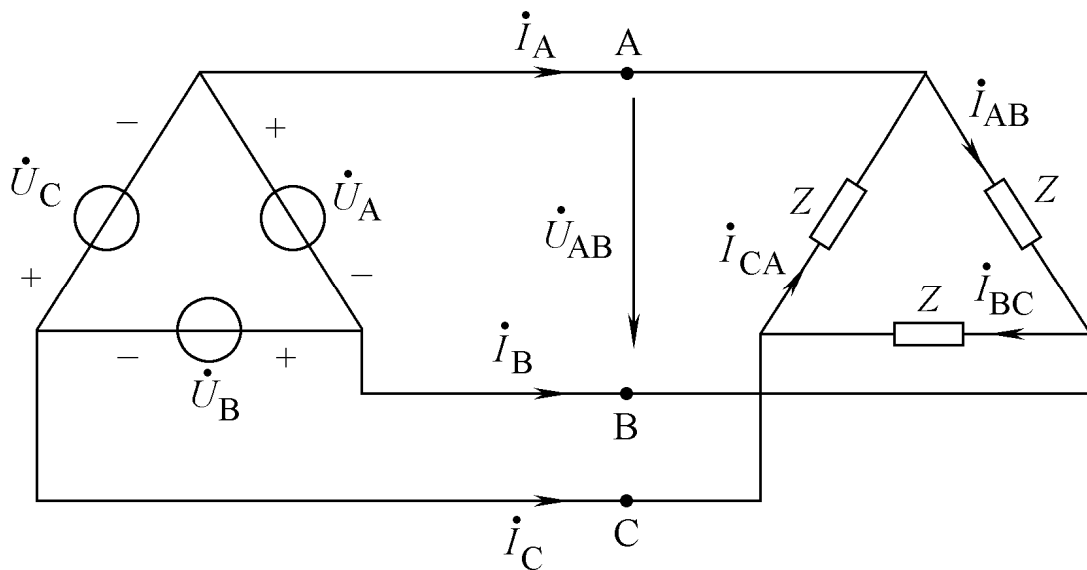
$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A = U_A \angle 0^\circ \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = U_A \angle -120^\circ \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = U_A \angle 120^\circ \end{cases}$$

- 1) 线电压等于对应的相电压。
- 2) 相电压对称，则线电压也对称。



2. 电流特性

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = U_A \angle 0^\circ \\ \dot{U}_{BC} = U_A \angle -120^\circ \\ \dot{U}_{CA} = U_A \angle 120^\circ \end{cases}$$



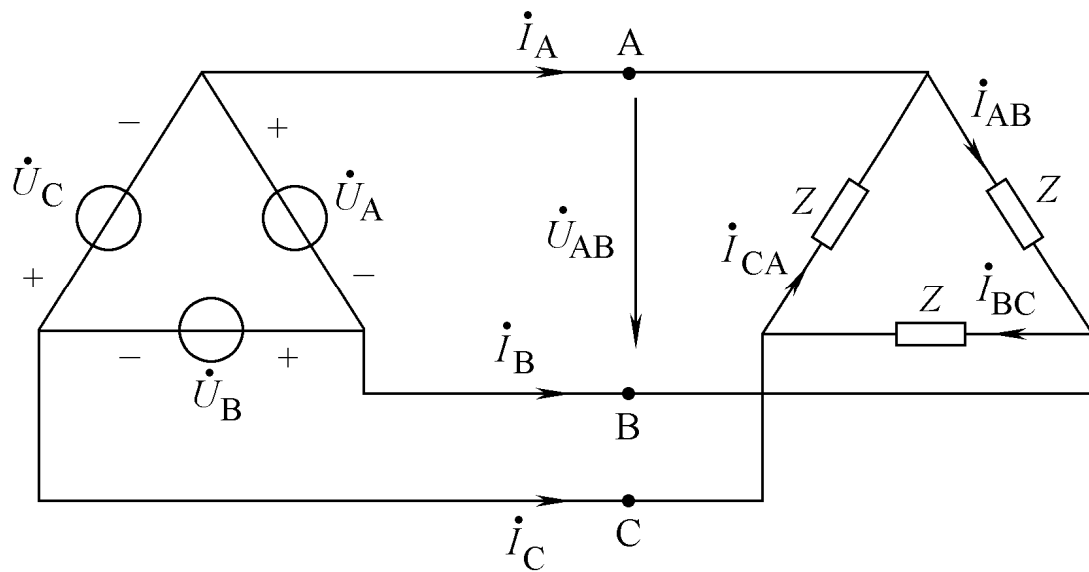
$$\begin{cases} \dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{U_l \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi_Z} = I_{AB} \angle -\varphi_Z = I_P \angle -\varphi_Z \\ \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{U_l \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi_Z} = I_P \angle (-120^\circ - \varphi_Z) = \dot{I}_{AB} \angle -120^\circ \\ \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = I_P \angle (120^\circ - \varphi_Z) = \dot{I}_{AB} \angle 120^\circ \end{cases}$$

2. 电流特性

$$\begin{cases} \dot{I}_{AB} = I_P \angle -\varphi_Z \\ \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{AB} \angle -120^\circ \\ \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} \angle 120^\circ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \\ &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{AB} \angle 120^\circ \\ &= \dot{I}_{AB} (1 - \angle 120^\circ) \\ &= \dot{I}_{AB} [1 - (\cos 120^\circ + \sin 120^\circ)] \\ &= \sqrt{3} \dot{I}_{AB} \angle -30^\circ \end{aligned}$$

$$\text{同理} \quad \dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{BC} \angle -30^\circ \quad \dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{CA} \angle -30^\circ$$

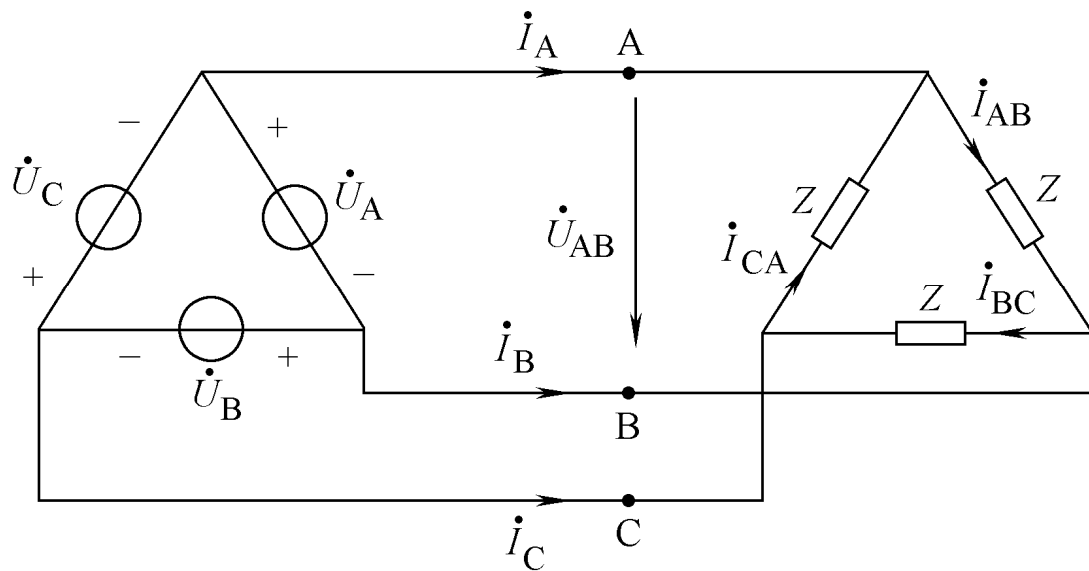


2. 电流特性

$$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3}\dot{I}_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3}\dot{I}_{CA} \angle -30^\circ$$



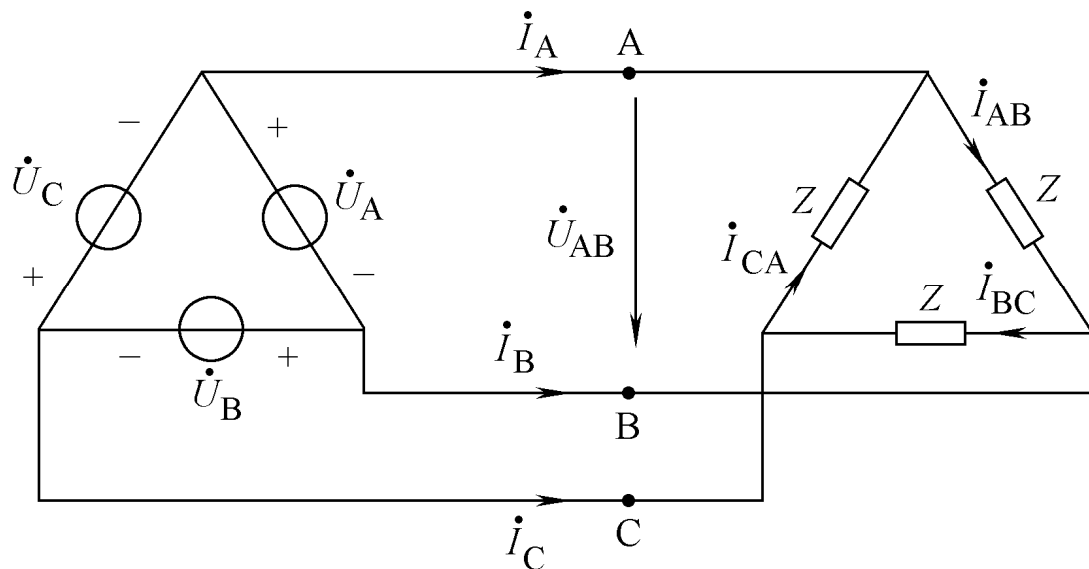
则三相线电流之间的关系为

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = I_l \angle -30^\circ \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = I_l \angle -150^\circ \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = I_l \angle 90^\circ \end{cases}$$

1) 相电流

2. 电流特性

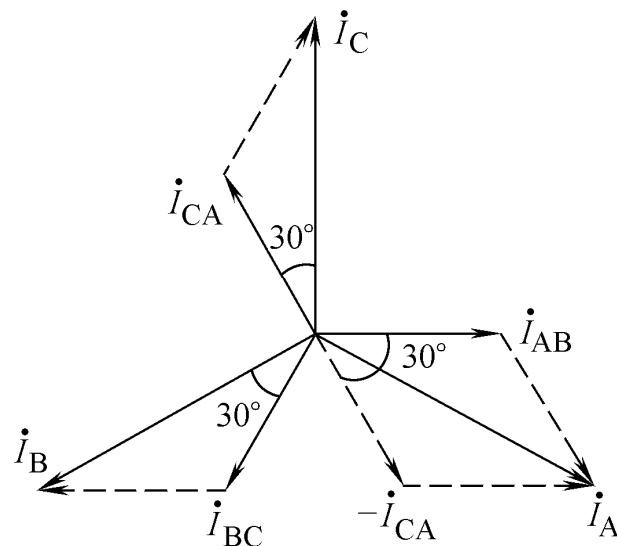
$$\begin{cases} \dot{I}_A = I_l \angle -30^\circ \\ \dot{I}_B = I_l \angle -150^\circ \\ \dot{I}_C = I_l \angle 90^\circ \end{cases}$$



1) 相电流对称，线电流也对称。

2) $I_l = \sqrt{3}I_P$

3) 线电流相位滞后所对应的相电流的相位 30°





4.2.3 对称三相电路的计算

例4-1 电路如图4-10所示，已知对称三相电路的Y形负载阻抗为 $Z = (4 + j6)\Omega$ 导线阻抗为 $Z_L = (2 + j2)\Omega$ 中线阻抗为 $Z_N = (1 + j1)\Omega$ 电源端线电压 $U_l = 380V$ 试求相电流和负载端的线电压，并作电路中相电压 \dot{U}_A \dot{U}_B \dot{U} 和负载端线电压 $\dot{U}_{AB'}$ 线电流 \dot{I}_A 的相量图。

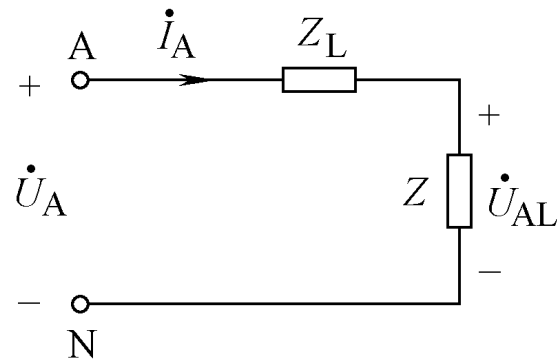
解 设A相电源电压为

$$\dot{U}_A = \frac{U_l}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ V$$

则A相相电流（或A线线电流）为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z + Z_L} = 22 \angle -53.1^\circ A$$

由电路对称性，得





4.2.3 对称三相电路的计算

例4-1 已知 $Z = (4 + j6)\Omega$ $Z_L = (2 + j2)\Omega$ $U_l = 380V$
试求相电流和负载端的线电压，并作电路中相电压 \dot{U}_A
 \dot{U}_B \dot{U}_C 和负载端线电压 $\dot{U}_{A'B'}$ 线电流 \dot{I}_A 的相量图。

解 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ V$

$$\dot{I}_A = 22\angle -53.1^\circ A$$

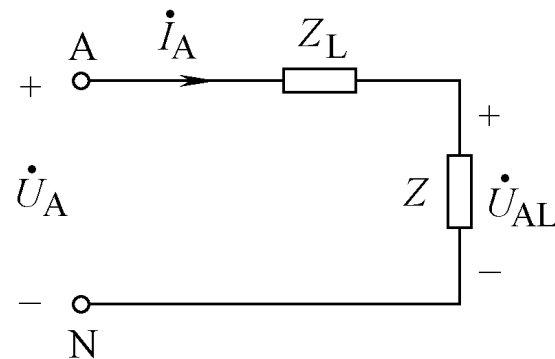
由电路对称性，得

$$\dot{I}_B = 22\angle -172.1^\circ A$$

$$\dot{I}_C = 22\angle 66.9^\circ A$$

负载上的相电压，为

$$\dot{U}_{AL} = Z\dot{I}_A \approx 158.64\angle 3.21^\circ V$$



负载端的线电压，为

$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3}\dot{U}_{AL}\angle 30^\circ$$

$$\approx 274.77\angle 33.21^\circ V$$

$$\dot{U}_{B'C'} = 274.77\angle -86.79^\circ V$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 274.77\angle 153.21^\circ V$$



4.2.3 对称三相电路的计算

例4-1 已知 $Z = (4 + j6)\Omega$ $Z_L = (2 + j2)\Omega$ $U_l = 380V$

试求 \dot{U}_A \dot{U}_B \dot{U}_C 和 $\dot{U}_{A'B'}$ 线电流 \dot{I} 的相量图。

解 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ V$

$$\dot{I}_A = 22\angle -53.1^\circ A$$

$$\dot{I}_B = 22\angle -172.1^\circ A$$

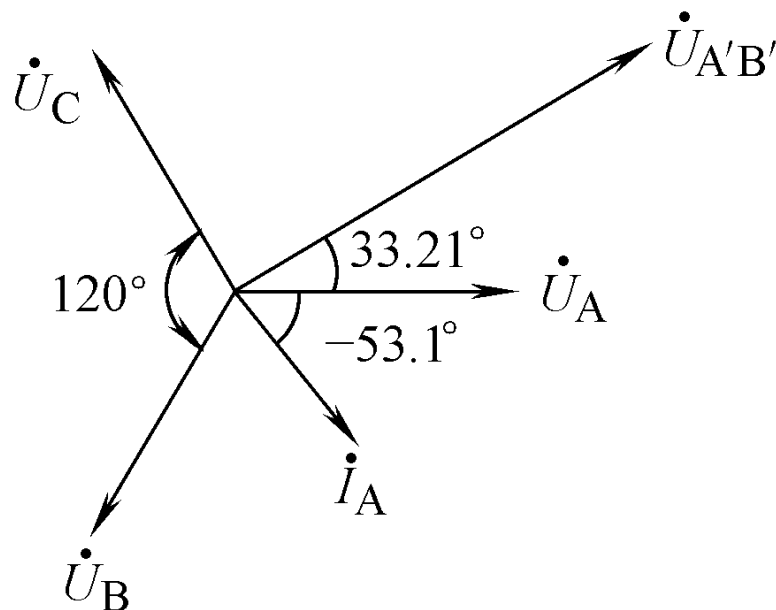
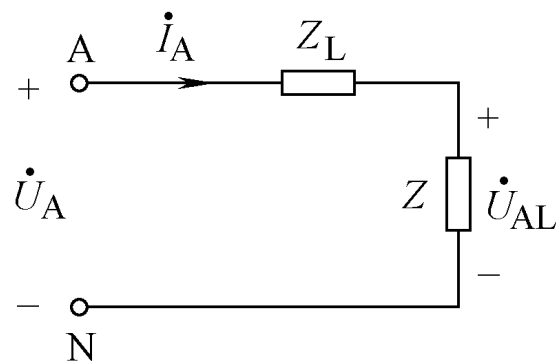
$$\dot{I}_C = 22\angle 66.9^\circ A$$

$$\dot{U}_{AL} \approx 158.64\angle 3.21^\circ V$$

$$\dot{U}_{A'B'} \approx 274.77\angle 33.21^\circ V$$

$$\dot{U}_{B'C'} = 274.77\angle -86.79^\circ V$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 274.77\angle 153.21^\circ V$$





例4-2 对称三相电路如图4-12所示。已知负载阻抗 $Z = 19.2 + j14.4\Omega$ ，线路阻抗为 $Z_L = 3 + j4\Omega$ ，三相对称电源线电压为380V。求负载的线电压，线电流和负载相电流。

解 将 Δ 形负载 Z 等效变换为 Y 形负载 Z_Y

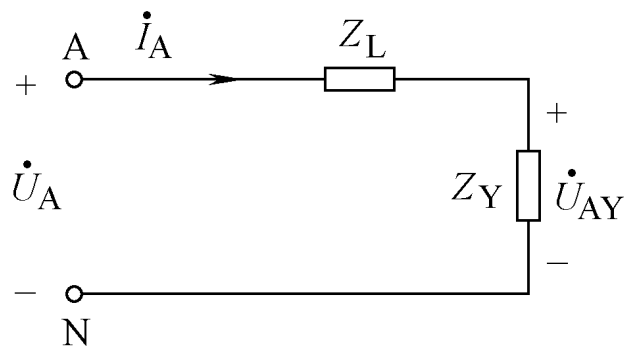
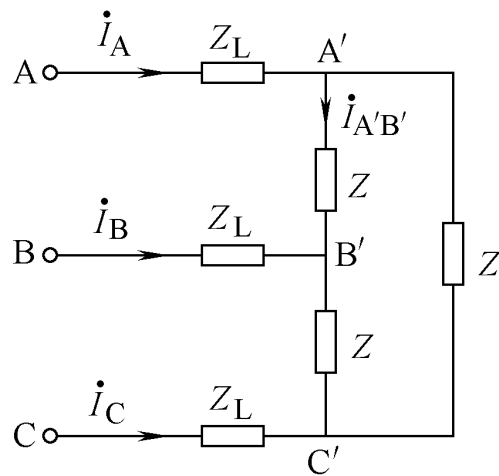
$$Z_Y = \frac{Z}{3} = (6.4 + j4.8)\Omega$$

设 A 相电源电压为

$$\dot{U}_A = \left(\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \right) \text{V} = 220 \angle 0^\circ \text{V}$$

单相电流为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_L + Z_Y} = 17.1 \angle -43.2^\circ \text{A}$$



Y— Δ 等效单相电路



解 $Z_Y = (6.4 + j4.8)\Omega$

$$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$$

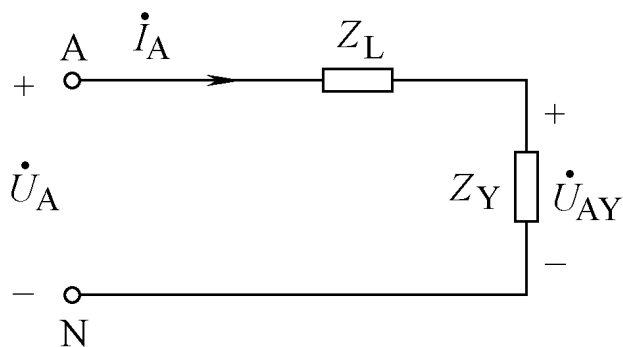
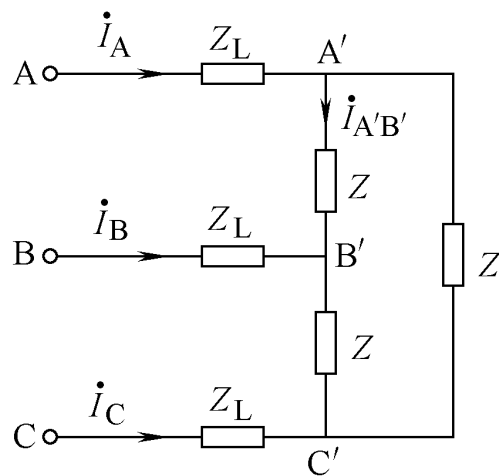
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_L + Z_Y} = 17.1\angle -43.2^\circ \text{A}$$

根据三相电路的对称性，有

$$\dot{I}_B = 17.1\angle -163.2^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = 17.1\angle 76.8^\circ \text{A}$$

负载 Z 的相电流为



Y- Δ 等效单相电路



例4-2 已知 $Z = 19.2 + j14.4\Omega$ $Z_L = 3 + j4\Omega$,
电源线电压为380V。求负载线电压，线电流和负载相
电流。

解 $Z_Y = (6.4 + j4.8)\Omega$ $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$

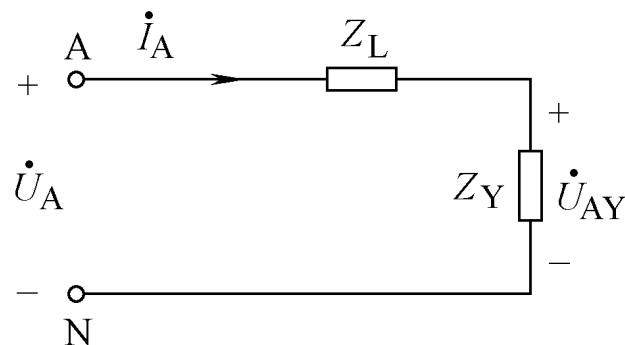
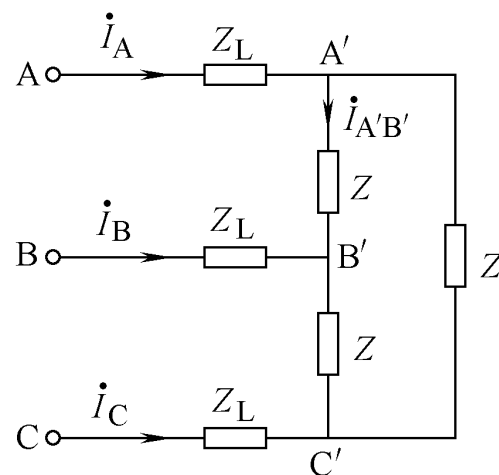
$$\begin{cases} \dot{I}_A = 17.1\angle -43.2^\circ \text{A} \\ \dot{I}_B = 17.1\angle -163.2^\circ \text{A} \\ \dot{I}_C = 17.1\angle 76.8^\circ \text{A} \end{cases}$$

负载 Z 的相电流为

$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A \angle 30^\circ = 9.9\angle -13.2^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'} = 9.9\angle -133.2^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'} = 9.9\angle 106.8^\circ \text{A}$$



Y— Δ 等效单相电路



解 $Z_Y = (6.4 + j4.8)\Omega$ $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ \text{V}$

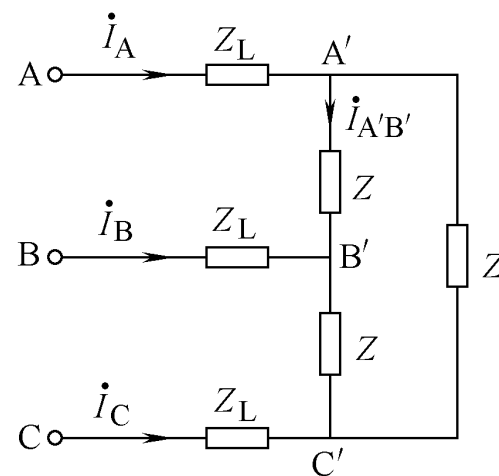
$$\begin{cases} \dot{I}_A = 17.1\angle -43.2^\circ \text{A} \\ \dot{I}_B = 17.1\angle -163.2^\circ \text{A} \\ \dot{I}_C = 17.1\angle 76.8^\circ \text{A} \end{cases}$$

$$\dot{I}_{A'B'} = 9.9\angle -13.2^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'} = 9.9\angle -133.2^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'} = 9.9\angle 106.8^\circ \text{A}$$

负载的线电压等于相电压，有



$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'B'} &= Z \dot{I}_{A'B'} \\ &= 237.6\angle 23.7^\circ \text{V} \end{aligned}$$

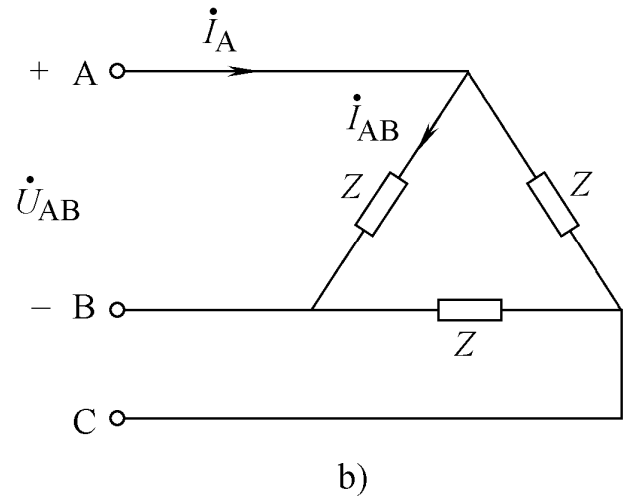
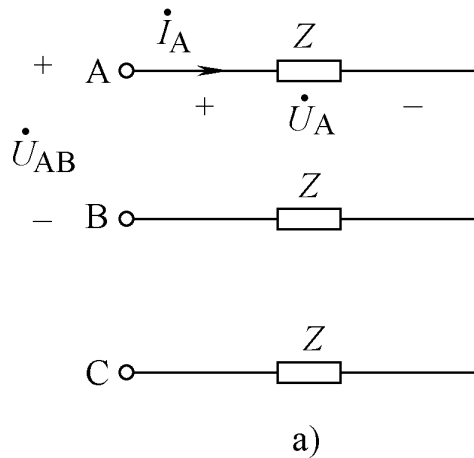
$$\dot{U}_{B'C'} = 237.6\angle -96.3^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} = 237.6\angle 143.7^\circ \text{V}$$

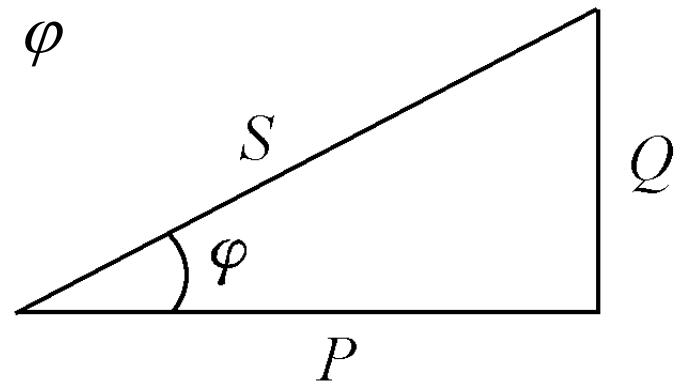


4.3 对称三相电路的功率

4.3.1 对称三相功率的分析



$$\begin{cases} P = 3P_A = 3U_P I_P \cos \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi \\ Q = 3Q_A = 3U_P I_P \sin \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi \\ S = 3S_A = 3U_P I_P = \sqrt{3}U_l I_l \\ \tilde{S} = P + jQ = S \angle \varphi \end{cases}$$



例4-4 对称三相感性负载的额定线电压为380V，额定功率为20kW，额定功率因数 φ_N 为0.8，输电线阻抗 $Z_L = (2 + j8)\Omega$ ，对称三相电源相电压为220V。试求如图a所示电路中，负载端的线电压 \dot{U}'_{AB} 和电源端的功率因数。

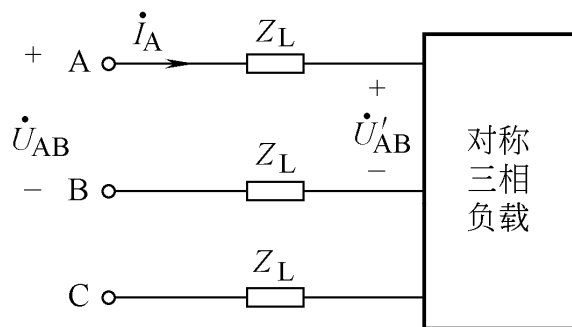
解

设A相相电压为

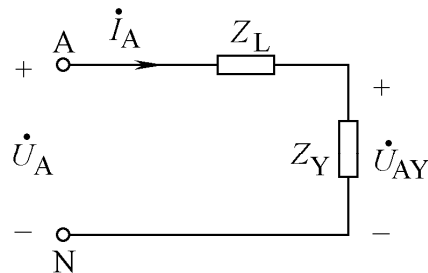
$$\dot{U}_{ZA} = 220\angle 0^\circ$$

Y形联接时的额定相电流

a)



b)



$$I_P = I_l = \frac{P_N}{3U_{ZA} \cos \varphi_N} = \left(\frac{20 \times 10^3}{3 \times 220 \times 0.8} \right) \text{A} = 37.98 \text{A}$$

$$\varphi_N = \arccos 0.8 = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_P = 37.98\angle -36.9^\circ \text{A}$$

解 $\dot{U}_{ZA} = 220 \angle 0^\circ$

$\dot{I}_P = 37.98 \angle -36.9^\circ \text{ A}$

Y形联接时阻抗

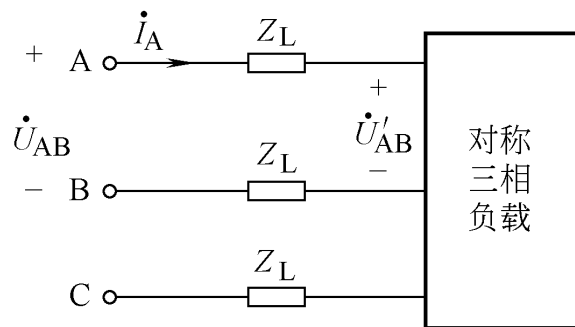
$$Z_Y = \frac{\dot{U}_{ZA}}{\dot{I}_P} = \left(\frac{220}{37.98 \angle -36.9^\circ} \right) \Omega = 5.79 \angle 36.9^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_L + Z_Y} = 16.62 \angle -60^\circ \text{ A}$$

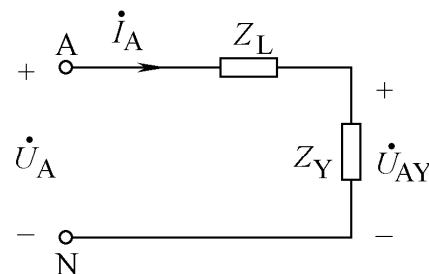
$$\dot{U}_{AY} = Z \cdot \dot{I}_A = 96.23 \angle 23.1^\circ \text{ V}$$

电源端的功率因数

$$\lambda' = \cos(0^\circ + 60^\circ) = 0.5$$



a)



b)



4.3.2 三相电路的功率测量

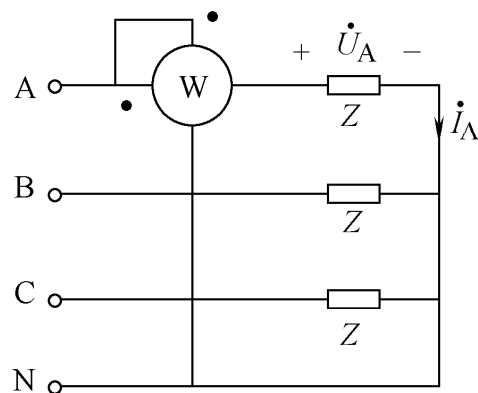
1. 三相四线制电路的功率测量

(1) 对称三相电路的功率测量

对称三相功率测量常采用一表法，即测量一相的平均功率法。测量电路如图a所示，其功率表的测量数为

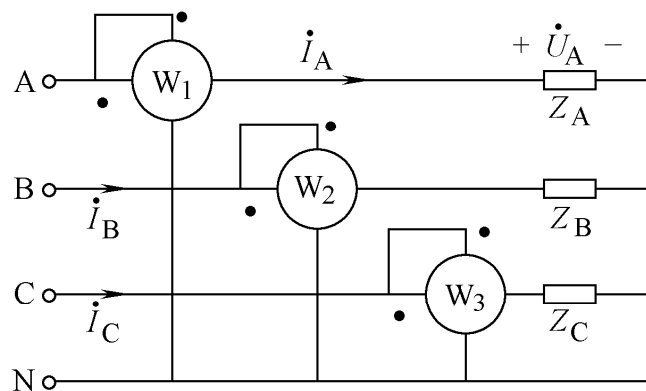
$$P_A = U_A I_A \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

则三相总功率 $P = 3P_A = 3U_A I_A \cos(\varphi_u - \varphi_i)$



a)

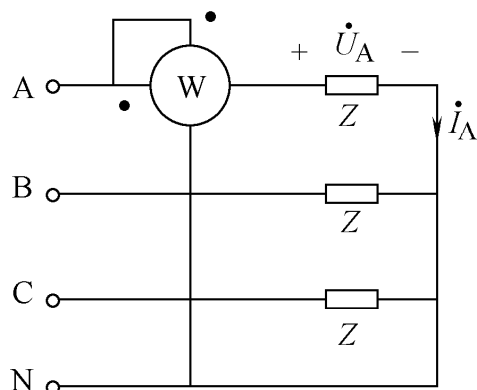
对称三相电路功率测量



b)

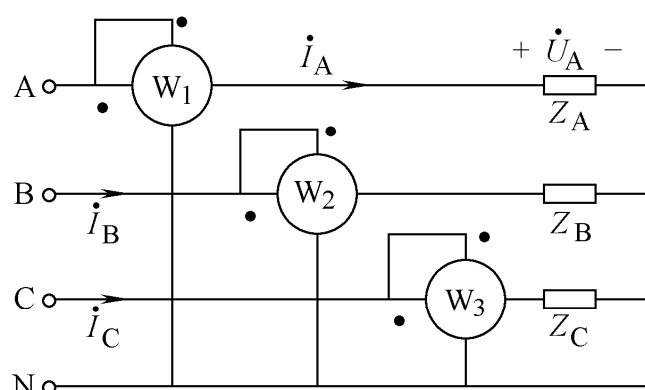
三只表测量三相电路功率

(2) 不对称三相电路的功率测量



a)

对称三相电路功率测量



b)

三只表测量三相电路功率

三相电路不对称电路，可用三只功率表测量平均功率，测量电路如图b所示。

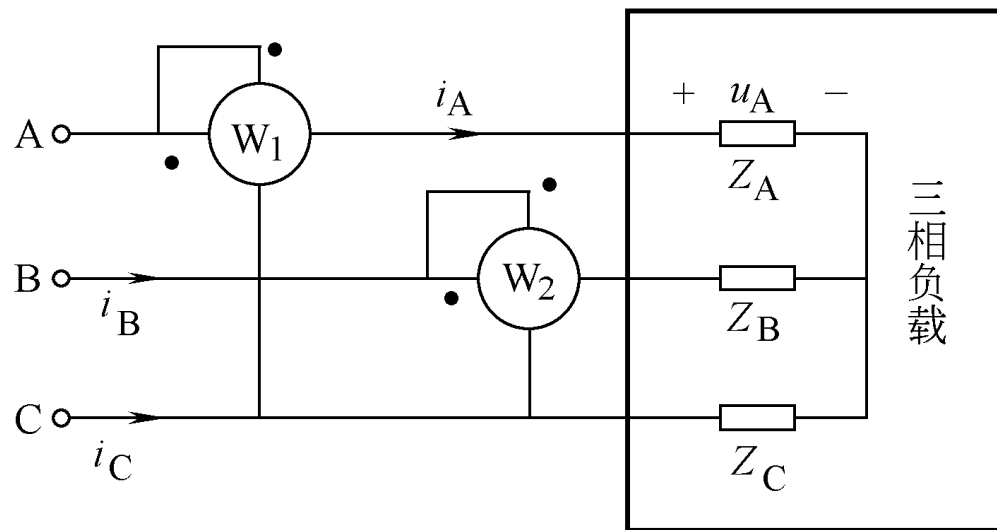
三相总的平均功率为

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$



2. 三相三线制电路中功率的测量

对于三相三线制系统，无论负载是否对称，都可以用两只功率表来测量三相平均功率。



两功率表的读数为 P_1 、 P_2 ，则有

$$P_1 + P_2 = P_A + P_B + P_C$$

注意：用两只功率表测量三相功率时，其测量功率值代数之和等于三相的总平均功率，但每一只功率表的读数是没有意义的。

4.4 不对称三相电路

不对称三相电路不具有对称三相电路的特点，因此，不对称三相电路作为一般的正弦稳态电路分析。

例4-6 如图所示，不对称三相四线电路，电源为对称三相电源，试分析电压、电流。

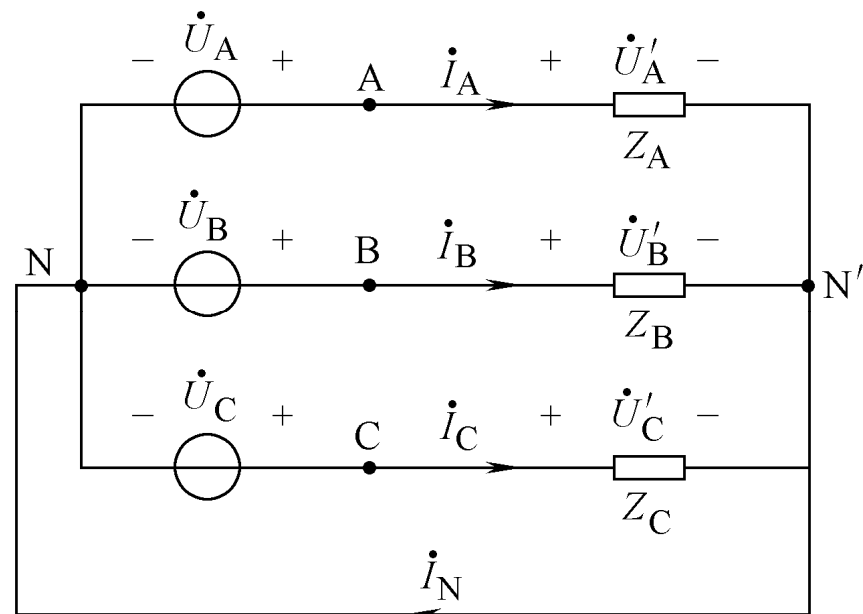
解 设三相电源电压为

$$\dot{U}_A = U_P \angle 0^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_B = U_P \angle -120^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_C = U_P \angle 120^\circ \text{V}$$

三相电路电流为



不对称三相四线电路



例4-6 如图所示，不对称三相四线电路，电源为对称三相电源，试分析电压、电流。

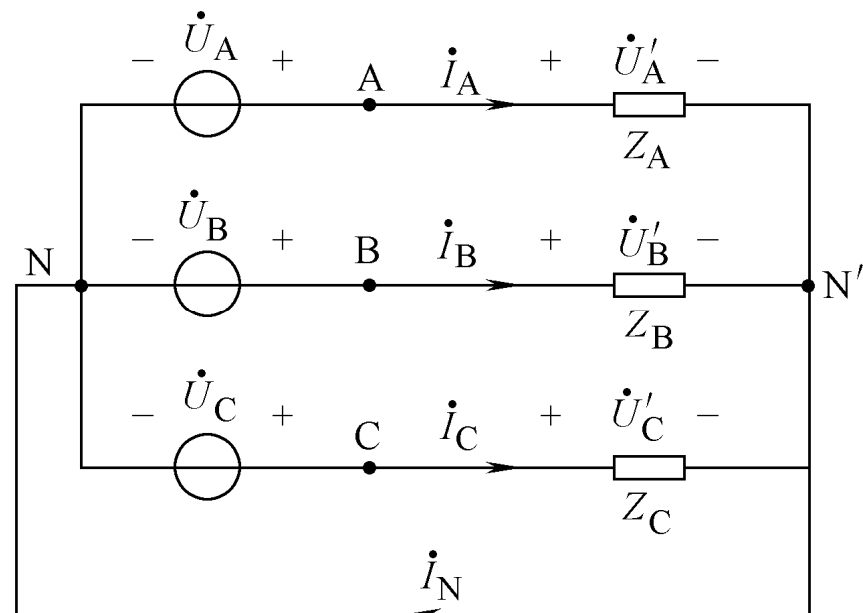
解 三相电路电流为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{Z_A} = \frac{\dot{U}_A}{Z_A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$



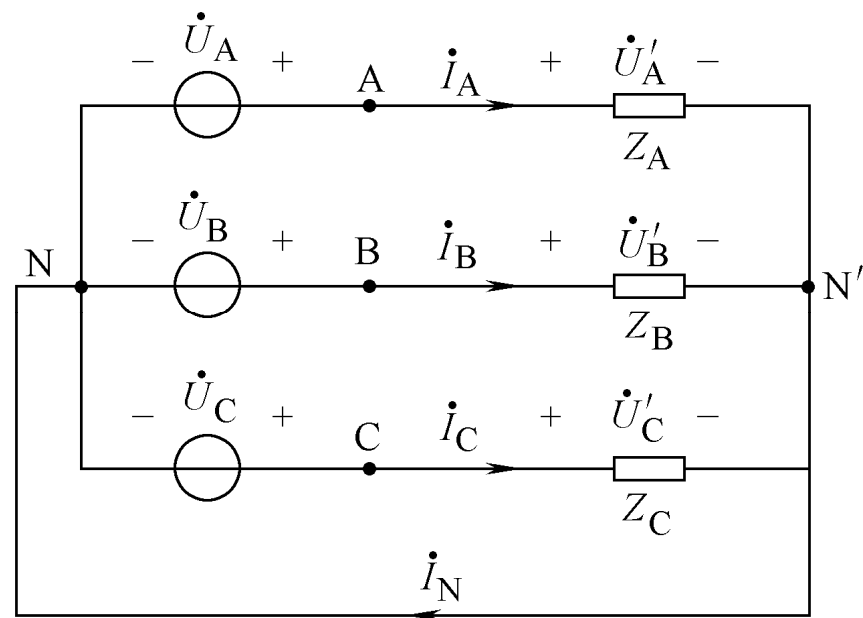
不对称三相四线电路

不对称三相四线电路的中线上电流不为零，所以，不能随意的将中线断开。

解

三相线电压为

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \angle -120^\circ \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} \angle 120^\circ \end{cases}$$



不对称三相四线电路

可见，不对称三相四线电路的相电压和线电压具有对称性，而线电流不对称。



4.5 安全用电

安全是在用电时要注意的一个重要问题。安全用电指的是人身安全和设备安全。当电压加在人身体上的两点时，身体提供了一条电流通路，而电流会产生电击，造成触电者受伤甚至死亡；当电气设备发生故障时，不仅会损坏设备而且可能会引起火灾。



4.5.1 电击与预防

1. 电击
2. 安全预防措施

4.5.2 接地与接零

1. 工作接地
2. 保护接地
3. 保护接零
4. 特殊设备的接地与接零



小 结

一、三相电源

三相电源特点是由三个频率相同、幅值相等、相位差均为 120° 的正弦交流电压源组成。

二、对称三相电路

1. 星形联接

$$U_l = \sqrt{3}U_P$$

$$I_l = I_P$$

2. 三角形联接

$$I_l = \sqrt{3}I_P \quad U_l = U_P$$



3. 三相电路的功率

$$P_A = 3U_P I_P \cos \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$$

$$Q_A = 3U_P I_P \sin \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi$$

$$S_A = 3U_P I_P = \sqrt{3}U_l I_l$$

三、不对称三相电路

对于不对称三相电路，可运用一般电路的分析方法进行电路分析计算。



第5章 一阶电路的时域分析

5.1 换路定则及初始值

5.2 三要素法

5.3 一阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应

5.4 RC 微分电路和积分电路

5.1 换路定则及初始值

5.1.1 换路定则

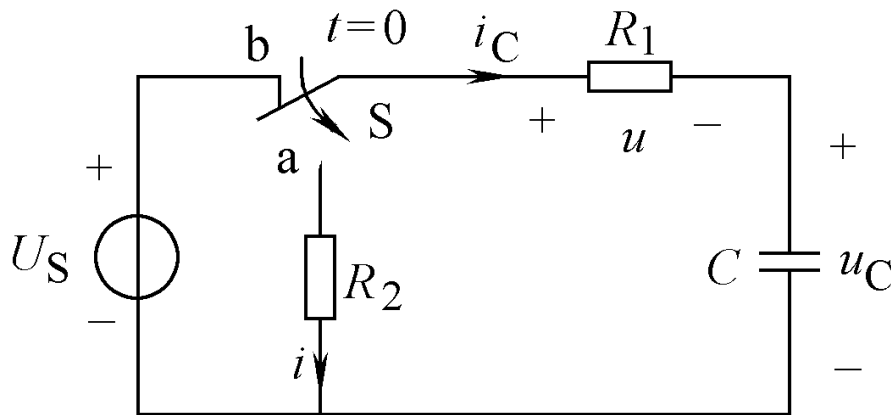
$$\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$$

例5-1 电路如图所示，已知 $R_1 = R_2 = 4\Omega$, $U_S = 10V$, $C = 2F$ ，开关S动作前电路已处于稳态，在 $t = 0$ 时开关S由b点联接到a点，试求 $u_C(0_+)$

解

$$u_C(0_-) = U_S = 10V$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10V$$

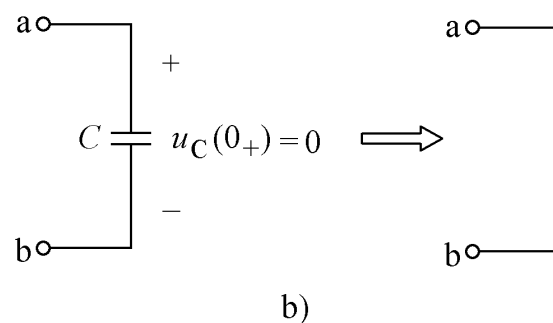
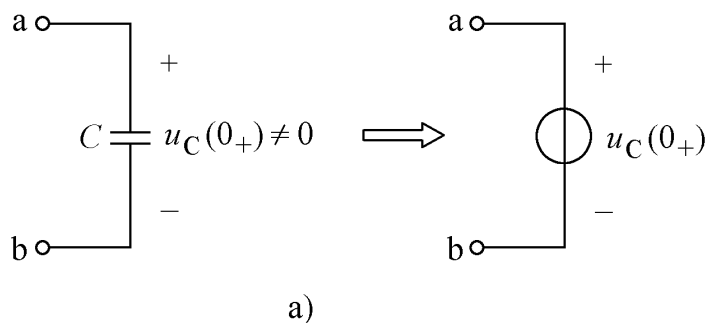


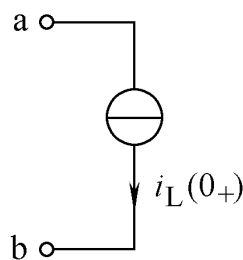
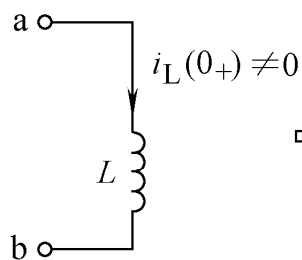
5.1.2 初始值

在 $t = 0_+$ 瞬间，只有 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ 成立，其余元件上的电压 $u(0_+)$ 、电流 $i(0_+)$ 没有这样的约束条件。但可以根据 $t = 0_+$ 瞬间的等效电路求得，其一般求解步骤为：

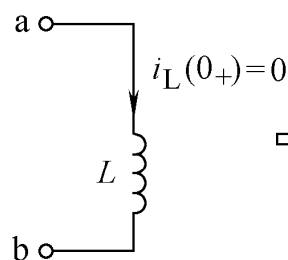
1. 计算 $u_C(0_+)$ $i_L(0_+)$ 值

2. 画 $t = 0$ 瞬间的等效电路





a)

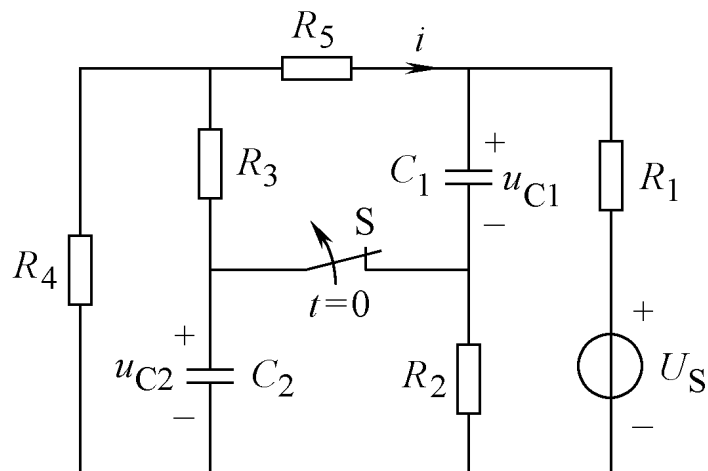


b)

3. 计算其它初始值

例5-3 电路如图所示。 $t < 0$ 时电路处于稳态， $t = 0$ 时开关S断开。已知： $R_1 = 3 \Omega$ ， $R_2 = 4 \Omega$ ， $R_3 = 8 \Omega$ ， $R_4 = 12 \Omega$ ， $R_5 = 1 \Omega$ ， $U_S = 20 \text{ V}$ 。试求电路的初始电流 $i(0_+)$

解





例5-3 电路如图所示。 $t < 0$ 时电路处于稳态， $t = 0$ 时开关S断开。已知： $R_1 = 3 \Omega$ ， $R_2 = 4 \Omega$ ， $R_3 = 8 \Omega$ ， $R_4 = 12 \Omega$ ， $R_5 = 1 \Omega$ ， $U_S = 20 \text{ V}$ 。试求电路的初始电流 $i(0_+)$

解

$$I_5 = \frac{U_S}{R_1 + R_5 + R_4 // (R_3 + R_2)} = 2 \text{ A}$$

$$I_0 = \frac{I_5}{2} = 1 \text{ A}$$

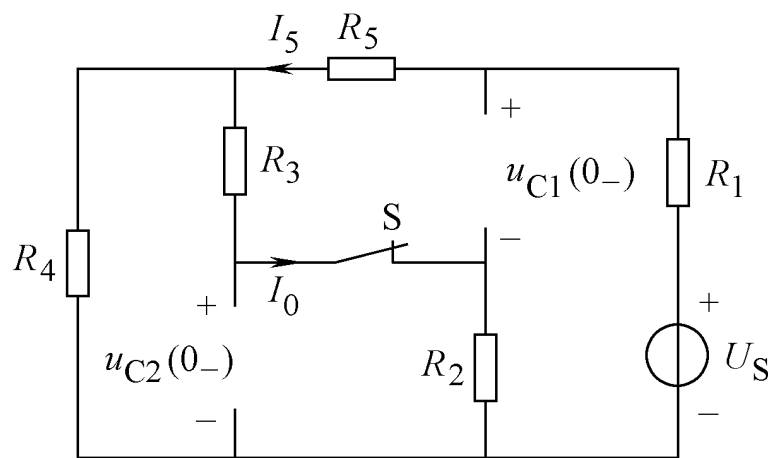
$$u_{C1}(0_-) = R_5 I_5 + R_3 I_0 = 10 \text{ V}$$

$$u_{C2}(0_-) = R_2 I_0 = 4 \text{ V}$$

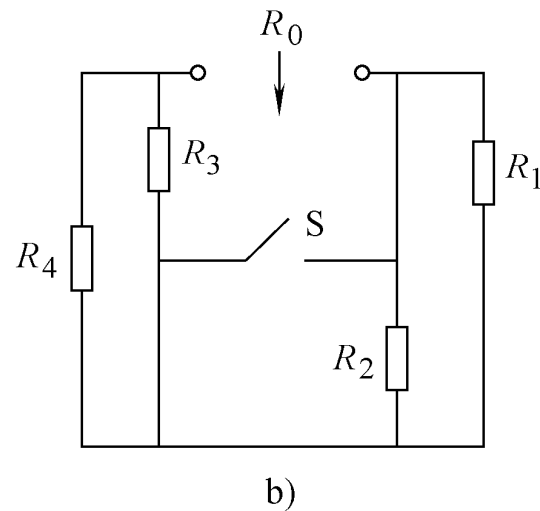
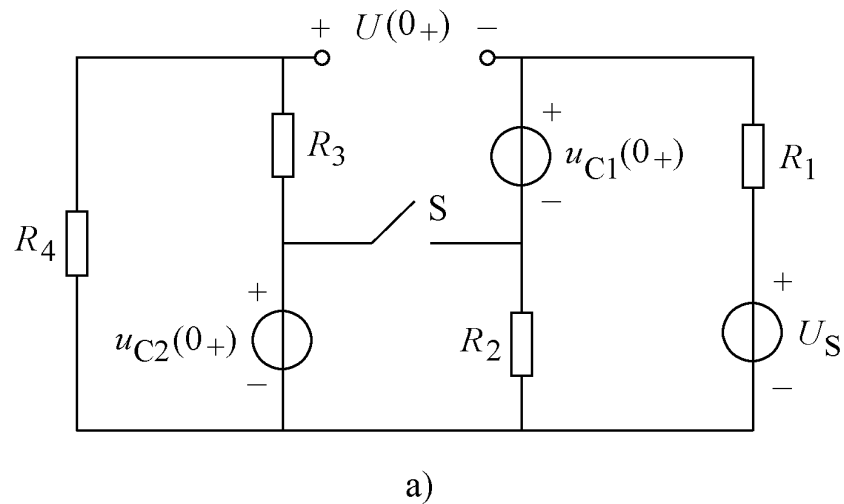
根据换路定则，有

$$u_{C1}(0_+) = u_{C1}(0_-) = 10 \text{ V}$$

$$u_{C2}(0_+) = u_{C2}(0_-) = 4 \text{ V}$$

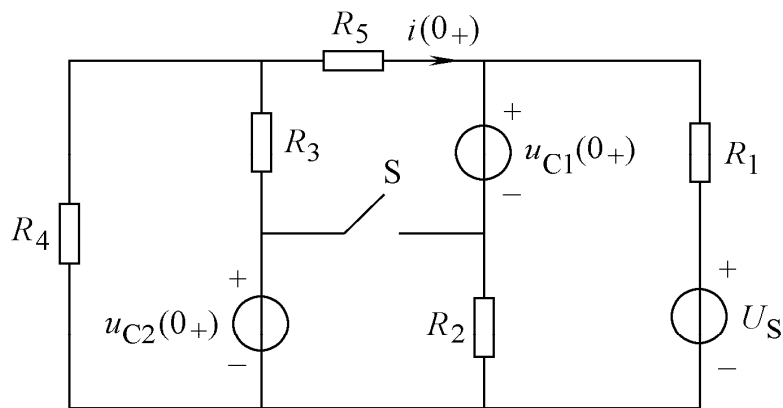


$t = 0_-$ 时的等效电路

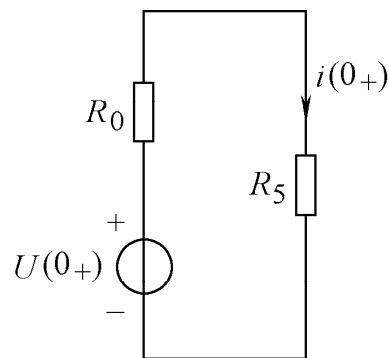


$$U(0_+) = \frac{u_{C2}(0_+)}{R_3 + R_4} \cdot R_4 - u_{C1}(0_+) - \frac{U_S - u_{C1}(0_+)}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = -13.31\text{V}$$

$$R_0 = R_3 // R_4 + R_1 // R_2 \approx 6.51\Omega$$



a)



b)

$t = 0_+$ 瞬时的等效电路 戴维南等效电路

$$U(0_+) = -13.31\text{V} \quad R_0 \approx 6.51\Omega$$

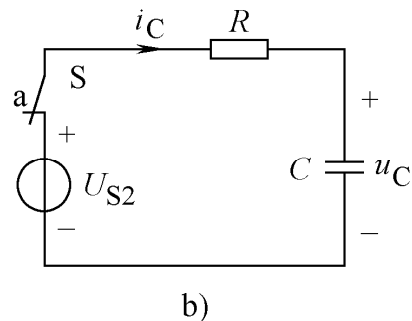
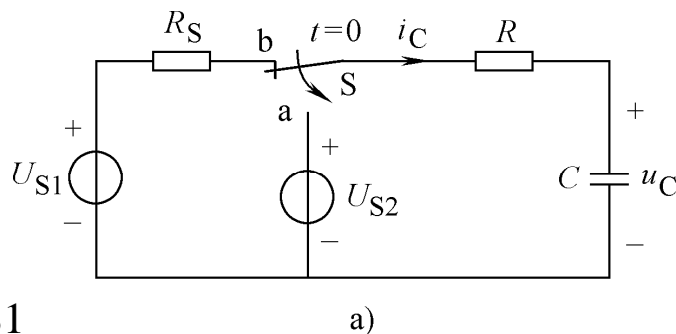
$$i(0_+) = \frac{U(0_+)}{R_0 + R_5} = \left(\frac{-13.31}{6.51 + 1} \right) \text{A} \approx -1.77\text{A}$$

5.2 三要素法

5.2.1 一阶电路微分方程的建立

1. RC 一阶电路分析

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_{S1}$$



根据 $t \geq 0$ 时所示的 RC 电路图b, 列KVL方程为

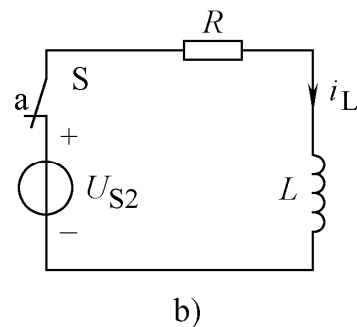
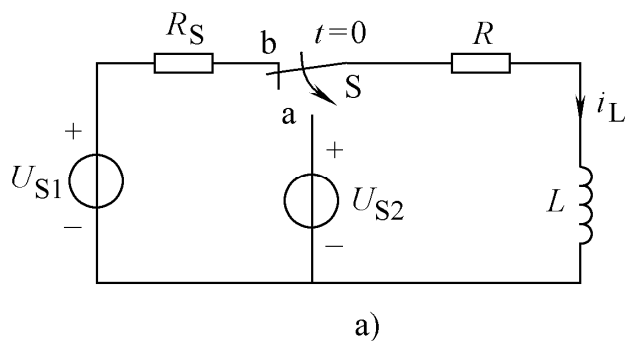
$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_{S2}$$

$$\text{令 } \tau = RC$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{1}{\tau} U_{S2}$$



2. RL 一阶电路分析



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_{S1}}{R_S + R}$$

根据 $t \geq 0$ 时所示的 RL 电路图b, 列KVL方程为

$$Ri_L + L \frac{di_L}{dt} = U_{S2}$$

$$\text{令 } \tau = \frac{L}{R}$$

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{\tau} i_L = \frac{1}{R\tau} U_{S2}$$



5.2.2 三要素法

$$y(t) = y(\infty) + [y(0_+) - y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

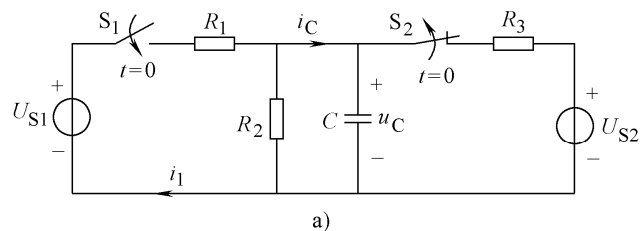
$y(0_+)$ 、 $y(\infty)$ 和 τ 称为一阶电路的三要素

例5-7 电路如图a所示，当 $t < 0$ 时电路为稳态， $t = 0$ 时开关 S_1 闭合、 S_2 断开。已知： $R_1 = 20\text{k}\Omega$ ， $R_2 = 10\text{k}\Omega$ ， $R_3 = 30\text{k}\Omega$ ， $C = 1000\text{pF}$ ， $U_{S1} = 12\text{V}$ ， $U_{S2} = 8\text{V}$ 。试求电路响应 $u_C(t)$ 、 $i_1(t)$ 和 $i_C(t)$

解



例5-7 电路如图a所示，当 $t < 0$ 时电路为稳态， $t = 0$ 时开关 S_1 闭合、 S_2 断开。已知： $R_1 = 20\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\text{k}\Omega$, $R_3 = 30\text{k}\Omega$, $C = 1000\text{pF}$, $U_{S1} = 12\text{V}$, $U_{S2} = 8\text{V}$ 。试求电路响应 $u_C(t)$ 、 $i_1(t)$ 和 $i_C(t)$



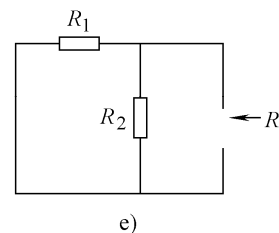
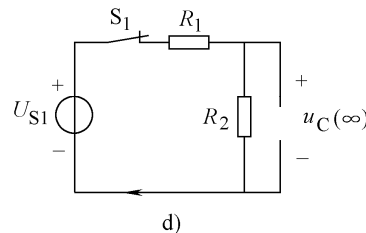
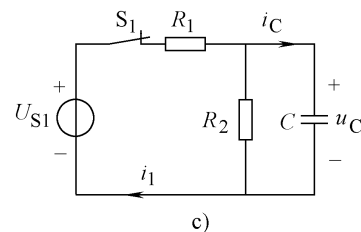
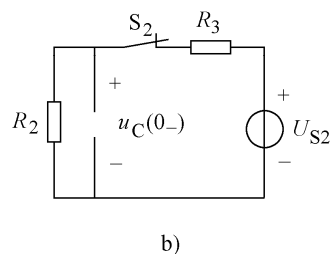
解

$$u_C(0_-) = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_3} R_2$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2\text{V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2} R_2 = 4\text{V}$$

$$R = R_1 // R_2 = \frac{20}{3} \text{k}\Omega \quad \tau = RC = \frac{2}{3} \times 10^{-5} \text{s}$$





$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 4 - 2e^{-1.5 \times 10^5 t} \quad \text{V} \quad t \geq 0$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt}$$

$$= C \frac{d}{dt} (4 - 2e^{-1.5 \times 10^5 t})$$

$$= 0.3e^{-1.5 \times 10^5 t} \quad \text{mA} \quad t \geq 0$$

$$i_1(t) = \frac{U_{S1} - u_C(t)}{R_1}$$

$$= 0.4 + 0.1e^{-1.5 \times 10^5 t} \quad \text{mA} \quad t \geq 0$$



5.3 一阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应

5.3.1 一阶电路的零输入响应

零输入响应 是指一阶电路换路以后，当外加激励源为零时，由储能元件 C 、 L 的初始储能所引起的响应。



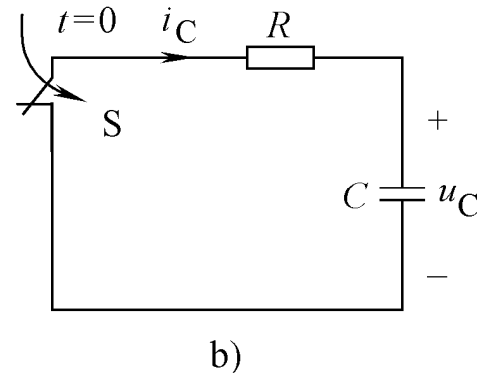
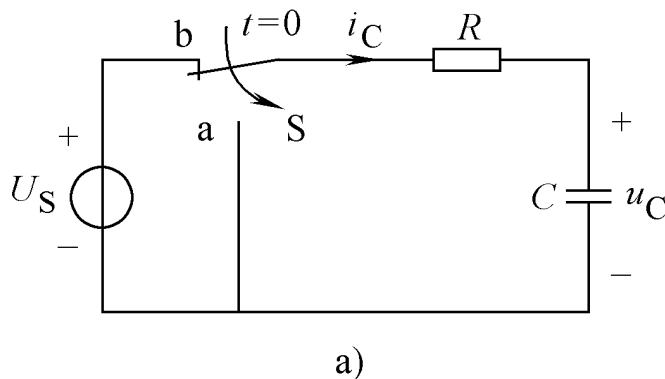
1. RC 电路的零输入响应

由三要素法得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_S$$

$$\tau = RC$$

$$u_C(\infty) = 0$$

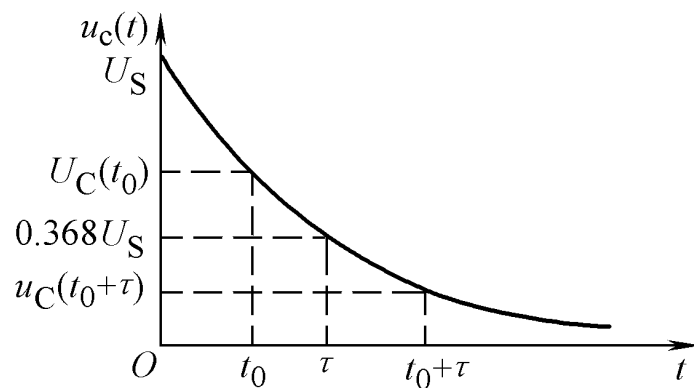


$t \geq 0$ 时 RC 电路

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 0 + [U_S - 0]e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= U_S e^{-\frac{t}{RC}} \quad t \geq 0$$



u_C 曲线与时间常数 τ 的关系



2. RL 电路的零输入响应

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_S}{R}$$

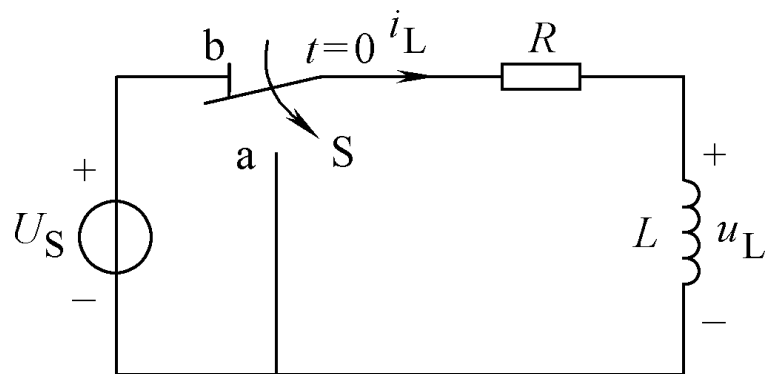
$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$i_L(\infty) = 0$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_S}{R}e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{A} \quad t \geq 0$$

电感电压的零输入响应为

$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = -U_S e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{V} \quad t \geq 0$$



例5-11 电路如图a所示，已知： $u_C(0_-) = 20\text{V}$ ， $R_1 = 10\text{k}\Omega$ ， $R_2 = R_3 = 5\text{k}\Omega$ ， $C = 10\mu\text{F}$ ， $t = 0$ 时开关 S_1 闭合， $t = 0.1\text{s}$ 时 S_2 闭合。试求 $t \geq 0$ 时电容电压 $u_C(t)$ 和电阻 R_2 上的端电压 $u_2(t)$ ，并画出 $u_C(t)$ 的变化曲线。

解 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 20\text{V}$

$$0 \leq t < 0.1\text{s}$$

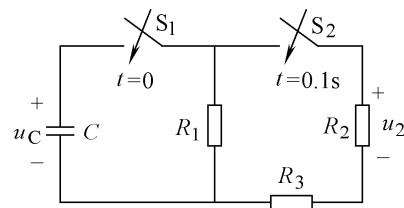
$$\tau_1 = R_1 C = 0.1\text{s}$$

$$u_C(t) = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

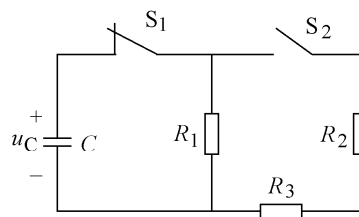
$$= 20e^{-10t} \text{V} \quad 0 \leq t < 0.1\text{s}$$

当 $t \geq 0.1\text{s}$ 时

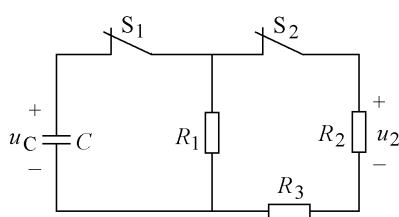
$$\tau_2 = [R_1 // (R_2 + R_3)] C = 0.05\text{s}$$



a)



b)



c)

$$u_C(0.1_-) = (20e^{-10 \times 0.1}) \text{V} \approx 7.358\text{V}$$

$$u_C(0.1_+) = u_C(0.1_-) = 7.358\text{V}$$



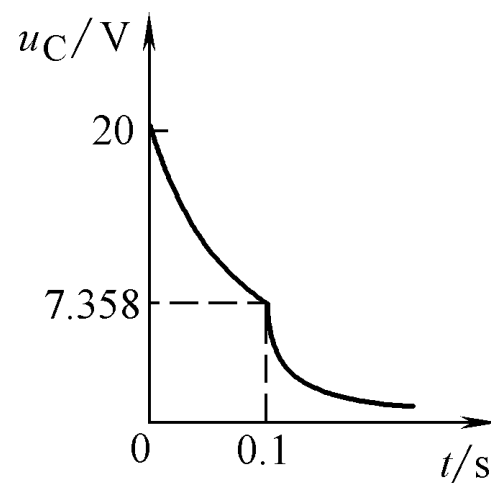
由三要素法解得

$$u_C(t) = u_C(0.1_+)e^{-\frac{t-0.1}{\tau}} = 7.358e^{-20(t-0.1)} \quad \text{V} \quad t \geq 0.1\text{s}$$

$$u_2(t) = \frac{u_C(t)}{2} = 3.679e^{-20(t-0.1)} \quad \text{V} \quad t \geq 0.1\text{s}$$

$$u_C(t) = \begin{cases} 20e^{-10t} & \text{V} \quad 0 \leq t < 0.1\text{s} \\ 7.358e^{-20(t-0.1)} & \text{V} \quad t \geq 0.1\text{s} \end{cases}$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 0.1\text{s} \\ 3.679e^{-20(t-0.1)} & \text{V} \quad t \geq 0.1\text{s} \end{cases}$$



$u_C(t)$ 的变化曲线



5.3.2 一阶电路的零状态响应

零状态响应 是指一阶电路换路瞬间，储能元件 C 、 L 上储存的能量为零，换路后电路由外加激励源所引起的电压、电流响应。

1. RC 电路的零状态响应

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

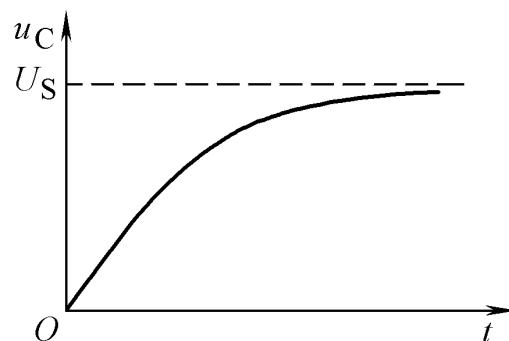
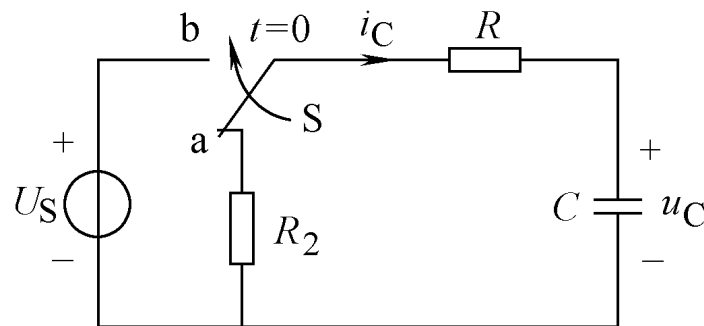
$$u_C(\infty) = U_S$$

$$\tau = RC$$

$$u_C = U_S + [0 - U_S]e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= U_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad t \geq 0$$

$$i_C = \frac{U_S - u_C}{R} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad t \geq 0$$



u_C 零状态响应曲线



2. RL 电路的零状态响应

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

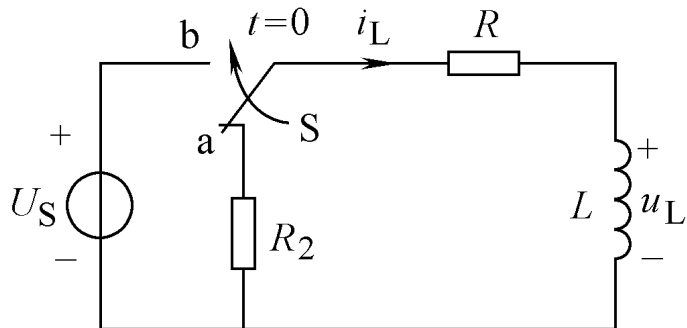
$$i_L(\infty) = \frac{U_s}{R}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \frac{U_s}{R} + [0 - \frac{U_s}{R}]e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_s}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad t \geq 0$$

$$u_L(t) = U_s - Ri_L$$

$$= U_s - R[\frac{U_s}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})] = U_s e^{-\frac{R}{L}t} \quad t \geq 0$$



例5-13 电路如图a所示， $t < 0$ 时电路为稳态。已知：

$U_S = 100\text{V}$, $C = 100\ \mu\text{F}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 100\Omega$ 。当 $t = 0$ 时开关 S 闭合。试求 $t \geq 0$ 时电流 $i_C(t)$ 和 $i_3(t)$ 。

解

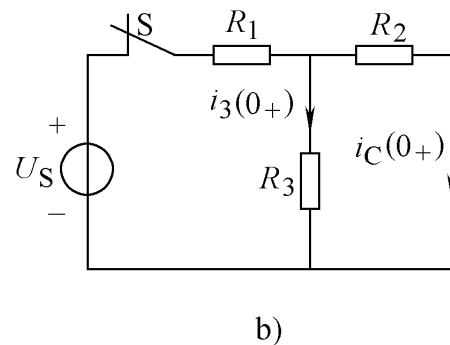
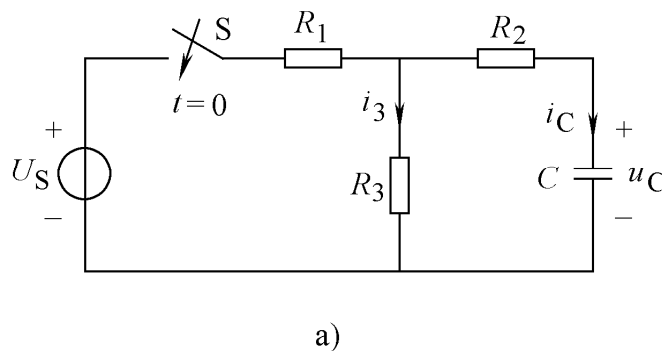
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$i_3(0_+) = i_C(0_+) = 0.333\text{ A}$$

$$i_C(0_+) = \frac{U_S}{R_1 + R_2 // R_3} (R_2 // R_3) \frac{1}{R_2} \approx 0.333\text{ A}$$

$$i_3(\infty) = \frac{U_S}{R_1 + R_3} = \left(\frac{100}{100 + 100} \right) \text{A} = 0.5\text{ A}$$

$$i_C(\infty) = 0$$



$t=0_+$ 瞬间电路



$$\tau = [(R_1 // R_3) + R_2] \times C$$

$$= \left[\left(\frac{100}{2} + 100 \right) \times 100 \times 10^{-6} \right] \text{s} = 15 \text{ms}$$

$$i_C(t) = i_C(\infty) + [i_C(0_+) - i_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 0.333 e^{-\frac{200}{3}t} \quad \text{A} \quad t \geq 0$$

$$i_3(t) = i_3(\infty) + [i_3(0_+) - i_3(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \left[0.5 + (0.333 - 0.5) e^{-\frac{1000}{15}t} \right] \text{A}$$

$$= 0.5 - 0.167 e^{-\frac{200}{3}t} \quad \text{A} \quad t \geq 0$$



5.3.3 一阶电路的全响应

全响应 当一阶电路的外加激励源和初始状态都不为零时，由此产生的电路响应。

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_{S2}$$

$$\tau = (R_1 + R_2)C$$

$$u_C(\infty) = U_{S1}$$

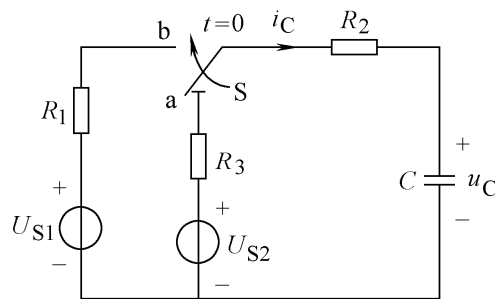
(1) 零输入响应

$$u_C(\infty) = 0$$

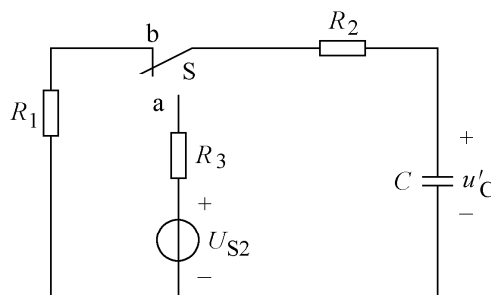
$$u'_C(t) = u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= U_{S2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

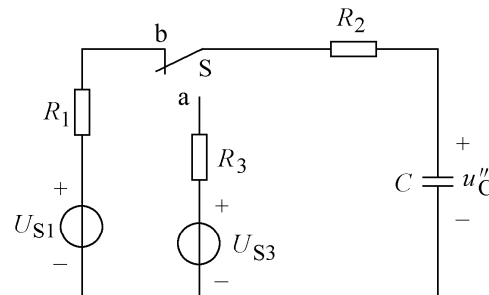
$$t \geq 0$$



a)



b)



c)



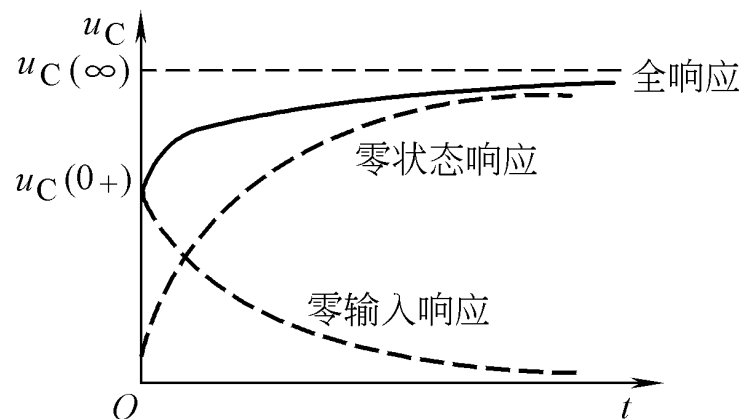
(2) 零状态响应

$$u_C(0_+) = 0$$

$$u_C''(t) = u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$= U_{S1}(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$$

$$t \geq 0$$



(3) 全响应

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= U_{S1} + (U_{S2} - U_{S1})e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$= \underbrace{U_{S2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{U_{S1}(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})}_{\text{零状态响应}}$$

$$t \geq 0$$

零输入响应

零状态响应



5.4 RC 微分电路和积分电路

5.4.1 RC 微分电路

$$u_0 = Ri = RC \frac{du_C}{dt}$$

若 $u_C \gg u_0$ 有

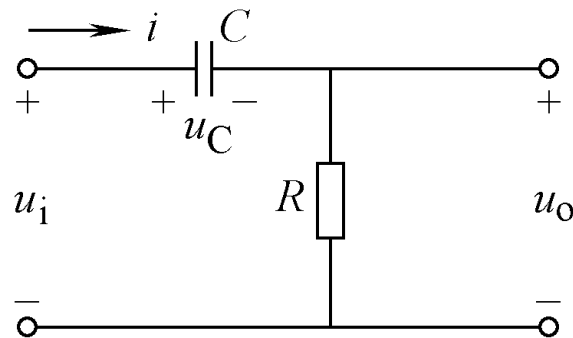
$$u_i \approx u_C$$

则

$$u_0 = RC \frac{du_C}{dt} \approx RC \frac{du_i}{dt}$$

可见，式中的输出电压 u_0 与输入电压 u_i 近似成微分关系。

1. RC 微分电路的时间常数 τ



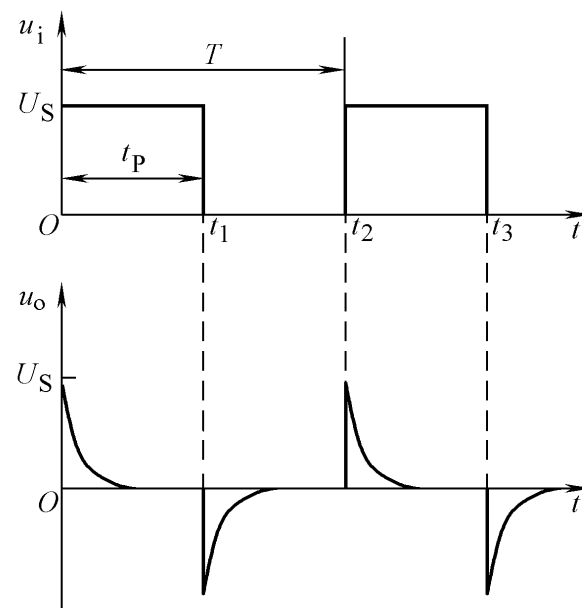
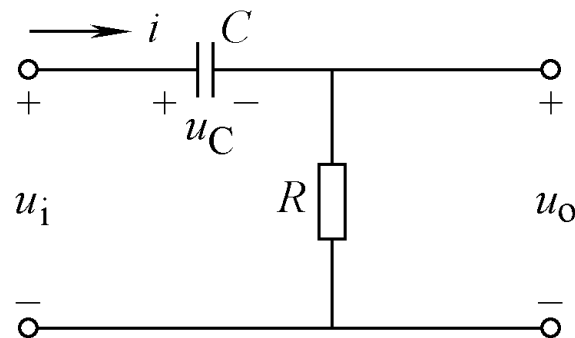


1. RC 微分电路的时间常数 τ

由于 RC 微分电路要求 $u_C \gg u_0$ ，则

$$u_C = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi \gg Ri$$

由上式可得满足 $u_C \gg Ri$ 的条件为：电阻 R 和电容 C 参数值要小，即 RC 微分电路的时间常数 $\tau = RC$ 要很小。由此可得 RC 微分电路的时间常数 $\tau \ll t_p$





2. RC 微分电路的零状态响应

当输入电压 u_i 为矩形脉冲电压，如电容电压的初始条件为 $u_C(0_-) = 0 \text{ V}$ ，则在 $0 \leq t \leq t_1$ 时，电容电压的零状态响应 $u_C(t)$ 为

$$u_C(t) = U_s \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

输出电压的零状态响应 u_0 为

$$u_0(t) = RC \frac{du_C}{dt} = U_s e^{-\frac{t}{\tau}} \quad 0 \leq t \leq t_1$$

由于时间常数 $\tau \ll t_p$ ，则 $t > 0$ 时对电容 C 迅速充电到 $u_C = U_s$ ；与此同时， u_0 迅速衰减到零值，形成一个正尖脉冲。即 $t = t_1$ 时， $u_C(t_1) = U_s$ 。



3. RC 微分电路的零输入响应

当输入矩形脉冲电压 u_i 为 $t_1 \leq t \leq t_2$ 时, $u_C(t_1) = U_s$,
零输入响应 $u_C(t)$ 为

$$u_C(t) = U_s e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

则

$$u_0(t) = -u_C(t) = -U_s e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

同理, 在 $t_1 \leq t \leq t_2$ 时, 由于 $\tau \ll t_p$, 电容 C 电压通过电阻 R 迅速放电到零值, 形成负尖脉冲。



5.4.2 RC积分电路

$$u_0 = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t \frac{u_R}{R} d\xi$$

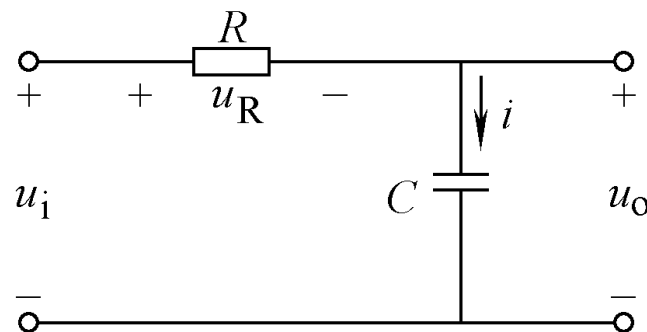
$$= \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t u_R d\xi$$

若 $u_R \gg u_0$ 有

$$u_i \approx u_R$$

则

$$u_0 = \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t u_i d\xi$$

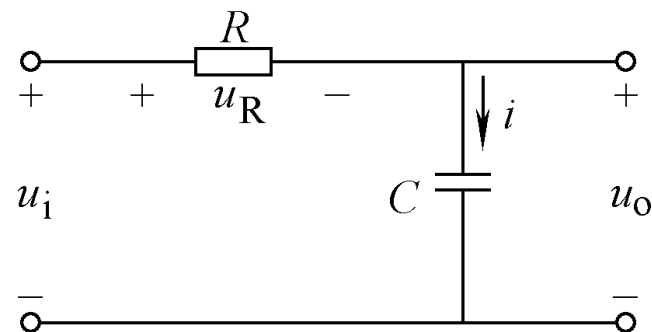


可见，式中的输出电压 u_0 与输入电压 u_i 近似成积分关系，因此图称为积分电路。



1. RC 积分电路的时间常数

$$\tau \gg t_P$$

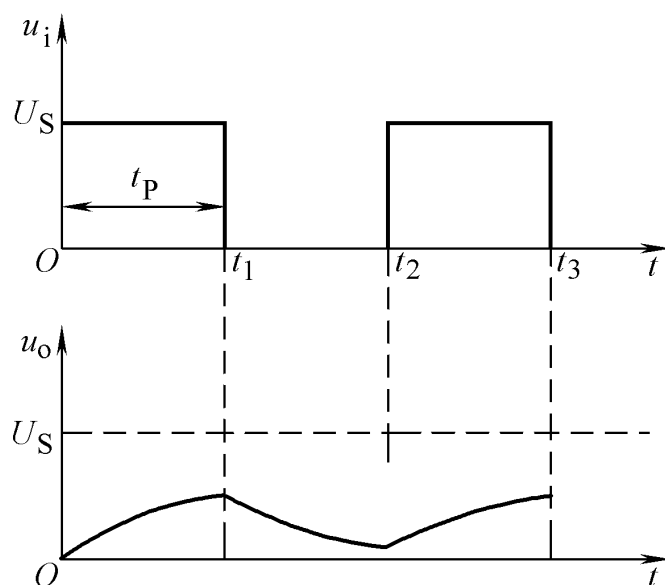


2. RC 积分电路的零状态响应

$$u_0(t) = U_S \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

3. RC 积分电路的零输入响应

$$u_0(t) = U_{01} e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad t_1 \leq t \leq t_2$$





小 结

本章主要是应用三要素法分析一阶电路的过渡过程。

一、三要素法

三要素 初始值 $y(0_+)$ 、时间常数 τ 、换路后的稳态值 $y(\infty)$ 称为一阶电路的三要素。

$$y(t) = y(\infty) + [y(0_+) - y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

二、一阶电路响应

1. 零输入响应

当换路后，一阶电路中的外加激励源为零时的响应，称为零输入响应。其解为

$$y(t) = y(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$



2. 零状态响应

当换路后，电路的初始状态值为零，电路由外加激励源产生的响应称为零状态响应。其解为

$$u_C(0_+) = 0$$

$$i_L(0_+) = 0$$

$$y(t) = y(\infty) + [y(0_+) - y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

3. 全响应

全响应 = 零输入响应 + 零状态响应



第6章 周期性非正弦电路

6.1 周期函数的傅里叶级数

6.2 非正弦周期量的有效值、平均值和平均功率

6.3 周期性非正弦稳态电路的分析



6.1 周期函数的傅里叶级数

对于周期为 T 的函数 $f(t)$ ，如果满足狄里赫利条件，则可分解为傅里叶级数，为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$$

式中， $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos k\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin k\omega t dt = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t dt$$

分解式也可以写成下列形式

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

式中, $A_0 = \frac{a_0}{2}$

$$A_{km} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctan \frac{a_k}{b_k}$$



6.2 非正弦周期量的有效值、平均值和平均功率

6.2.1 有效值

设有一非正弦电流为

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

有效值为

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \cdots} \\ &= \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} \end{aligned}$$

6.2.2 平均值

6.2.2 平均值

设周期电流 $i(t)$ 为
$$I_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

定义 周期电流 $i(t)$ 或电压 $u(t)$ ，在一个周期 T 内，其平均值为

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

绝对平均值为

$$I_{\text{aav}} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_m$$

6.2.3 平均功率

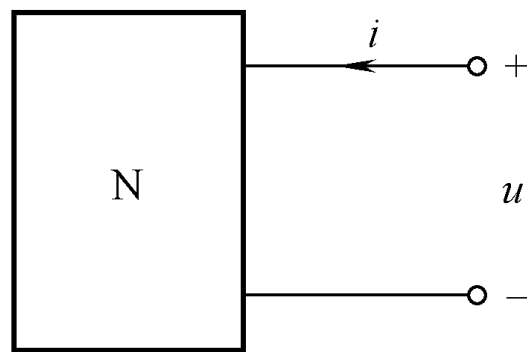
定义 设无源二端网络N端口的电压 $u(t)$ 、电流 $i(t)$ 为周期性非正弦交流量，则该网络的平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt$$

如果周期性电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 均可分解为

$$\begin{cases} i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{i_k}) \\ u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{u_k}) \end{cases}$$

则平均功率为





6.2.3 平均功率

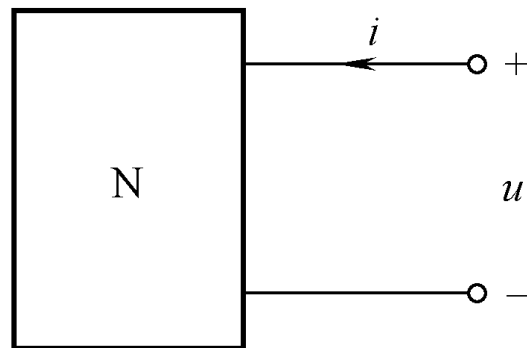
如果周期性电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 均可分解为

$$\begin{cases} i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{i_k}) \\ u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \varphi_{u_k}) \end{cases}$$

则平均功率为

$$P = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos(\varphi_{u_k} - \varphi_{i_k})$$

结论： 周期性非正弦电路中的平均功率，等于各次谐波（包括直流分量）电压、电流单独作用产生的平均功率之代数和。





6.3 周期性非正弦稳态电路的分析

周期性非正弦稳态电路的分析是以线性电路的叠加原理和傅里叶级数分解为理论依据，其分析步骤为：

- 1) 将周期性非正弦信号分解为傅里叶级数（由所需的精度决定高次谐波的项数）；
- 2) 应用叠加原理计算各次谐波激励单独作用下的稳态响应；
- 3) 各谐波的时域响应叠加。

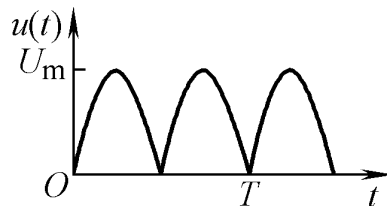
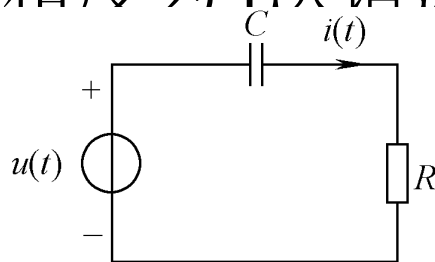


例6-1 电路如图a所示，已知 $R = 200\Omega$, $C = 10.98\mu\text{F}$,
 $\omega = 314\text{rad/s}$ 电压源 $u(t)$ 如图b所示, $U_m = 6.282\text{V}$ 。

试求电路中的电流 $i(t)$ (计算精度为4次谐波)

解

非正弦激励 $u(t)$ 可分解为



$$u(t) = \frac{2}{\pi} U_m \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t \right)$$

$$= \left[\frac{2}{\pi} \times 6.282 \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2 \times 314t - \frac{2}{15} \cos 4 \times 314t \right) \right] \text{V}$$

$$= (4 - 2.666 \cos 628t - 0.533 \cos 1256t) \text{V}$$

(1) 直流电压 $U_0 = 4 \text{ V}$ 分量单独作用

$$I_0 = 0 \text{ A}$$



(2) 正弦电压 $u_2 = (2.666 \cos 628t) \text{V}$ 分量单独作用

$$X_{C2} = \frac{1}{2\omega C} = \left(\frac{1}{628 \times 10.98 \times 10^{-6}} \right) \Omega = 145 \Omega$$

$$Z_2 = R - jX_{C2} = (200 - j145) \Omega \approx 247 \angle -35.94^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_{2m} = \frac{\dot{U}_{2m}}{Z_2} = \left(\frac{2.666 \angle 0^\circ}{247 \angle -35.94^\circ} \right) \text{A} \approx 10.79 \angle 35.94^\circ \text{mA}$$

得

$$i_2(t) = 10.79 \cos(2\omega t + 35.94^\circ) \text{mA}$$

(3) 正弦电压 $u_4 = (0.533 \cos 1256t) \text{V}$ 分量单独作用



(3) 正弦电压 $u_4 = (0.533\cos 1256t)\text{V}$ 分量单独作用

$$X_{C4} = \frac{1}{4\omega C} = \left(\frac{1}{1256 \times 10.98 \times 10^{-6}} \right) \Omega \approx 72.51 \Omega$$

$$Z_4 = R - jX_{C4} = (200 - j72.51) \Omega \approx 212.74 \angle -19.93^\circ \Omega$$

$$\dot{I}_{4m} = \frac{\dot{U}_{4m}}{Z_4} = \left(\frac{0.533 \angle 0^\circ}{212.74 \angle -19.93^\circ} \right) \text{A} \approx 2.51 \angle 19.93^\circ \text{mA}$$

得

$$i_4(t) = 2.51 \cos(4\omega t + 19.93^\circ) \text{mA}$$

各次谐波响应叠加得电路中电流 $i(t)$ 为

$$i(t) = I_0 + i_2(t) + i_4(t)$$

$$= [10.79 \cos(2\omega t + 35.94^\circ) + 2.51 \cos(4\omega t + 19.93^\circ)] \text{mA}$$



小 结

周期性非正弦电压、电流的有效值为

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}$$

平均功率为

$$P = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k$$



第二篇 电机与控制

本篇主要介绍了磁路、变压器、异步电动机和控制电机等。从应用的角度出发，讲解异步电机的工作原理和基本使用控制方法，重点放在电机的外特性上。最后借助经典的继电器接触器控制概念，介绍了PLC（可编程序控制器）控制技术。



第7章 磁路

本章主要介绍磁路的基本知识，了解铁心线圈工作时电流与磁场的关系，以便较好地理解电磁耦合传递电能和机电能量互相转换的原理和方法，为学习变压器、电动机等内容打下理论基础。

7.1 磁场的基本物理量与磁路定律

7.1.1 磁感应强度 \mathbf{B}

$$\vec{F} = q\mathbf{v} \times \vec{B}$$

它是一个矢量，它的方向与产生磁场的励磁电流的方向遵循右手螺旋定则。

在国际单位制中， \mathbf{B} 的学位用特斯拉(Tesla)、简称特(T)。

7.1.2 磁通 Φ

$$\Phi = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

磁通 ϕ 的单位是伏秒 (V·s)，称为韦[伯] (Wb)



7.1.2 磁场强度H

$$B = \mu H$$

式中， μ 称为磁导率，是衡量物质导磁能力的物理量。
H的单位在国际单位制中为安/米（A / m）。

7.1.3 磁导率

在国际单位制中磁导率的单位为亨/米(H / m)。

μ_0 为真空的磁导率，是一常数，

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H / m}$$

任意一种物质的磁导率 μ 和真空的磁导率 μ_0 的比值，称为该物质的相对磁导率。

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

7.1.4 磁通的连续性原理

$$\oint_S B \cdot dS = 0$$

7.2 磁性材料

7.2.1 磁性材料的主要特性

1. 磁导率高

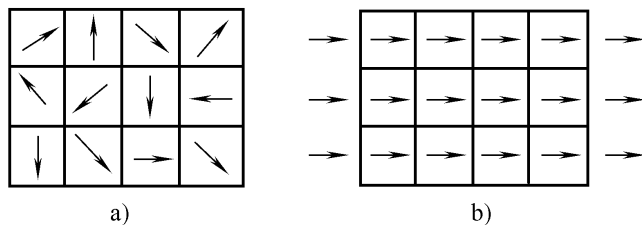


图7-1 铁磁性物质的磁化

a) 没有外磁场作用 b) 有外磁场作用

2. 磁饱和性

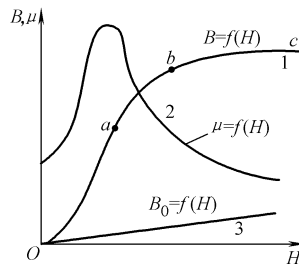


图7-2 铁磁性物质的磁化曲线

3. 磁滞现象

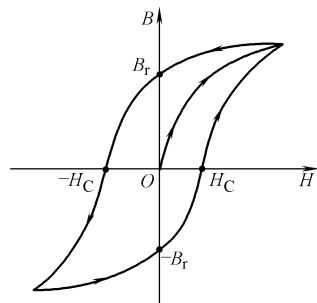


图7-3 铁磁性物质的磁滞回线

7.2.2 磁性材料的分类

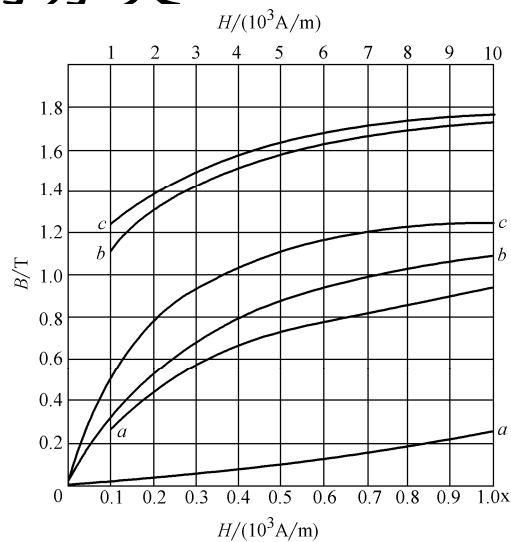


图7-4磁化曲线

a-铸铁 b-铸钢 c-硅钢片

磁性材料按其磁滞回线的形状和用途通常分为软磁材料、硬磁材料和矩磁材料三大类。

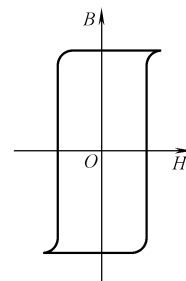
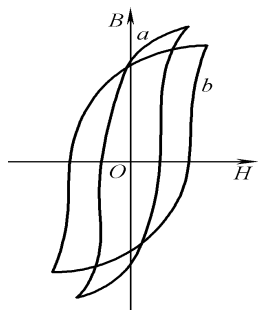


图 7-5 软磁和硬磁材料的磁滞回线 图7-6 矩磁材料的磁滞回线

7.3 磁路的概念及磁路的基本定律

7.3.1 磁路的概念

磁通集中通过的闭合路径称为磁路

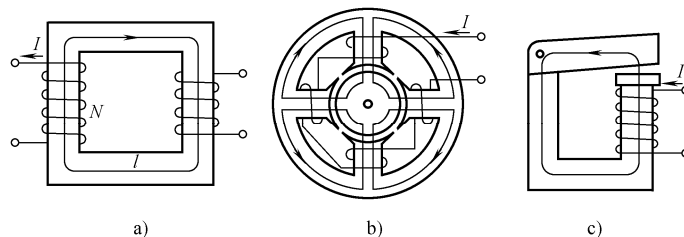


图 7-7 典型磁路示意图



7.3.2 磁路的基本定律

1. 安培环路定律

安培环路定律（**Ampere's circuit law**）也称全电流定律，在磁场中，任取一闭合路径，沿此路径对磁场强度**H**的矢量的线积分恒等于积分线所环链的传导电流的代数和，即

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^n I_k$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^n I_k = F_m$$

式中**F_m**称为磁通势，在国际单位制中单位为**A**。

2. 磁路欧姆定律

$$\Phi = \frac{IN}{l/\mu S} \quad \text{或} \quad IN = \Phi \frac{l}{\mu S} = F_m$$

式中将 **$l/\mu S$** 记作**R_m**

表现可对磁通的阻碍作用，与电路中的导体电阻的形式类似，特称为磁阻。



7.4 直流磁路

直流磁路的励磁线圈中通入的是直流电流，磁路的磁通势和磁通都是恒定的。

下面就通过两道例题，介绍简单直流磁路的计算方法。

例7-1 一个环形线圈如图7-8所示，其外径 $D_1=86\text{mm}$ ，内径 $D_2=74\text{mm}$ ，线圈匝数 $N=100$ ，励磁电流 $I=1.25\text{A}$ 。若环形线圈的心子分别采用铸钢、电工钢片和非磁性材料塑料制成，试分别计算磁路中的磁通和它们的磁导率。

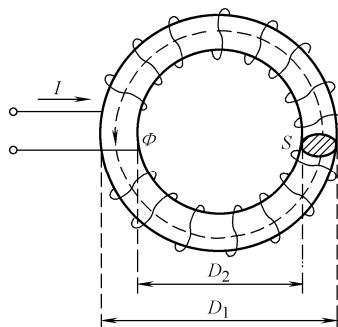


图7-8 例7-1的图

解 这是一个没有分支的均匀磁路，已知磁通势 NI ，要求计算磁通。无分支磁路是指只有一个回路的磁路，均匀磁路是指磁路中各处材料相同且质地均匀、截面积相等。

这个问题不能直接用磁路的欧姆定律求解。因为对于磁性材料来说，其磁导率 μ 不是常数，它是随激励电流的大小不同而变化的，现为未知数，所以磁阻 R_m 为未知。但是可以应用磁路的有关定律和公式，按如下顺序求解：

$H \rightarrow B \rightarrow \Phi$ ，最后再计算出磁导率 μ 。

磁路的平均长度

$$l = \pi \cdot \frac{D_1 + D_2}{2} = \pi \cdot \frac{86 + 74}{2} = 0.25(m)$$

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{100 \times 1.25}{0.25} = 500 \text{ (A/m)}$$

查阅图7-4可得，当 $H=500\text{A/m}$ 时，铸钢的磁感应强度 $B=0.64\text{T}$ ，
电工硅钢片的磁感应强度 $B=1.25\text{T}$ 。

环形铁心的截面积

$$S = \pi \cdot \left(\frac{D_1 - D_2}{4} \right)^2 = 28.3(mm)^2 = 2.83 \times 10^{-5}(m)^2$$

当材料是铸钢时

$$\Phi = B \cdot S = 0.64 \times 2.83 \times 10^{-5} = 1.81 \times 10^{-5} \text{ (Wb)}$$

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.64}{500} = 1.28 \times 10^{-3} \text{ (H/m)}$$

当材料是电工硅钢片时

$$\Phi = B \cdot S = 1.25 \times 2.83 \times 10^{-5} = 3.54 \times 10^{-5} \quad (\text{Wb})$$

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1.25}{500} = 2.5 \times 10^{-3} \quad (\text{H/m})$$

塑料是非磁性材料，它的磁导率是已知的， $\mu \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ ，所以其磁感应强度

$$B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 500 = 6.28 \times 10^{-4} \quad (\text{T})$$

$$\Phi = B \cdot S = 6.28 \times 10^{-4} \times 2.83 \times 10^{-5} = 1.78 \times 10^{-8} \quad (\text{Wb})$$

如果上述环形线圈的铁心由磁性材料做成，且在铁心上开一个很小的空气隙，如图7-9所示（图中励磁线圈略去未画），这时铁心中的磁通如何改变？

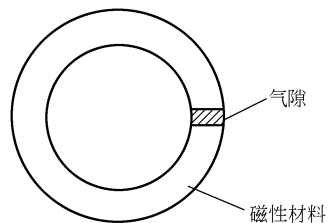


图7-9 包含气隙的环形铁心



例题7-2 一线圈,匝数 $N = 1000$,绕在铸钢制成的铁心上,铁心截面积 $S = 20 \text{ cm}^2$ 铁心平均长度 $l = 50 \text{ cm}$,该磁路如图7-10所示。

- (1) 欲在铁心中产生磁通 $\phi = 0.002 \text{ Wb}$, 应在绕组中通入多大的直流励磁电流?
- (2) 若在铁心中加入一个 0.2 cm 的空气隙, 欲保持磁通不变, 通入绕组的直流励磁电流 $I = ?$

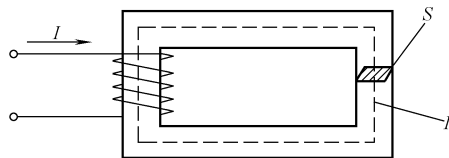


图7-10 例7-2的图

解 本例题是已知磁路中的磁通 ϕ , 求励磁电流(磁通势 NI) 。

- (1) 当磁路完全由铸钢制成时, 是均匀磁路。

$$B = \frac{\phi}{S} = \frac{0.002}{20 \times 10^{-4}} = 1 \quad (\text{T})$$

查图7-4知铸钢材料在 $B = 1 \text{ T}$ 时, $H = 1000 \text{ A/m}$

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{1000 \times 0.5}{1000} = 0.5 \quad (\text{A})$$



(2) 如果磁路由不同材料或者不同截面积的几段组成,则成为不均匀磁路。现磁路中加入了空气隙是不均匀磁路。这时可根据安培环路定律, 进行分段积分, 可得计算磁路的基本公式

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots$$

计算步骤:

第一, 对于不同截面积的磁路, 分别计算各段的磁感应强度 B

。无分支磁路磁通 ϕ 处处相等。

第二, 根据材料的磁化曲线查出与 B 值对应的 H 值。

第四, 最后可得

第三, 分别计算各段的 NI 值。

第四, 最后可得 $NI = H_1 l_1 + H_0 l_0$



7.5 交流磁路与交流铁心线圈

7.5.1 磁通与电压的关系

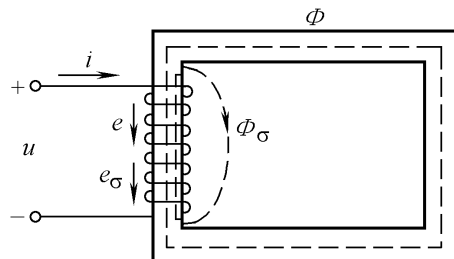


图7-11 交流铁心线圈

$$u + e + e_{\sigma} = Ri$$

$$u \approx -e = N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t \quad u = -e = \omega N \Phi_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$U \approx 4.44 f N S B_m$$



7.5.2 铁心线圈的功率损耗

在交流铁心线圈中，功率损耗分为铜损耗（ P_{Cu} ）和铁损耗（ P_{Fe} ）两大类，铁损耗又由磁滞损耗 P_h 与涡流损耗 P_e 两部分组成。

1. 铜损耗（ P_{Cu} ）

$$\Delta P_{Cu} = I^2 R$$

2. 铁损耗（ P_{Fe} ）

铁损由磁滞损耗和涡流损耗两部分组成。

1) 磁滞损耗 P_h

$$P_h = K_h f B_m^n$$

式中 K_h 为材料的特性常数， B_m 的指数 n 与材料特性有关，其值在1.5~2.5之间。

2) 涡流损耗 P_e

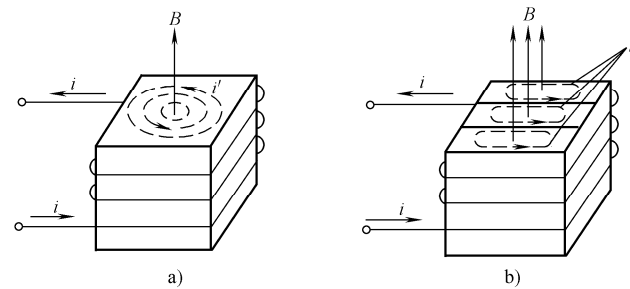


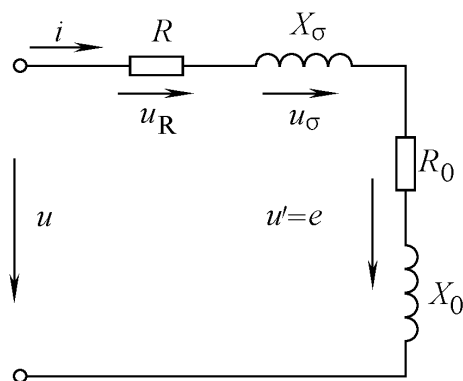
图 7-12 涡流示意图

$$P_e = K_e f^2 B_m^2 \quad \text{式中 } K_e \text{ 为材料特征常数}$$

涡流有有害的一面，应尽量减小，但也可利用涡流为人类服务。例如利用涡流的热效应来冶炼金属，利用涡流与磁场相互作用而产生电磁力的原理来制造感应式仪器、涡流测距器等。最典型的例子是利用涡流原理来冶炼金属的高频感应炉。



7.5.3 交流铁心线圈的等效电路



7.5.3 交流铁心线圈的等效电路

$$R_0 = \frac{\Delta P_{Fe}}{I^2} \quad X_0 = \frac{Q_{Fe}}{I}$$

$$|Z_0| = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} = \frac{U'}{I} \approx \frac{U}{I}$$

7.6 电磁铁

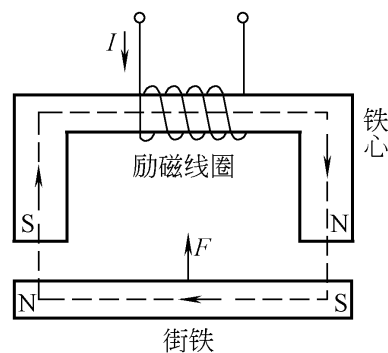


图7-14 电磁铁的结构示意图

电磁铁的种类很多，但基本结构是相同的。一般由励磁线圈、铁心及衔铁三部分构成。如图7-14所示。

电磁铁按励磁电流分为直流电磁铁和交流电磁铁两种。

7.6.1 直流电磁铁

$$F = \frac{10^7}{8\pi} B^2 S(N)$$

在国际单位制中，**B**的单位为**T**（特斯拉），**S**的单位为**m²**（平方米），**F**的单位为**N**（牛顿）。



直流电磁铁中没有涡流损耗，所以铁心由整块的硅钢制成。另外，在直流电磁铁中，励磁电流的大小仅与线圈的导线电阻有关，不因气隙的大小而变化，当电压一定时电流也为定值。直流电磁铁动作平稳，工作可靠，适于动作频繁的机构。



7.6.2 交流电磁铁

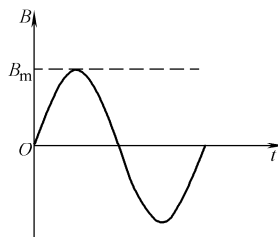
交流电磁铁的磁感应强度是交变的，设 $B = B_m \sin \omega t$

$$f = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} F_m - \frac{1}{2} F_m \cos 2\omega t$$

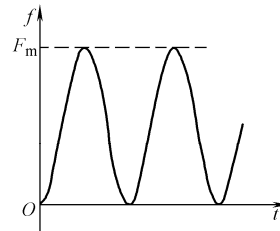
$$F_m = \frac{10^7}{8\pi} B_m^2 S_0 \quad \text{是吸力的最大值。}$$

$$F = \frac{1}{T} \int_0^T f dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{1}{2} F_m - \frac{1}{2} F_m \cos 2\omega t \right] dt$$

$$= \frac{1}{2} F_m = \frac{10^7}{16\pi} B_m^2 S_0 \quad (\text{N})$$



a)



b)

图7-15 交流磁通和磁力的变化曲线

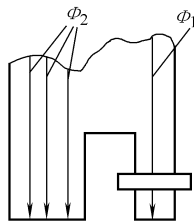


图 7-16 阻尼环

阻尼环为一短路环，受交变磁通的感应，环中产生滞后磁通的感应电流。因此环所包围的铁心部分中的磁通与环外铁心部分的磁通便有一相位差存在，使两部分的磁通和吸力不同时降为零，消除了震动和噪声。

要特别注意，即使是额定电压相同的交、直流电磁铁，也绝不能互换使用。若将交流电磁铁接在直流电源上，由于线圈的感抗为零，会使线圈中的电流比接在相同电压的交流电源上的电流大出许多倍，将导致线圈过热而烧毁。

7.6.3 电磁铁的应用

在日常生活和国民经济中，电磁铁的应用非常普遍。特别是在远距离控制以及自动控制系统、电动机的控制与保护电路中应用更为广泛。

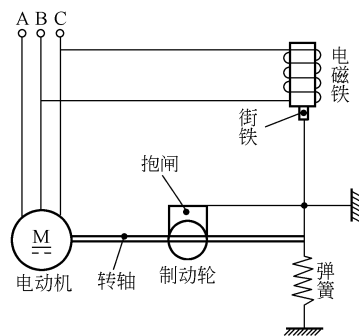


图7-17 电磁铁的应用

图7-17就是利用电磁铁来制动机床和起重机的电动机的例子。当接通电源时，电磁铁将衔铁吸起，拉起弹簧，将抱闸提起，放开了装在转轴上的制动轮，这时电动机就可自由转动。

电源断开后，电磁铁失磁，吸力消失，衔铁落下。同时在弹簧作用下，把抱闸压在制动轮上，电动机立即被制动而停车。在机床中，也常用电磁铁控制气动或液压传动机构的阀门或控制变速机构。



1. 磁性物质的性能

- 1) 磁性物质都能被磁化，而非磁性物质均不能被磁化。
- 2) 磁性物质具有磁导率高、磁饱和性、磁滞现象。
- 3) 磁性物质通常分为软磁、硬磁、矩磁三大类。

2. 由铁磁材料组成的闭合通路（中间可含有微小气隙）称为磁路，磁通绝大部分集中在磁路内。磁路中的磁通势、磁压、磁通和磁阻与电路中的电动势、电压、电流和电阻相对应，磁路的欧姆定律和基尔霍夫定律的表达式为

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} \quad \sum \Phi = 0 \quad \sum Hl = \sum IN$$

3. 简单的无分支直流磁路的计算分为两类问题：一类是已知磁通求磁动势，其计算步骤可归纳为

$$\begin{array}{l} \text{已知} \\ \Phi \rightarrow B = \frac{\Phi}{S} \rightarrow \begin{array}{l} \text{根据 } B \text{ 由 } B-H \text{ 曲线查 } H \\ \text{对于气隙直接求解} \end{array} \rightarrow H \rightarrow \sum Hl = \sum IN \end{array}$$

另一类问题是已知磁通势求磁通，通常采用的方法是试探法。

4. 铁心线圈按其励磁方式可分为直流励磁和交流励磁两种。交流励磁的铁心线圈中的电流决定于外加的电压和线圈电阻，

当外加电压一定时。线圈中的电流不变。当磁路中气隙改变时，磁阻 R_m 改变，根据 $I = \frac{U}{R}$

磁通 Φ 改变。交流铁心线圈接通正弦电压时，铁心磁通与电压之间的关系为

$$U = 4.44 f N \Phi_m$$

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m}$$

当外加电压一定时，磁通的幅值基本不变。当磁路的气隙改变时，磁阻改变，励磁电流改变。

5. 交流铁心线圈的损耗分为铜损和铁损两大类，铁损包括磁滞损耗和涡流损耗。为了减少损耗，线圈由优质的表面涂有绝缘漆的铜导线（又称漆包线）绕制而成，铁心由表面涂有绝缘漆的硅钢片叠成。



第10章 电气控制

现代生产中广泛采用自动控制系统，由继电器组成的有触点（开关）控制电路，是实现自动控制的一种简便方法。

这一章将对常用低压电器进行简要介绍，然后着重介绍继电器控制电路的工作原理、控制方法及简单控制电路的设计。最后对可编程序控制器（**PLC**）进行介绍。



10.1 低压控制电器

在继电器控制系统中常用的低压电器有两类，一类是手动控制的通断电器，也称为主令电器。如开关、按钮等，是人工操作直接控制的电器；另一类是用于自动控制的通断电器，如接触器、继电器等，这类电器是依靠控制电压、电流或其他物理量来改变其工作状态。

10.1.1 刀开关

1. 低压闸刀开关

低压闸刀开关是手动电器中的基本设备，其结构和操作方法较为简单，主要用作分断小容量的低压配电线路，或者用于直接起动小容量电动机，闸刀的级数分为单极、双极和三极几种。每种又有单掷与双掷的区别。

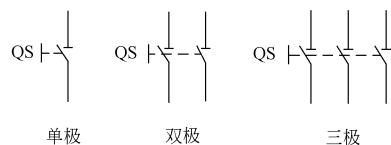


图10-1 低压闸刀开关

2. 转换开关

转换开关又称组合开关，是由数层动、静触片组装在绝缘盒内而成的。动触片装在转轴上，用手柄转动转轴使动触片与静触片接通与断开。可实现多条线路、不同联结方式的转换。

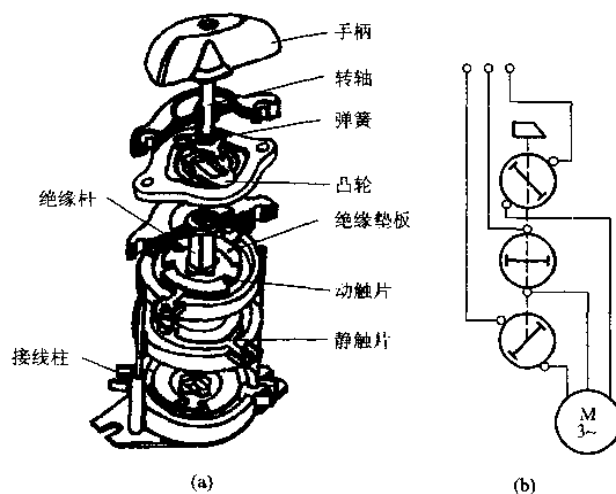


图10-2 转换开关的结构和符号

10.1.2 按钮

按钮是一种手动主令电器，但它与闸刀开关不一样，按钮用手按下后接通，松手后靠弹簧力将它恢复到断开的状态，按钮一般不用于分合主电路，负荷电流不通过它的触头，它只起发出“接通”和“断开”信号的作用。最常见的按钮是复合式的，包括一个动合触头和一个动断触头。

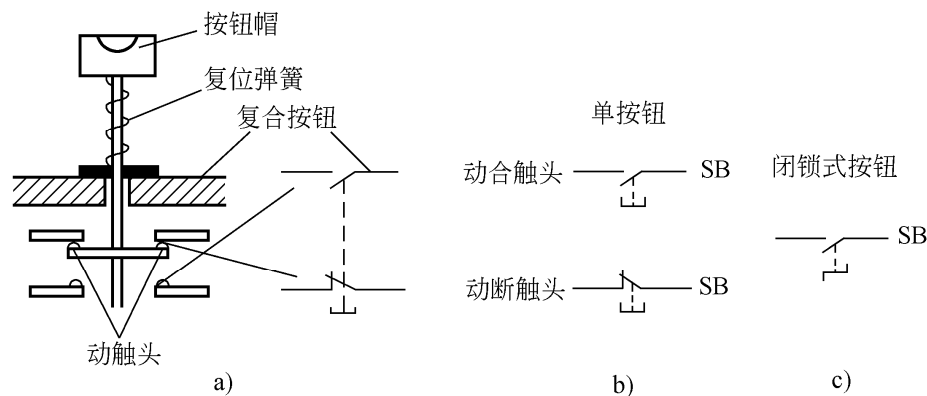


图10-3 按钮及符号

10.1.3 熔断器

熔断器是一种最常见的短路保护器件。熔断器按照其结构和用途分有插入式、螺旋式、无填料密封式、有填料密封式、快速式等。

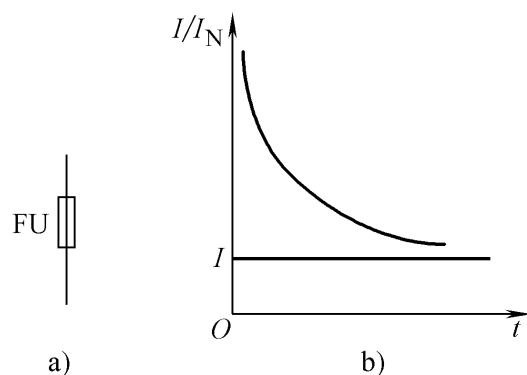


图10-4 熔断器的符号及保护特性

熔断器额定电流 I_N 选择应依如下原则：对电阻性负载如电灯、电阻炉等，熔体的额定电流 I_N 可按等于或稍大于负载额定电流 I_L 值选择，即 $I_N \geq I_L$ 确定。对电动机等起动电流 I_{st} 大于工作电流 I_L 的负载，熔断器额定电流 I_N 的选择原则是，既要有短路保护作用，又要在起动瞬间熔断器不能熔断，应依实际情况确定。

10.1.4 热继电器

热继电器触点的动作不是由电磁力产生的，而是由受热元件产生的机械变形，推动机构动作来完成的。主要用于电动机的过载保护。

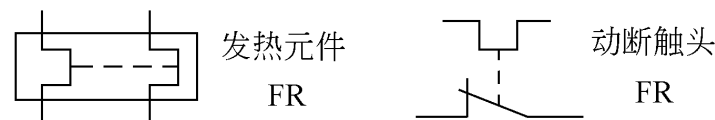
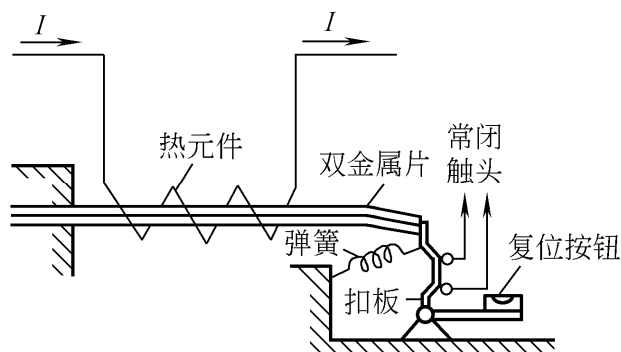


图10-5 热继电器的结构图 图10-6热继电器的电路符号

热继电器的发热元件串接在电动机的主电路中，常闭触点串接在电动机的控制电路中。正常情况下，双金属片变形不大，但当电动机过载到一定程度时，热继电器将在规定时间内动作，切断电动机的供电电路，使电动机断电停车，受到保护。

10.1.5 低压断路器

低压断路器又称空气自动开关。在功能上，它相当于闸刀开关、热继电器、过电流继电器和欠电压继电器的组合，能有效地对电路进行过载、短路、欠电压保护，以及不频繁地分、合电路。一旦电路发生故障，其保护装置立即动作切断电路，当故障排除后，无需更换零件，可迅速恢复供电。

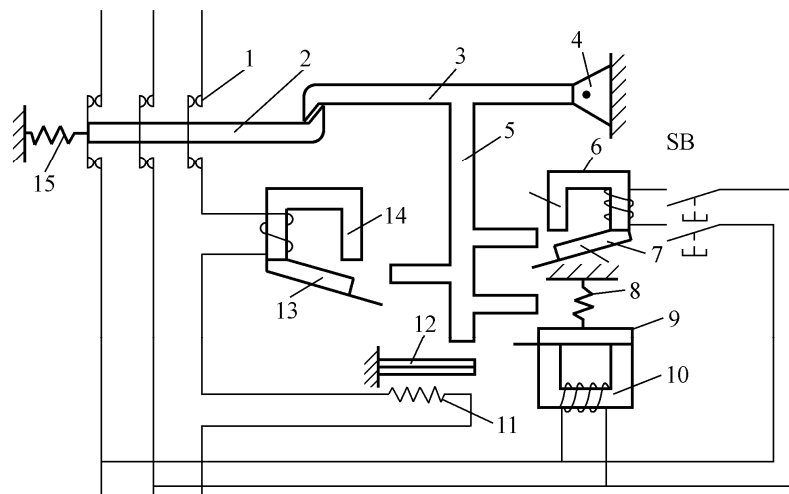


图10-7 低压断路器结构图

1—主触点；2—锁键；3—搭钩；4—转轴；5—杠杆；6—分励脱扣器；7、9、13—衔铁；8、15—弹簧；10—欠电压脱扣器；11—热元件；12—双金属片；14—过电流脱扣器



10.1.6 交流接触器与中间继电器

交流接触器和中间继电器的基本结构相似，都采用电磁工作原理，属于电磁式低压电器。交流接触器主要是由电磁系统、触头系统和灭弧装置三大部分组成。

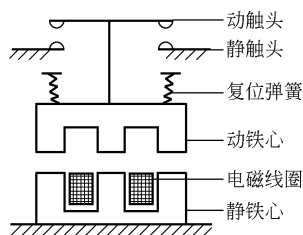


图10-8 交流接触器的结构示意图

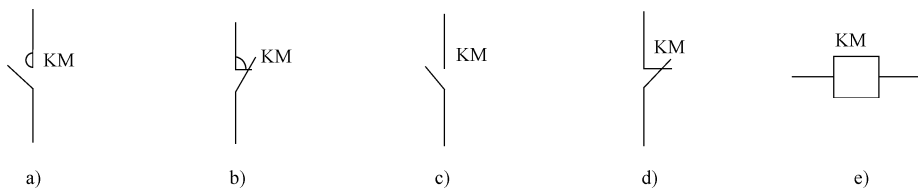


图10-9 交流接触器的图形符号

中间继电器在控制线路中主要起扩大触点容量和扩展触点数量的作用。其工作原理与小型接触器相同，当采用其他小容量的继电器控制接触器，继电器的容量或触点数量不足时，可采用中间继电器进行扩展。

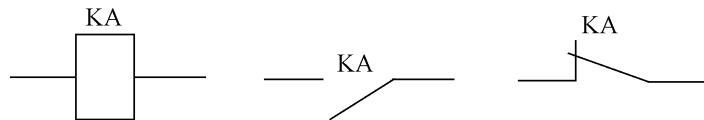


图10-10 中间继电器的图形符号



10.2 继电—接触器控制电路

10.2.1 继电接触控制器控制电路图的阅读方法

1. 应了解机械设备和工艺过程，掌握生产过程对控制电路的要求。
2. 要掌握控制电路构成的特点，通常一个系统的总控制电路分为主电路和控制电路两部分。
3. 为表达清楚，识图方便，在一份总电路图中，同一电器的各个部件经常不画在一起，而是分布在不同地方，甚至不在一张图上。
4. 电路图中的所有电器的触头的状态均为常态，即吸引线圈不带电、按钮没按下的情况等。
5. 一般控制电路，其各条支路的排列常依据生产工艺顺序的先后，由上至下排列。

10.2.2 继电器接触器控制的基本电路

控制电路都是用若干个基本电路和一些保护措施组合而成的。因此，掌握一些常用基本电路，是学习继电器接触器控制系统的关键，下面介绍几个电动机控制的基本电路。

1. 三相异步电动机点动控制电路

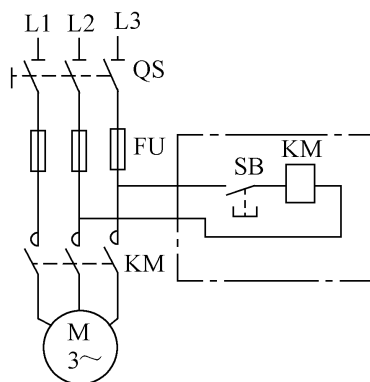


图10-11 三相异步电动机的点动控制电路

工作时，首先合上刀闸开关**QS**，这时电动机不会运转，当按下按钮**SB**时，接触器线圈**KM**通电产生电磁力，**KM**的三个动合主触头吸合，使电动机与三相电源接通，起动运转。松开按钮**SB**，接触器**KM**的线圈断电失磁，主触头断开恢复常，电动机断电停止运转。这就实现了电动机的点动控制。熔断器**Fu**的作用是电源短路保护。

2. 三相异步电动机的直接起、停控制电路

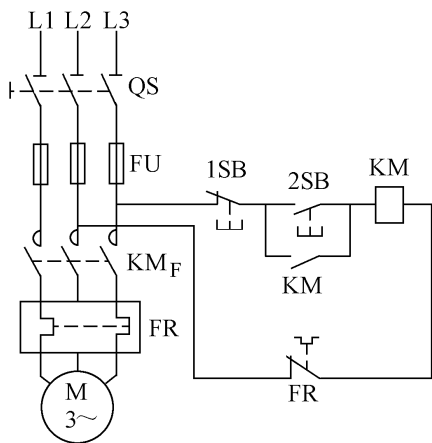


图10-12 三相异步电动机的起、停控制电路

控制电路结构的特点是：热继电器**FR**的发热元接在主电路中，反映负载电流，它的动断（常闭）触点**FR**与接触器**KM**的吸引线圈串联接在控制电路中，控制接触器**KM**的工作。

工作时，首先合上刀开关**QS**，按下起动按钮**SB**，接触器**KM**吸合，其三个主触头闭合使电动机起动，同时其辅助触头也闭合，旁路起动按钮**2SB**。当松开起动按钮**2SB**后，接触器仍能通过自己的辅助触头自保持供电，这种环节为“自锁”环节。

3. 三相异步电动机的异地控制

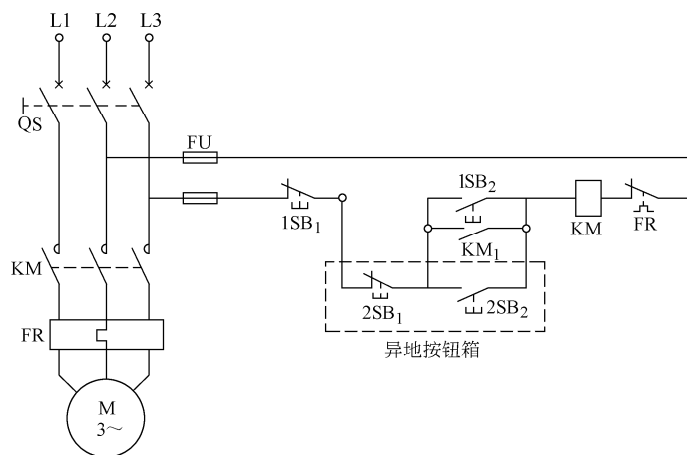


图10-13 三相异步电动机的异地控制电路

图中控制按钮1SB1和1SB2设于控制箱内，2SB1和2SB2设于异地按钮箱。起动按钮1SB2和2SB2相并联，只要其中一只按下，都能起动鼓风机转动。停止按钮1SB1和2SB1相串联，只要将其中一只按下，就能停止鼓风机转动。

4. 三相异步电动机带联锁的正反转控制电路

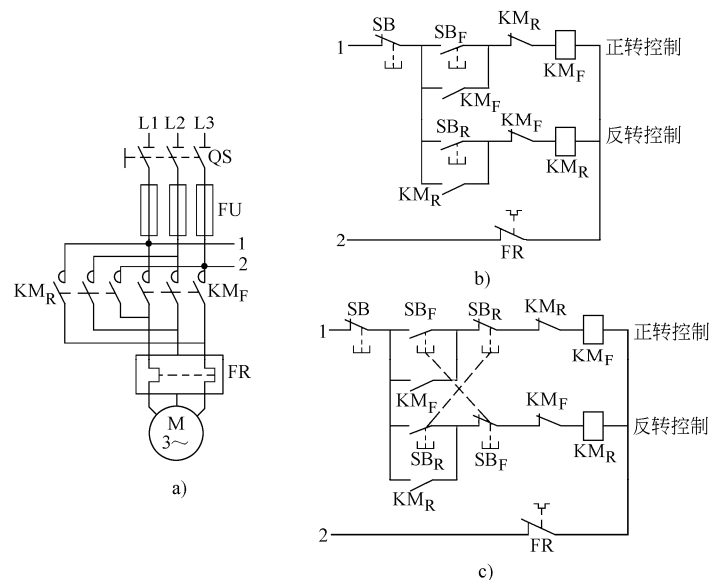


图10-14 三相异步电动机的正、反转控制

图10-14所示为异步电机带联锁的正反转控制线路。按钮**SBF**和接触器**KMF**等器件控制电动机正传，按钮**SBR**和接触器**KMR**等器件控制电动机反传。

从图10-14左面的主电路可以看出，如果两个接触器**KMF**、**KMR**同时工作，六个主触头同时闭合，将造成电源短路。为了避免这种事故的发生，控制回路引入正反转联锁控制，即电动机正转运行时，反转不能工作。



5. 多台电动机顺序起停控制

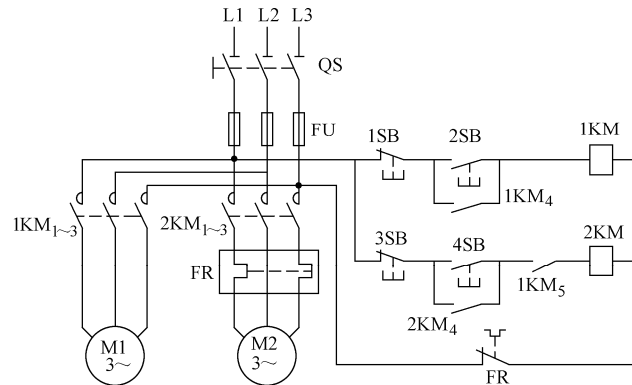


图10-15 三相异步电动机的顺序控制

图10-15所示为主轴电动机和油泵电动机联锁控制电路。接触器**1KM**控制油泵电动机**M1**，它的一个动合辅助触头**1KM5**串联在主轴电动机控制电路中，起联锁作用，所以只有**1KM5**动作，油泵电动机起动，**1KM5**闭合，控制主轴电动机的接触器**2KM**才有可能起动。在油泵电动机运转的前提下，主轴电动机可以起动、停车。油泵电动机停车，主轴电动机也随之停车。

6. 三相异步电动机的限位与行程控制

(1) 行程开关

行程开关也称为限位开关，用于控制机械设备的行程及进行终端限位保护，是一种根据运动部件的行程位置而切换电路的电器。行程开关广泛用于起重机、机床、生产线等设备的行程控制、限位控制和程序控制中的位置检测。行程开关的种类很多，主要分为机械式和电子式两大类。

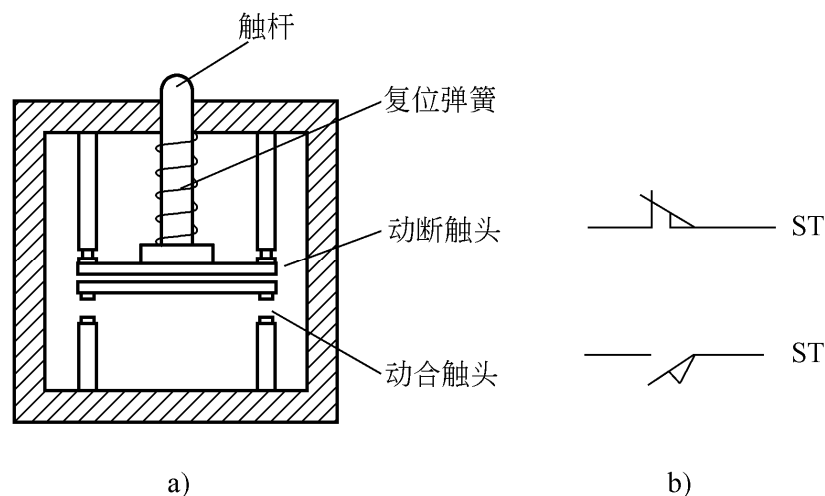


图10-16 行程开关的结构与图形符号

(2) 行程控制线路

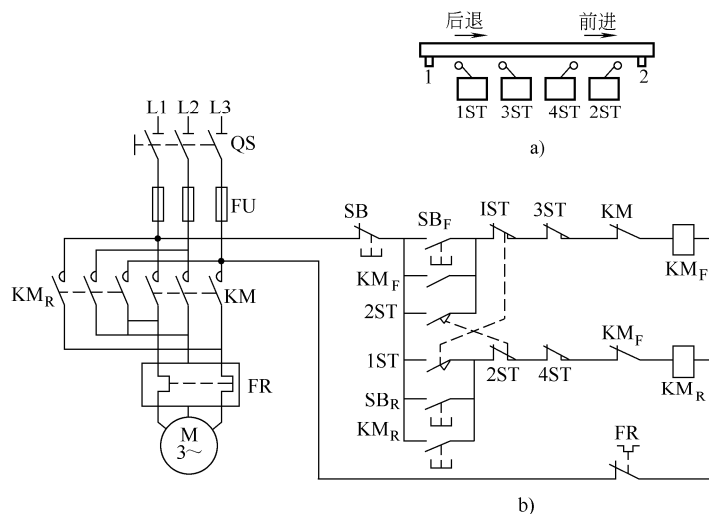


图10-17 行程开关控制电路图

机床工作台控制电路上作原理如下：按下起动按钮**SB_F**，电动机正转，工作台前边至规定位置时，挡块**1**撞压行程开关**1ST**，它的动断触头打开，动合触头闭合，电动机反转，工作台后退。当工作台后退至规定位置时，挡块**2**撞压行程开关**2ST**，它的动断触头打开，动合触头闭合，电动机又起动正转，如此往复循环运动。需要停车时，按下停车按钮**SB**即可。



7. 时间控制

(1) 时间继电器

时间继电器是反映时间的自动控制电器。时间继电器有电磁式和电子式两种，前者是在电磁式控制继电器上加装空气阻尼(如气囊)或机械阻尼(钟表机械)组成，后者是利用电子延时电路实现延时动作。时间继电器的共同特点是从接受信号到触点动作有一定延时，延时长短可根据需要预先整定。

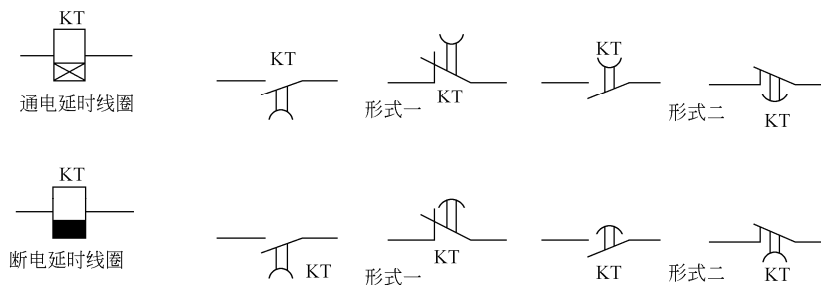


图10-18 时间继电器的图形符号

(2) 三相异步电动机的顺序与时间控制线路

钻床切削自动循环控制电路原理图，如图10-19所示。该电路可实现刀架进给电动机的启动、停止、正反转运动及其运动状态的自动转换。其中，**SQ1**、**SQ2**是行程开关的触头，控制钻床的始点和终点；**KT**为时间继电器，用于延时控制；**KV**为速度继电器。自动循环控制过程请自行分析。

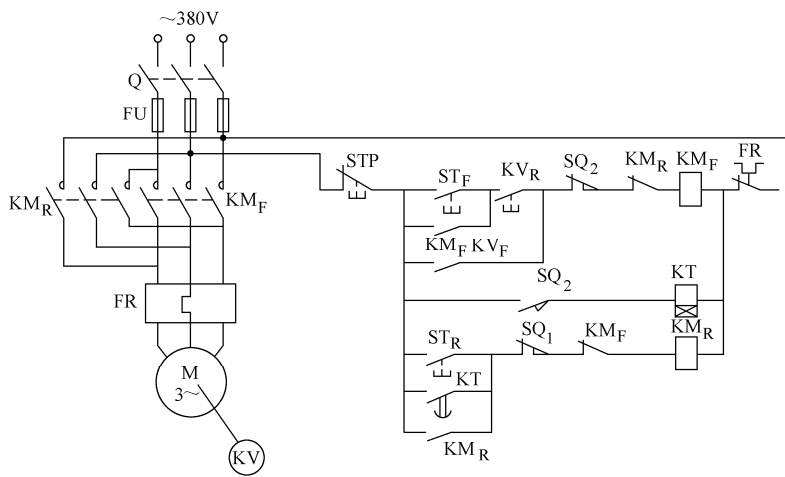


图10-19钻床切削自动循环控制电路原理图



10.3 可编程序控制器

现代控制系统中普遍采用可编程序控制，它采用可编程序控制器把复杂的继电器控制逻辑转换为由中央处理器、输入变换器、输出变换器及用户程序进行处理的开关量控制逻辑，实现了硬件逻辑的软件化。不仅克服了传统继电—接触器控制的弊端，而且在控制器中还可以实现数值运算、与计算机联网通信、模拟量输入、模拟量输出等功能。

10.3.1 可程序控制器概述

1. 可编程序控制器的发展简述

自从1969年美国DEC公司研制出世界上第一台可编程序逻辑控制器（Programmable Logic Controller）以来，经过三十多年的发展与实践，其功能和性能已经有了很大的提高，从当初用于逻辑控制和顺序控制领域扩展到运动控制和过程控制领域。可编程序逻辑控制器（PLC）也改称为可编程序控制器（Programmable Controller），由于个人计算机也简称PC，为了避免混淆，可编程序控制器仍被称为PLC。



2. 可编程序控制器的特点

- ①可靠性高，抗干扰能力强。
- ②模块化结构，扩展能力强。
- ③编程方便，易于使用。
- ④控制系统设计、安装、调试方便。
- ⑤功能完善。

由于具有上述特点，使得**PLC**的应用范围极为广泛，可以说只要有工厂、有控制要求，就会有**PLC**的应用。



10.3.2 可编程序控制器的组成与性能指标

1. 可编程序控制器的组成

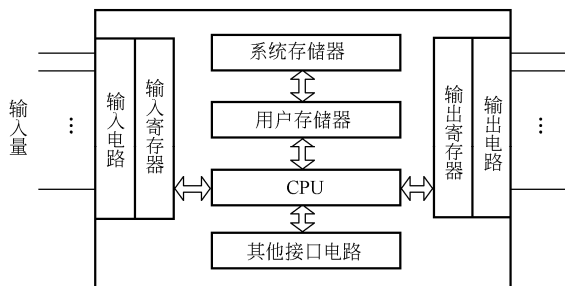


图10-20 PLC的组成

2. PLC的性能指标及分类

- 1) 存储容量
- 2) I/O点数
- 3) 扫描速度
- 4) 指令的多少
- 5) 内部寄存器的配置和容量
- 6) 扩展能力
- 7) 特殊功能单元

10.3.3 可编程序控制器的基本工作原理

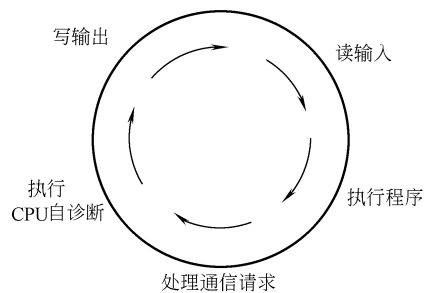


图10-21 循环扫描周期

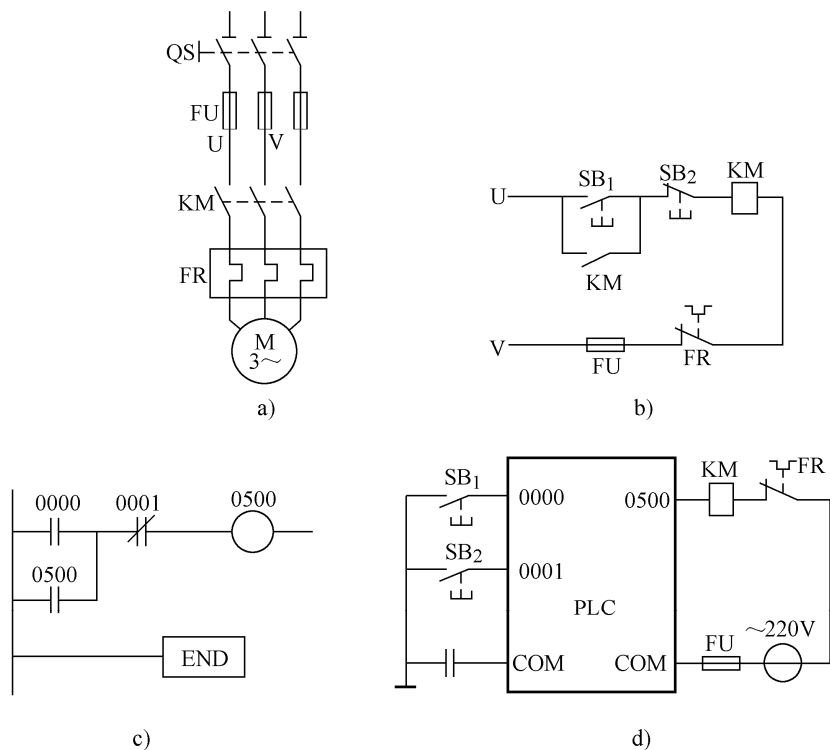
10.3.4 可编程序控制器的编程语言

1. 梯形图

元 件 名 称	梯 形 图	继 电 器 图
动 合 触 点		
动 断 触 点		
电 磁 线 圈		

表10-2 梯形图与继电器控制图元件符号对照表

梯形图是一种比较通用的编程语言，它是在继电接触器控制电路的基础上演变而来的。表10-2是梯形图与继电器控制图元件符号对照表。两者的图形符号虽然相似，但元件构造有本质区别。



a) 电动机起停控制主电路 b) 电动机起停继电器接触控制电路

c) PLC控制电路梯形图 d) PLC输入/输出接线图

图10-22 采用PLC构成的电动机起、停控制电路

2. 指令语句表语言

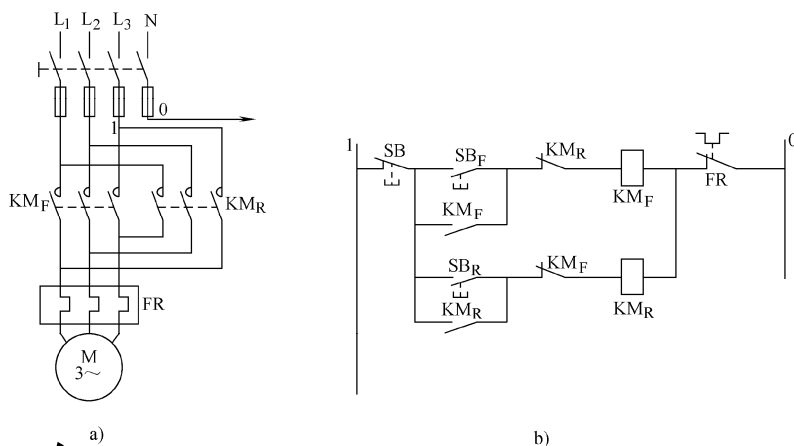
语句号	指令助记符	操作数（器件号）
0	LD	0000
1	OR	0500
2	AND-NOT	0001
4	END	

基本指令有逻辑运算指令：LD、AND、OR、NOT、OUT
和程序结束指令END；定时器、计数器指令：TIM、CNT。
C系列P型机还有一些专用指令，如跳转指令，
分支指令，移位指令，加、减法指令等等。

10.3.5 可编程序控制器在电动机控制中的应用

例 10-1 用C系列P型PLC实现三相异步电动机正、反转控制电路。设SBF、SBR分别为正、反转起动按钮，SB为停机按钮，KMF、KMR分别为正、反转接触器。在电动机正转或反转运行时应有相应的指示灯亮。

解 根据要求，电动机的主电路和继电接触控制电路如图10—23a所示。
根据继电接触器控制电路画出PLC外部I/O接线图及其梯形图，如10—24所示。
电机正、反转的程序如表10-3所示。



a) 主电路

b) 控制电路

图10-23三相笼型异步电动机正反转起停控制电路

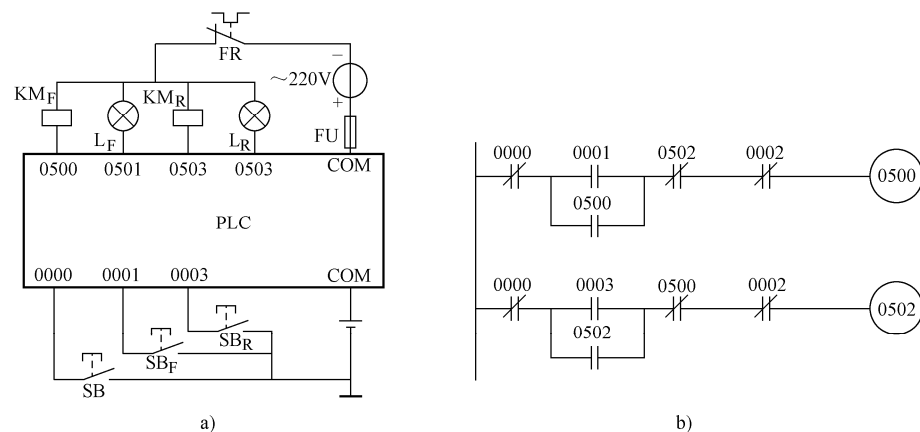


图10-24 PLC的I/O接线和梯形图

表10-3 电机正、反转程序表

地 址	指 令	数 据	地 址	指 令	数 据
0000	LD NOT	0000	0008	LD	0003
0001	LD	0001	0009	OR	0502
0002	OR	0500	0010	AND LD	
0003	AND LD		0011	AND NOT	0500
0004	AND NOT	0502	0012	AND NOT	0002
0005	AND NOT	0002	0013	OUT	0502
0006	OUT	0500	0014	END(FUN01)	
0007	LD NOT	0000			



本章小结

1. 继电接触控制是采用继电器、接触器及按钮等电器实现对控制对象的自动控制。接触器是用来控制电动机或其他用电设备主电路通断的电器；继电器和按钮则是控制接触器吸引线圈或其他控制电路通断的电器。
2. 异步电动机的基本控制电路有点动、单向连续运行、正反转控制、行程和顺序控制电路。
3. 异步电动机的继电接触控制电路通常具有短路保护、过载保护和欠压（或失压）保护等，熔断器用来实现短路保护和严重过载保护。热继电器用来实现电动机过载保护，接触器还有失(欠)压保护功能。
4. 可编程序控制器是一种把计算机技术和自动化技术融为一体的智能工业装置，实质上是一种面向工业控制的计算机系统。



第 8 章 变压器

- 变压器是一种静止的电器，它利用电磁感应原理，将一种电压的交流电能转换成同频率的另一种电压的电能。
- 本章先研究单相变压器的运行特性，然后再讨论几种特殊变压器的理论与运行。



8.1 变压器的分类、基本结构及工作原理

8.1.1 变压器的分类

按用途可分为：电力变压器（又可分为升压变压器、降压变压器、配电变压器等）、仪用变压器（电流、电压互感器等）、试验用变压器、整流变压器等。

按绕组数目可分为：双绕组变压器、三绕组变压器、多绕组变压器（一般用于特种用途）及自耦变压器。

按相数可分为单相变压器、三相变压器、多相变压器。

按冷却方式的不同，可分为干式变压器、油浸自冷变压器、油浸风冷变压器、油浸水冷变压器、强迫油循环风冷变压器、强迫油循环水冷变压器等。

按线圈导线使用材质的不同，分为铝线变压器、铜线变压器。

按调压方式可分为无励磁调压变压器、有载调压变压器。

8.1.2 变压器的基本结构

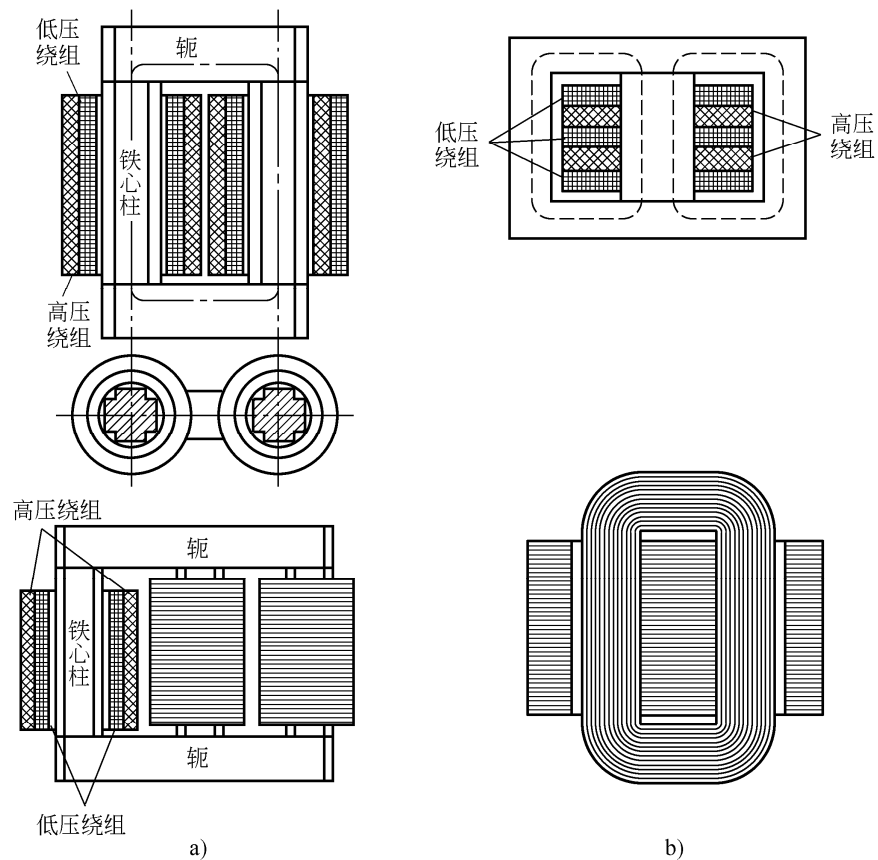


图8-1 变压器的构造
a) 心式 b) 壳式



8.1.3 变压器的工作原理

最简单的变压器是由一个闭合的铁心和绕在铁心上的两个匝数不等的绕组组成，如图所示。虽然一次、二次绕组在电路上是相互分开的，但二者却处在同一磁路上。本节通过对变压器的空载运行和有载运行来分析变压器的变换电压、变换电流和变换阻抗的原理。

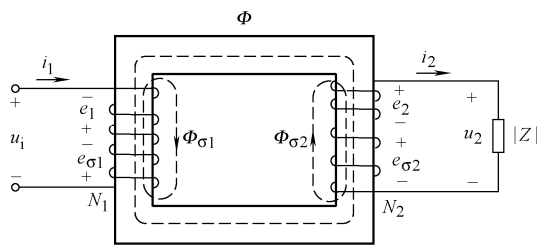


图8-2 变压器的原理图

1. 变压器的空载运行和电压变换

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}; \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$e_\sigma = -N \frac{d\Phi_\sigma}{dt}$$

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = K$$



2. 变压器的负载运行和电流变换

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

3. 阻抗变换

$$|Z_1| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{I_2/k} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = k^2 |Z|$$

例 8-1 已知某收音机输出变压器的一次侧匝数为600，二次侧匝数为30，一次侧原接有 $16\ \Omega$ 的扬声器，现要改成 $4\ \Omega$ 扬声器，求 N_2 应改为多少？



解

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{600}{30} = 20$$

$$|Z_1| = k^2 |Z_L| = 20^2 \times 16 = 6400 \Omega$$

改接成 $|Z_L| = 4 \Omega$ 扬声器后

$$k'^2 = 6400 / 4 = 1600, \text{ 则 } k' = 40$$

$$\text{所以: } N_2 = N_1 / k' = 600 / 40 = 15 \text{ 匝}$$



8.2 变压器的运行特性

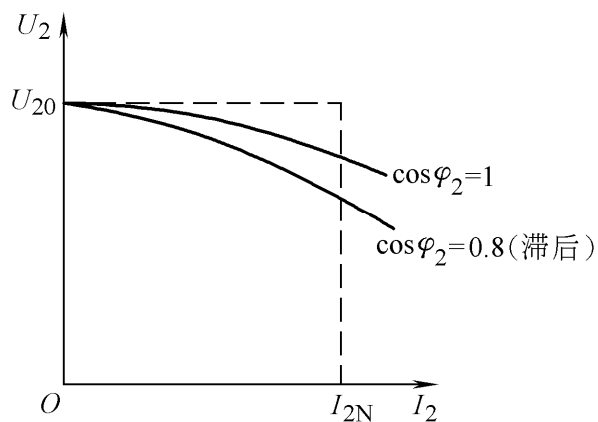


图8-3 变压器的外特性曲线

1. 电压变化率

$$\Delta U\% = \frac{U_{20} - U_{2N}}{U_{20}} \times 100\%$$



例8-2 一单相变压器，额定容量为50KVA，额定电压为1000/230V，当该变压器向 $R=0.83\Omega$ 、 $X_L=0.618\Omega$ 的负载供电时，正好满载，试求变压器一、二次绕组的额定电流和电压变化率。

解

$$\text{一次绕组的额定电流 } I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{50 \times 10^3}{10000} = 5A$$

$$\text{二次绕组的额定电流 } I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{50 \times 10^3}{230} = 217.4A$$

$$\text{又 } |Z_L| = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{0.83^2 + 0.618^2} = 1.03\Omega$$

$$U_2 = I_{2N} |Z_L| = 217.4 \times 1.03 = 223.9V$$

$$\text{故电压的变化率 } \Delta U\% = \frac{U_{20} - U_2}{U_2} \times 100\% = \frac{230 - 223.9}{230} \times 100\% = 2.6\%$$



2. 变压器的损耗与效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}}}$$

变压器的效率一般都较高，大多数在**95%**以上，大型变压器效率可达**99%**以上。在一般电力变压器中，当负载为额定负载的**50%—75%**时，效率达到最大值。

2.3 变压器的应用

1. 自耦变压器

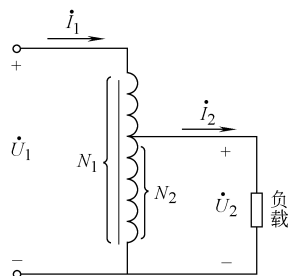


图8-4 自耦变压器原理图

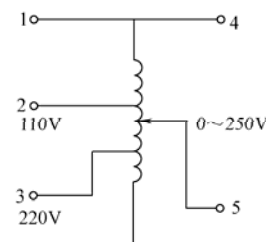
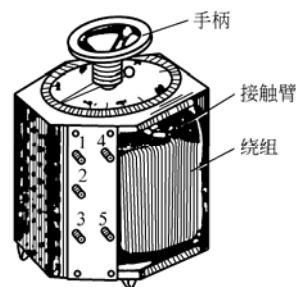


图8-5 调压器的外形和电路

2. 电流互感器

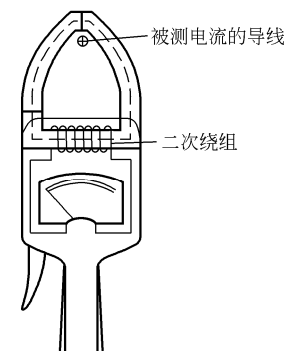
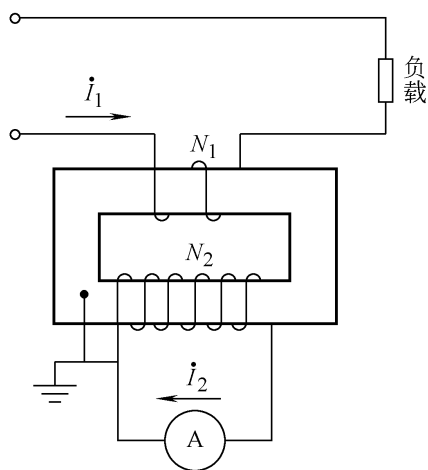


图8-6 电流互感器的原理图 图 8-7 测流钳的原理图

为了安全起见，电流互感器的铁心及二次绕组的一端应该接地。

3. 电压互感器

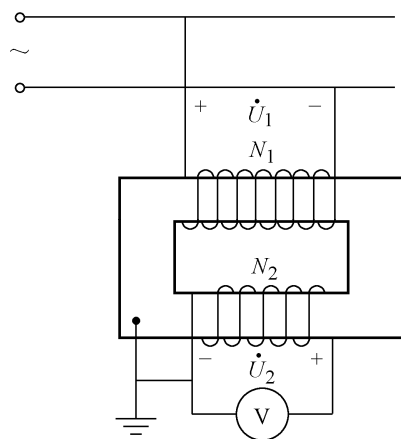


图8-8 电压互感器的原理图

4. 电焊变压器

电焊变压器从结构上讲是一台特殊的降压变压器，是交流电焊机的主要组成部分。

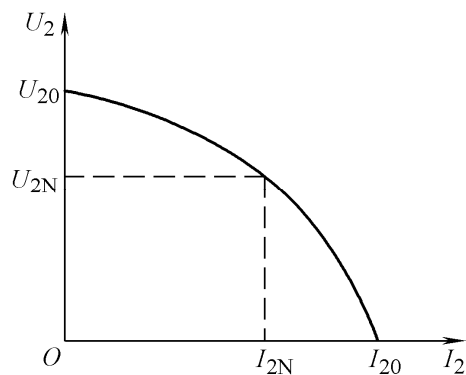


图8-9 电焊变压器的外特性

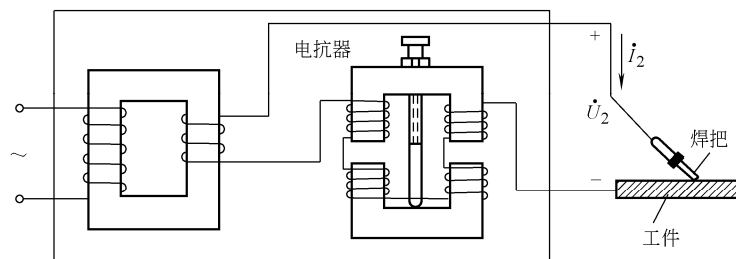


图8-10 电焊变压器的原理示意图

5. 三相变压器

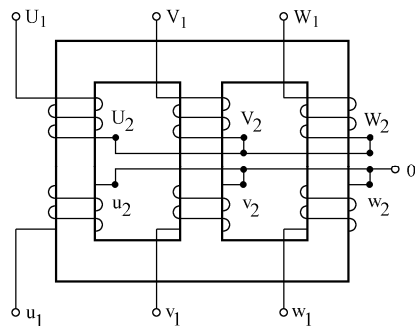


图8-11 三相变压器结构原理图

注意：三相变压器的电压比是指初级额定相电压与次级额定相电压之比值，而不是额定线电压的比值。可以将三台单相变压器按三相电路联接，其作用与三相变压器相同。三相变压器中的每一相，工作情况相当于一个单相变压器。因此，单相变压器的工作原理、基本方程式和运行特性都完全适用于三相变压器。

8.5 变压器使用中的问题

8.5.1 变压器的额定值

8.5.2 变压器绕组的极性

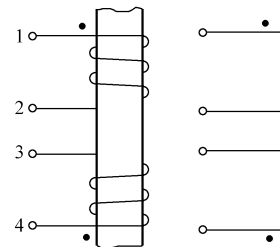
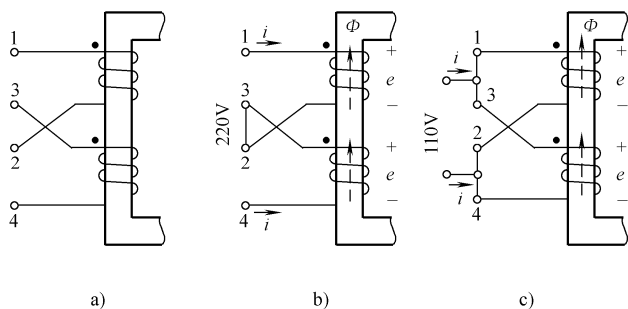


图8-12 变压器原绕组的正确联接 图8-13 线圈绕组



本章小结

1. 变压器是利用电磁感应原理，通过铁心中的交变主磁通，将电能从一次侧传送到二次侧及负载上。

2. 变压器具有变电压、变电流、变阻抗的作用，其关系式为

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k_u \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = K_i \qquad Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{I_2/k} = k_2 \frac{U_2}{I_2} = k^2 Z_L$$

此外，它还能对一、二次电路起隔离作用（自耦变压器除外）。

3. 为了正确使用变压器，还必须了解变压器的工作特性、额定值和绕组的同极性端。



4. 各种变压器的基本结构和工作原理都相同，但是由于不同的使用要求，使用不同用途的变压器，一定要注意各自不同的特点。例如，仪用互感器是测量用的变压器，使用时应注意将其二次侧接地，电流互感器二次侧绝不允许开路，而电压互感器二次侧绝不允许短路。注意：电流互感器二次侧标准额定电流为**5A**。电压互感器二次侧标准额定电压为**100V**；电焊变压器是一种特殊的降压变压器。为使其具有迅速下降的外特性，采用人为增大漏抗的方法，即串联可调电抗器或在磁路中装设可移动铁心的磁分路。



第9章 电动机

电机可分为直流电机和交流电机两大类，交流电机又有同步电机和异步电机两种。直流电动机按照励磁方式的不同分为他励、并励、串励和复励四种。

9.1 三相异步电动机的结构

三相异步电动机主要是由定子、转子两大部分和机座、轴承、端盖、接线盒、风扇和风扇罩壳以及空气间隙等组成，图9-1是三相异步电动机外形和拆开的各部分图。

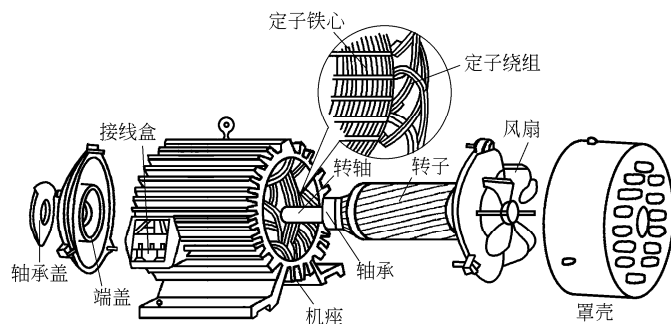


图9-1 三相鼠笼式电动机的结构

1. 定子组成及各部分元件的作用

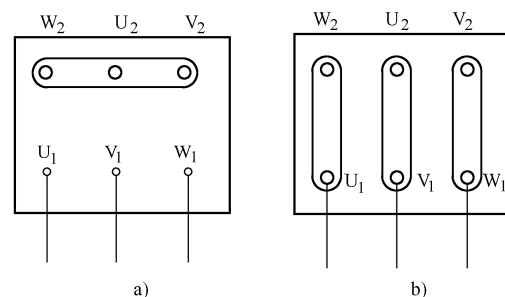


图9-2 定子绕组在接线盒内的连接
a) 星形连接 b) 三角形连接

定子由定子铁心、定子绕组、机座、端盖和接线盒等组成（中小型电动机还有风扇罩）。

2. 转子组成和各部件的作用

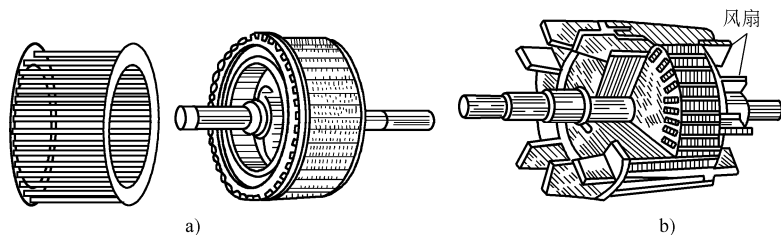


图9-3 鼠笼式转子

- a) 用铜条做绕组的鼠笼转子
b) 铸铝的鼠笼转子

转子由转轴、转子铁心、转子绕组和风扇组成，中小型电机轴承也安装在转子轴上



9.2 三相异步电动机的工作原理

当异步电动机三相定子绕组中通以三相正弦交流时，便在磁路空间产生旋转磁场。旋转磁场在转子绕组中感应出电流，此电流与旋转磁场相互作用，又产生电磁力（电磁转矩），使电动机转子沿旋转磁场旋转方向转动起来。

9.2.1 旋转磁场

1. 旋转磁场的产生

$$i_A = I_m \sin(\omega t)$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

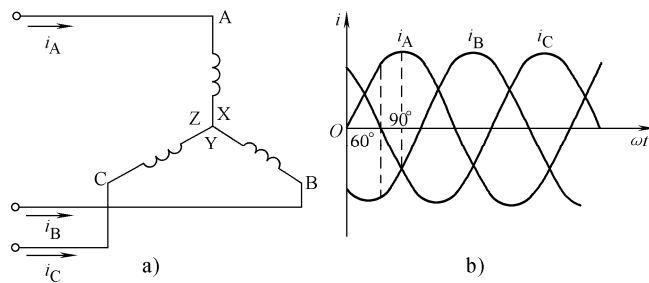


图9-5 定子三相对称绕组与电流

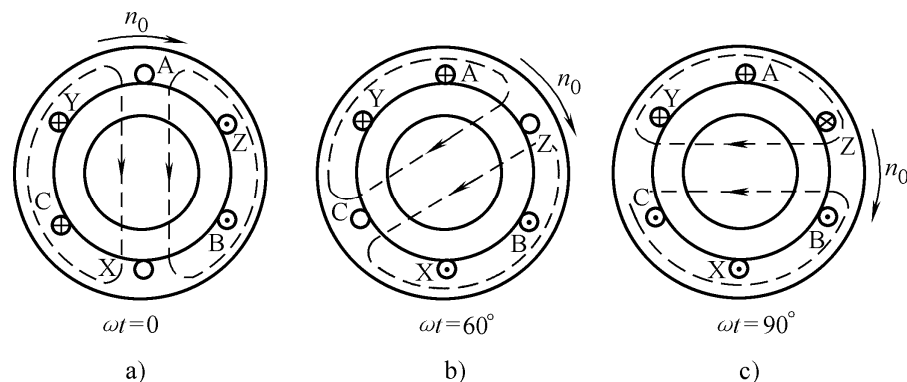


图9-6 三相电流产生的旋转磁场($p=1$)

当定子绕组中通入三相电流后，它们共同产生的合成磁场是随电流的交变而在空间不断地旋转着，这就是旋转磁场。

2. 旋转磁场的转向

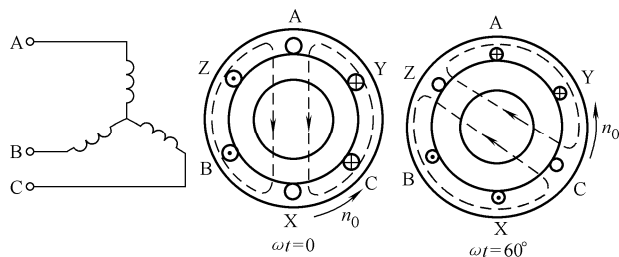


图9-7 旋转磁场的反转

如果将同三相电源联接的三根导线中的任意两根的一端对调位置(例如对调了B与C两相)，则电动机三相绕组的B相与C相对调(注意：电源三相端子的相序未变)，旋转磁场因此反转(如图9-7所示)。



3. 旋转磁场的极数

三相异步电动机的极数就是旋转磁场的极数。
旋转磁场的极数和三相绕组的安排有关。

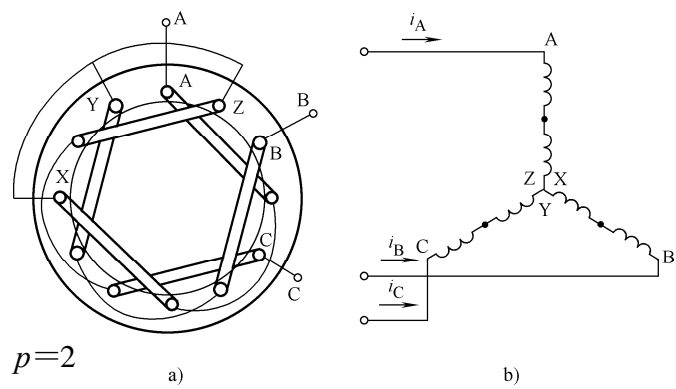


图9-8 产生四极旋转磁场的定子绕组

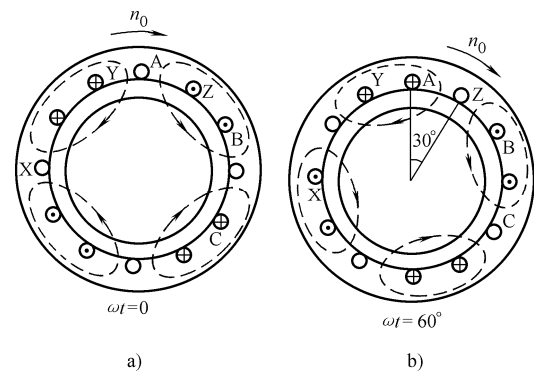


图9-9 三相电流产生的旋转磁场（P=2）



4. 旋转磁场的转速

$$n_0 = \frac{60f_1}{p}$$

9.2.2 电动机的转动原理

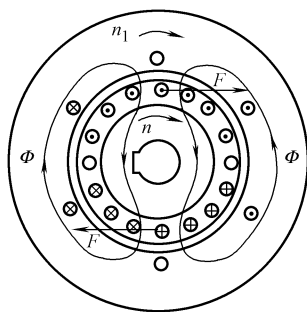


图9-10 异步电动机工作原理



9.2.3 转差率

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \times 100\%$$

例9-1 有一台三相异步电动机，电源频率 $f_1 = 50\text{Hz}$ 。其额定转速 $n = 985 \text{ r/min}$ 。试求电动机的极对数和额定负载时的转差率。

解 由于电动机的额定转速接近而略小于同步转速，而同步转速对应于不同的极对数有一系列固定的数值(见表9-1)。显然，与 985 r/min 最相近的同步转速 $n_0 = 1000 \text{ r/min}$ 与此相应的磁极对数 $p = 3$

因此，额定负载时的转差率为

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \times 100\% = \frac{1000 - 985}{1000} \times 100\% = 1.5\%$$



9.3 三相异步电动机的电路分析

三相异步电动机中的电磁关系同变压器类似，定子绕组相当于变压器的一次绕组，转子绕组（一般是短接的）相当于二次绕组。

9.3.1 定子电路

$$E_1 = K_1 \times 4.44 f_1 N_1 \phi_m$$

$$E_1 = K_1 4.44 f_1 N_1 \Phi_m \approx U_1$$

$$f_1 = \frac{pn_0}{60}$$

9.3.2 转子电路

1. 转子频率 f_2

$$f_2 = \frac{(n_0 - n)}{n_0} \times \frac{pn_0}{60} = sf_1$$



2. 转子电动势 E_2

$$E_2 = sE_{20}$$

3. 转子感抗 X_2

$$X_2 = sX_{20}$$

4. 转子电流 I_2 和转子电路的功率因数 $\cos\varphi_2$

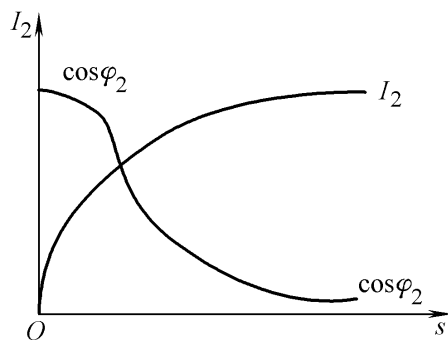


图 9-11 I_2 及 $\cos\varphi_2$ 与 s 的关系曲线



9.4 三相异步电动机的转矩与机械特性

9.4.1 电磁转矩特性（T-s曲线）

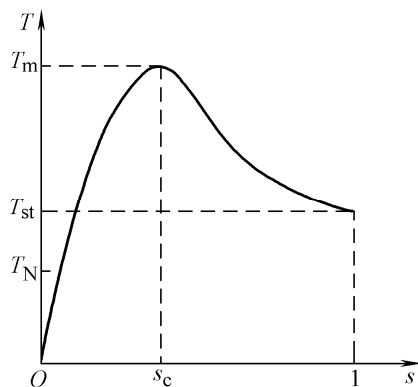


图9-12 异步电动机特性曲线

$$T = C_T U_1^2 \frac{s R_2}{R_2^2 + (s X_{20})^2}$$



9.4.2 机械特性（ n - T 曲线）

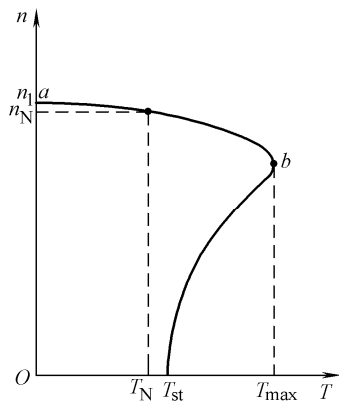


图9-13异步电动 $n=f(T)$ 特性曲线

1. 额定转距 T_N

$$T = 9550 \frac{P_N}{n}$$

2. 起动转矩

$$T_{st} = C_T U_1^2 \frac{R_2}{R_2^2 + X_{20}^2}$$

$$K_{st} = \frac{T_{st}}{T_N}$$



3. 最大转矩

$$T_M = C_T U_1^2 \frac{1}{2X_{20}}$$

$$\lambda_m = \frac{T_m}{T_N}$$

9.5 三相异步电动机的起动、制动和调速

9.5.1 三相异步电动机的起动

1. 直接起动(全压起动)

适用于容量小，不频繁起动的电动机。

例如一般30kw以下的笼型异步电动机常采用直接起动。

2. 降压起动



1) 星形—三角形转换起动法

采用Y— Δ 转换起动可以使起动电流减小至直接起动值，但由于转矩和电压的平方成正比，所以起动转矩也减小到直接起动时的 $1/3$ 。因此，Y— Δ 起动方法只适合于空载或轻载。

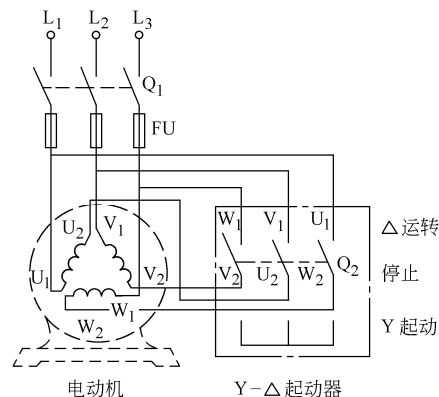


图9-16 Y— Δ 转换起动控制电路

2) 自耦降压起动

自耦降压起动是利用三相自耦变压器降压起动，自耦变压器上备有2~3组抽头，输出不同的电压（例如为电源电压的80%、60%、40%），供用户选用。

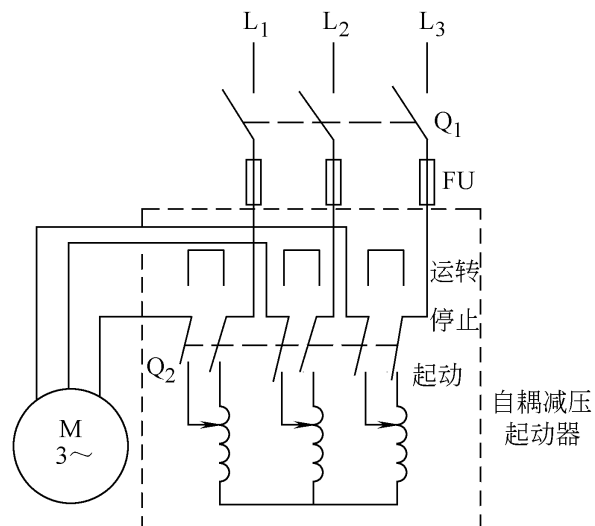


图 9-17 自耦降压起动电路

自耦降压起动，常用来起动容量较大或正常运行时为星形联结的笼型转子电动机。

3) 软起动法

随着电力电子技术和微机控制的发展，目前，一种性能优良的软起动控制器已经问世，并得到迅速推广。这种软起动器使电动机起动平稳，对电网冲击小，并且具有电动机过载、缺相等保护功能，能实现电动机轻载节能运行。同时还可以实现电动机软停车、软起动。

3. 转子回路串电阻起动

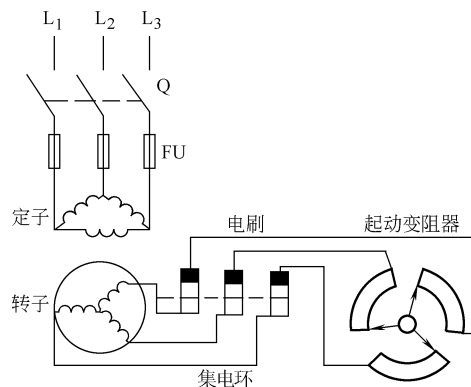


图9-18 绕线转子回路串电阻起动方法

在转子回路中串电阻的起动方法，就是在转子回路中串联大小适当的起动电阻，达到减小起动电流的目的，如图9-18所示，此种方法只适用于绕线型电动机。



9.5.2 三相异步电动机的调速

$$n = (1 - s)n_1 = (1 - s) \frac{60f_1}{p}$$

- 1) 变极对数调速
- 2) 变频率调速
- 3) 改变转差率调速

9.5.3 三相异步电动机的制动

1. 能耗制动（动力制动）
2. 反接制动
3. 发电反馈制动
4. 机械抱闸（机械制动）



例 9-2 有一台三相异步电动机，其额定数据如下： $P_N=13\text{KW}$ ， $U_N=380\text{V}$ ， Δ 联结， $n_N=1460\text{r/min}$ ， $\cos\phi_N=0.88$ ， $\eta_N=0.88$ ， $I_{st}/I_N=7$ ， $T_{st}/T_N=1.3$ 。试求：（1）额定电流和额定转矩，（2）采用 $Y-\Delta$ 减压起动时的起动电流和起动转矩；（3）如果采用自耦降压起动，使电动机的起动转矩为额定转矩的 80%，求自耦变压器的降压比和线路上的起动电流。

解（1）额定电流和额定转矩

$$I_N = \frac{P_N \times 10^3}{\sqrt{3} U_N \cos\phi_N \eta_N} = \frac{13 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.88 \times 0.88} = 25.51\text{A}$$

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{13}{1460} = 85.03\text{N} \cdot \text{m}$$

（2）减压起动的起动电流和起动转矩

$$I_{st} = 7 \times I_N = 7 \times 25.51 = 178.57$$

$$T_{st} = 1.3 \times T_N = 1.3 \times 85.03 = 110.54\text{N} \cdot \text{m}$$

$$I_{stY} = \frac{1}{3} I_{st} = \frac{1}{3} \times 178.57 = 59.52$$

$$T_{stY} = \frac{1}{3} T_{st} = \frac{1}{3} \times 110.54 = 36.85\text{N} \cdot \text{m}$$



(3) 设自耦变压器的降压比为 K , 因为 $T \propto U^2$
所以

$$\frac{T'_{st}}{T_{st}} = \frac{0.8T_N}{1.3T_N} = \frac{(KU)^2}{U^2}$$

$$I'_{st} = K^2 I_{st} = 0.784^2 \times 178.57 = 109.76$$

$$\sqrt{\frac{T'_{st}}{T_{st}}} = \sqrt{\frac{0.8}{1.3}} = 0.784$$



9.7 单相异步电动机

单相异步电动机由单相交流电源供电，使用方便，常用于功率小（**750W**以下）的电动工具和众多的家用电器、医疗仪器和自动控制系统中。

9.7.1 单相异步电动机的结构

单相异步电动机的结构和三相异步电动机类似，也由定子和转子两部分组成。定子上装有绕组，用以建立磁场，转子是笼型的。

9.7.2 单相异步电动机的工作原理

1. 电容分相式

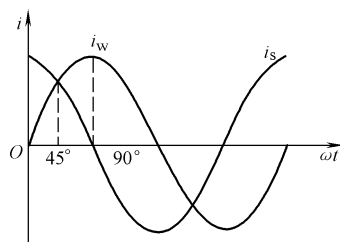


图9-22 两相电流波形

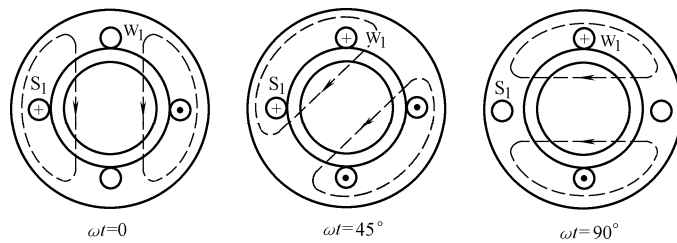


图9-23 两相旋转磁场的产生



2. 罩极式

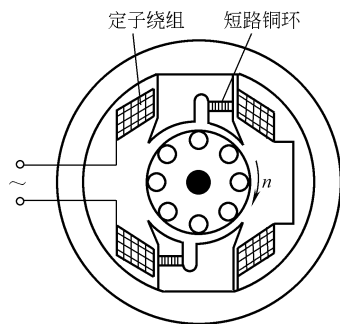


图 9-24 罩极式单相异步电动机结构

9.8 电动机的选择

1. 功率的选择

1) 连续运行电动机功率的选择

2) 短时运行电动机功率的选择

2. 种类和型式的选择

1) 种类的选择

选择电动机的种类是从交流或直流、机械特性、调速与起动性能，维护及价格等方面来考虑的。



2) 机构型式的选择

- ① 开启式
- ② 防护式
- ③ 封闭式
- ④ 防爆式

3. 电压和转速的选择

1) 电压的选择

电动机电压等级的选择，要根据电动机类型、功率以及使用地点的电源电压来决定。Y系列笼式电动机的额定电压只有**380V**一个等级。只有大功率异步电动机才采用**3000V**和**6000V**。

2) 转速的选择

电动机的额定转速是根据生产机械的要求而选定的。



9.9 控制电机

控制电机按其特性可分为两类，即功率元件类和信号元件类。凡是电信号转换为电功率或将电能转换为机械能的都是功率元件类电机；凡是将运动物体的速度或位置等转换为电信号的都是信号元件类电机。属于功率元件类电机的有：伺服电动机、力矩电动机和步进电动机等。属于信号元件类电机的有：自整角机、测速发电机、旋转变压器和轴角编码器等，关于控制电机更全面的分类资料，可参考相关的专业书籍和手册。本节将着重介绍伺服电动机、测速电动机和步进电动机。

9.9.1 伺服电动机

1. 直流伺服电动机

直流伺服电动机的结构与普通的他励直流电动机类似，一般具有励磁绕组和电枢绕组两套绕组。

2. 交流伺服电动机

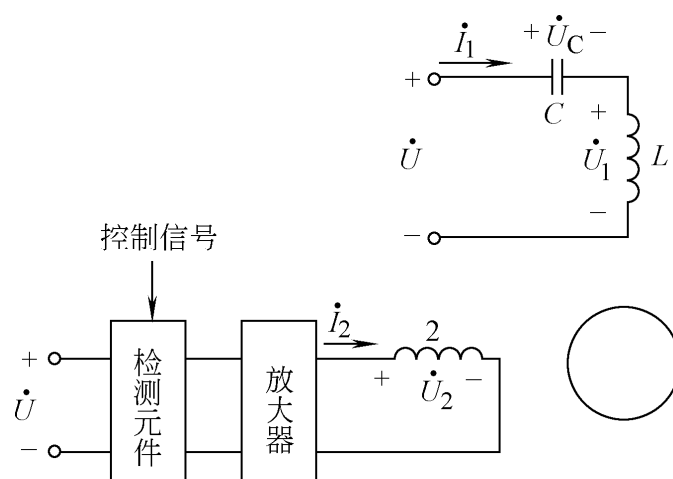


图9-25 交流伺服电机的接线图

9.9.2 测速发电机

测速发电机是一种机电感应式测速元件，它将输入的机械转速变换为电压信号输出。作为转速传感器，要求测速发电机的输出电压与转速成正比，

$$U_2 = Kn \quad \text{或} \quad U_2 = K' \frac{d\theta}{dt}$$

9.9.3 步进电动机

步进电动机伺服系统是典型的开环伺服系统。在这种系统中，执行元件是步进电动机，它在驱动电路的控制下将进给脉冲转换为具有一定方向、大小和速度的机械转角位移，并通过传动环节带动工作台移动。进给脉冲的频率决定了驱动速度，进给脉冲的数量决定了位移量。由于系统没有位置检测环节，因此控制精度主要取决于步进电动机及其驱动，同时还要考虑传动环节的误差。

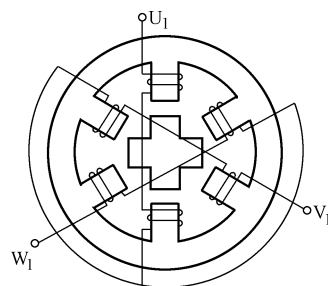


图9-26 反应式步进电机的结构示意图

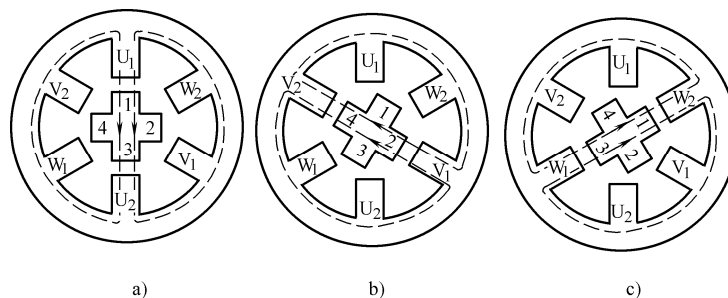


图9-27单三拍通电方式时转子的位置图
 a) U1相通电 b) V1相通电 c) W1相通电

本章小结

1. 三相异步电动机按转子结构的不同分为笼型和绕线型。笼型结构简单、维护方便，应用最为广泛。绕线型可外接变阻器，起动、调速性能好，但价格高，常用于对起动性能和调速性能有较高要求的地方。
2. 三相异步电动机的工作原理是定子绕组通入三相正弦交流电产生旋转磁场，由电磁感应作用，驱使转子沿旋转磁场方向转动。

$$n_1 = \frac{60f_1}{p}$$

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\Delta n}{n_1}$$

3. 三相异步电动机

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N}$$

$$\lambda_m = \frac{T_m}{T_N}$$

$$K_{st} = \frac{T_{st}}{T_N}$$



4. 三相笼型异步电动机常采用变极和变频两种方法调速，绕线型的电动机可采用改变转差率 s 的方法调速。变极调速为有级调速，变频和改变转差率为无级调速。

5. 三相异步电动机常采用能耗制动和电气制动两种方法制动。