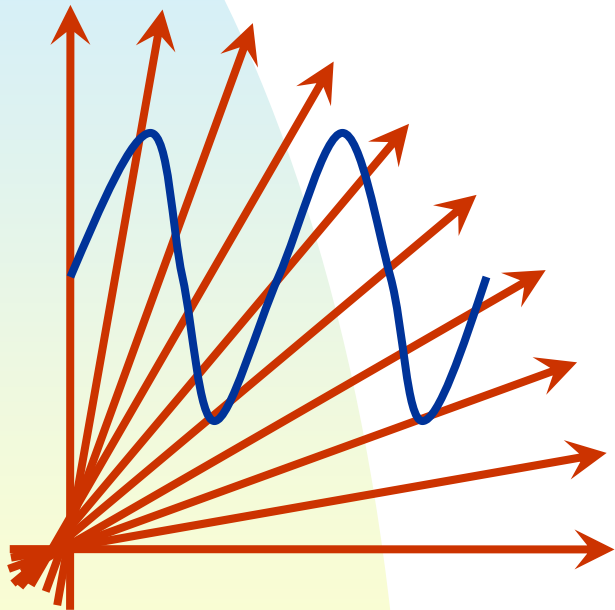




电工技术基础



主编

制作

2004年7月





第1章 电路模型及电路定理

学习要点

- 电流、电压参考方向及功率计算
- 常用电路元件的伏安特性
- 电路的负载、开路及短路状态
- 额定值的意义
- 基尔霍夫定律
- 电位的概念及计算



第1章 电路模型及电路定律

- 1.1 电路及基本物理量
- 1.2 电路模型
- 1.3 电气设备的额定值及电路的工作状态
- 1.4 基尔霍夫定律
- 1.5 电位的概念及计算



1.1 电路及基本物理量

1.1.1 电路的组成及功能

电路的组成

电路是为了某种需要而将某些电工设备或元件按一定方式组合起来的电流通路。由电源、负载和中间环节3部分组成。

电路的主要功能

- 一：进行能量的转换、传输和分配。
- 二：实现信号的传递、存储和处理。



1.1.2 电流

电荷的定向移动形成电流。

电流大小：单位时间内通过导体截面的电量。

$$i = \frac{dq}{dt}$$

大写 **I** 表示直流电流

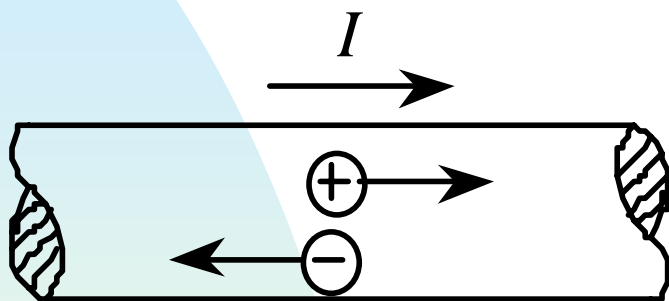
小写 **i** 表示电流的一般符号



正电荷运动方向规定为电流的实际方向

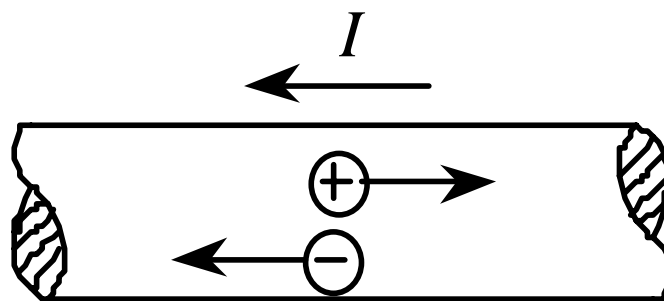
电流的方向用箭头或双下标变量表示。

任意假设的电流方向称为电流的参考方向。



正值

(a)



负值

(b)

如果求出的电流值为正，说明参考方向与实际方向一致，否则说明参考方向与实际方向相反。





1.1.3 电压、电位和电动势

电路中a、b点两点间的电压
定义为单位正电荷由a点移至
b点电场力所做的功。

$$u = \frac{dW}{dq}$$

电路中某点的电位定义为单位正电荷由该
点移至参考点电场力所做的功。

电路中a、b点两点间的电压等于a、b两点的
电位差。

$$U_{ab} = V_a - V_b$$

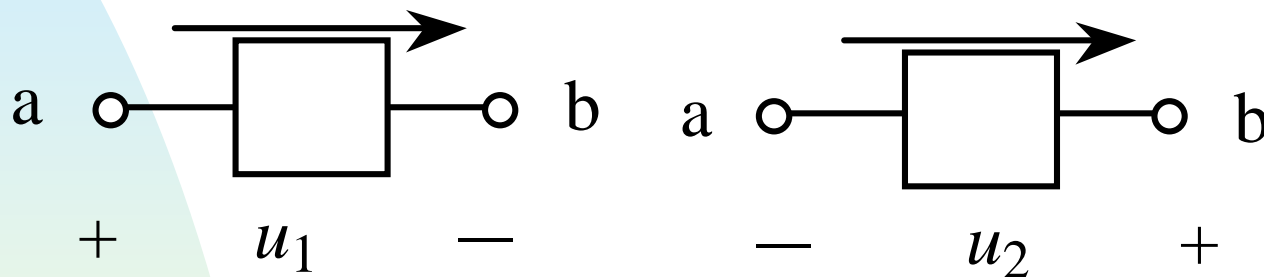




电压的实际方向规定由电位高处指向电位低处

与电流方向的处理方法类似，

可任选一方向为电压的参考方向



例： 当 $u_a = 3V$

$u_b = 2V$ 时

$u_1 = 1V$

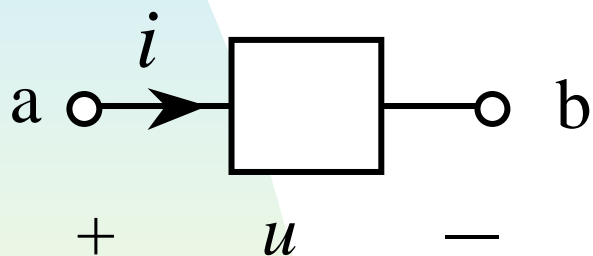
$u_2 = -1V$

最后求得的 u 为正值，说明电压的实际方向与参考方向一致，否则说明两者相反。

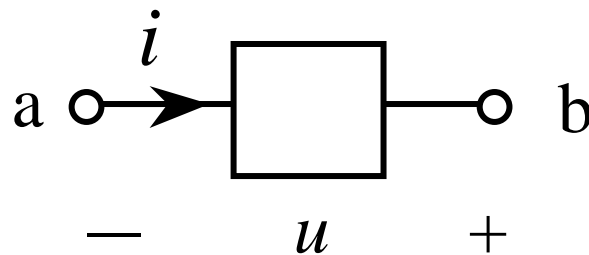




对于一个元件，电流参考方向和电压方向可以相互独立地任意确定，但为了方便起见，常常将其取为一致，称关联方向；如不一致，称非关联方向。



(a) 关联方向



(b) 非关联方向

如果采用关联方向，在标示时标出一种即可。如果采用非关联方向，则必须全部标示。



电动势是衡量外力即非静电力做功能力的物理量。外力克服电场力把单位正电荷从电源的负极搬运到正极所做的功，称为电源的电动势。

$$e = \frac{dW}{dq}$$

电动势的实际方向与电压实际方向相反，规定为由负极指向正极。

1.1.4 电功率

电场力在单位时间内所做的功称为电功率，简称功率。

$$p = \frac{dW}{dt}$$

功率与电流、电压的关系：

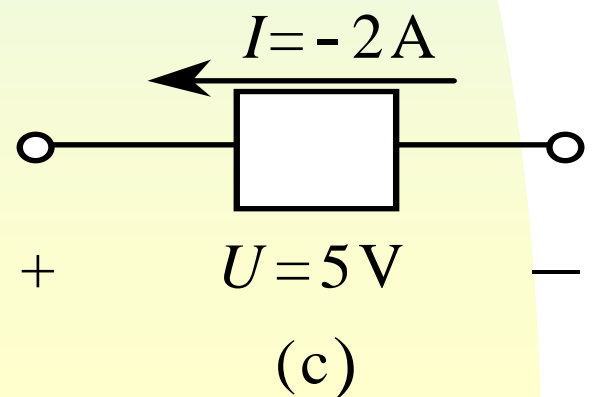
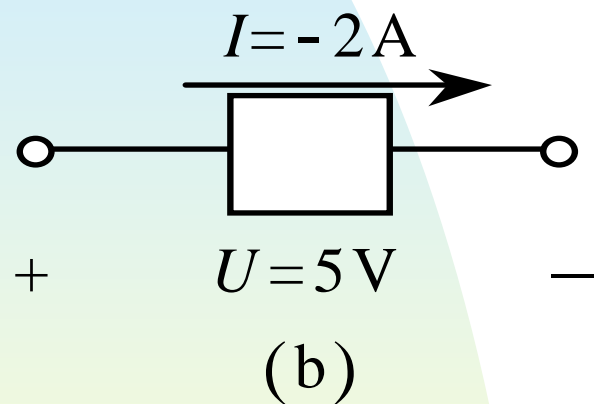
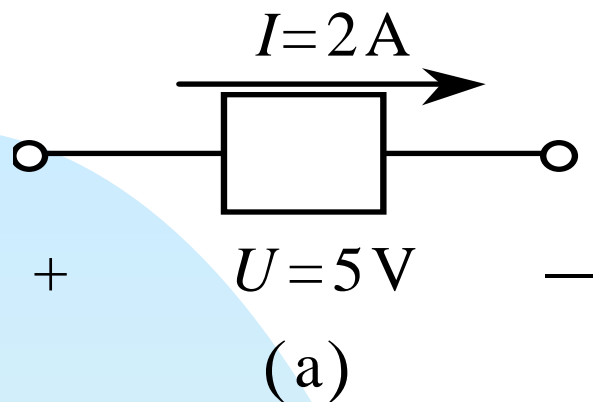
关联方向时：

$$p = ui$$

非关联方向时：

$$p = -ui$$

$p > 0$ 时吸收功率， $p < 0$ 时放出功率。



例：求图示各元件的

(a) 关联方向，

$$P = UI = 5 \times 2 = 10\text{W},$$

$P > 0$ ，吸收10W功率。

(b) 关联方向，

$$P = UI = 5 \times (-2) = -10\text{W},$$

$P < 0$ ，产生10W功率。

(c) 非关联方向，

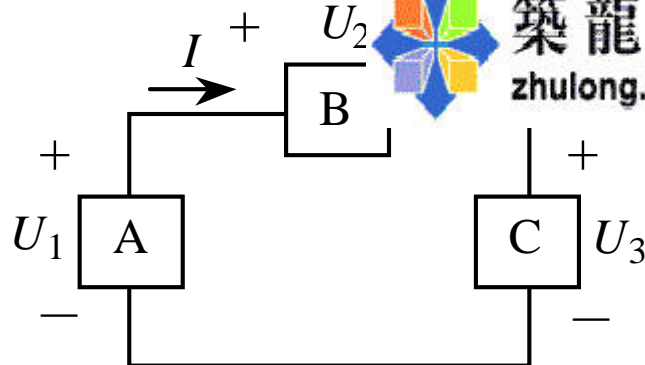
$$P = -UI = -5 \times (-2) = 10\text{W},$$

$P > 0$ ，吸收10W功率。





例： $I=1\text{A}$ ， $U_1=10\text{V}$ ， $U_2=6\text{V}$ ， $U_3=4\text{V}$ 。求各元件功率，并分析电路的功率平衡关系。



解： 元件A：非关联方向， $P_1=-U_1I=-10\times 1=-10\text{W}$ ， $P_1<0$ ，产生10W功率，电源。

元件B：关联方向， $P_2=U_2I=6\times 1=6\text{W}$ ， $P_2>0$ ，吸收6W功率，负载。

元件C：关联方向， $P_3=U_3I=4\times 1=4\text{W}$ ， $P_3>0$ ，吸收4W功率，负载。

$P_1+P_2+P_3=-10+6+4=0$ ，功率平衡。



1.2 电路模型

1.2.1 电路模型的概念

为了便于对电路进行分析计算，常常将实际电路元件理想化，也称模型化，即在一定条件下突出其主要的电磁性质，忽略次要的因素，用一个足以表征其主要特性的理想元件近似表示。由理想电路元件所组成的电路，称为电路模型。常见的电路元件有电阻元件、电容元件、电感元件、电压源、电流源。

电路元件在电路中的作用或者说它的性质是用其端钮的电压、电流关系即伏安关系（**VAR**）来决定的。



1.2.2 理想电路元件

1. 电阻元件

电阻元件是一种消耗电能的元件。

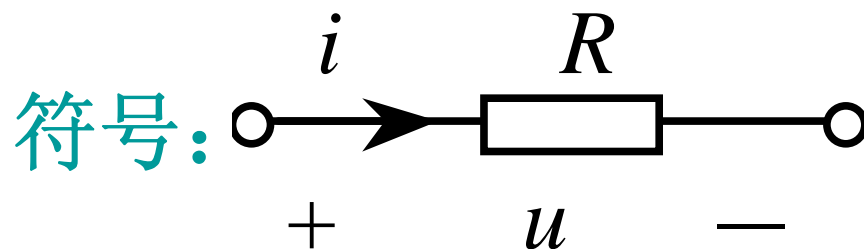
伏安关系（欧姆定律）

关联方向时：

$$u = Ri$$

非关联方向时：

$$u = -Ri$$



功率：

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$$

2. 电感元件

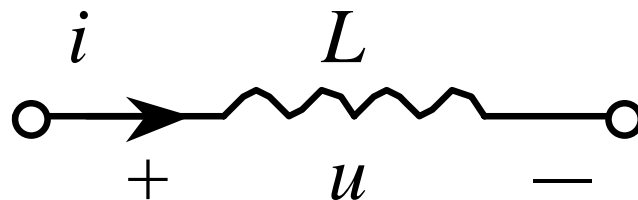
电感元件是一种能够贮存磁场能量的元件，是实际电感器的理想化模型。

伏安关

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$u = -L \frac{di}{dt}$$

符号：



只有电感上的电流变化时，电感两端才有电压。在直流电路中，电感上即使有电流通过，但 $u = 0$ ，相当于短路。

L 称为电感元件的电感，单位是亨利（H）。

存储能量：

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2$$

3. 电容元件

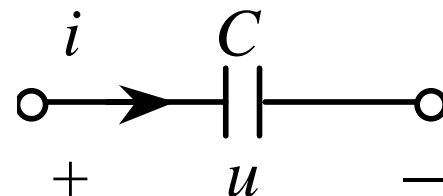
电容元件是一种能够贮存电场能量的元件，是实际电容器的理想化模型。

伏安关

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$i = -C \frac{du}{dt}$$

符号：



只有电容上的电压变化时，电容两端才有电流。在直流电路中，电容上即使有电压，但 $i = 0$ ，相当于开路，即电容具有隔直作用。

C 称为电容元件的电容，单位是法拉（F）。

存储能
量：

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2$$

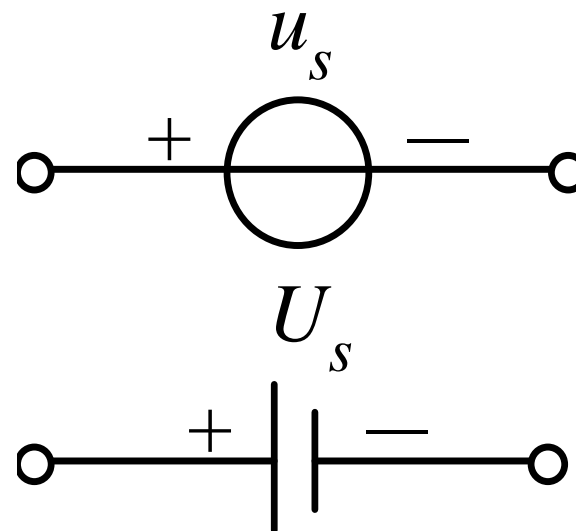
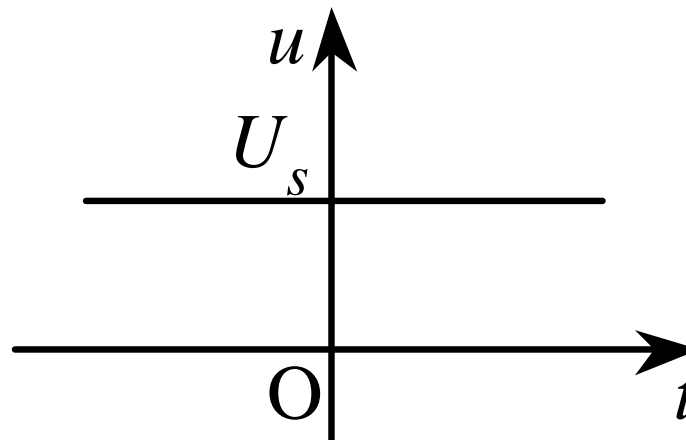


4. 理想电压源

(1) 伏安关系

$$u = u_s$$

端电压为 u_s ，与流过电压源的电流无关，由电源本身确定，电流任意，由外电路确定。





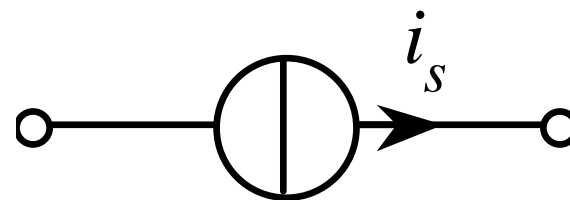
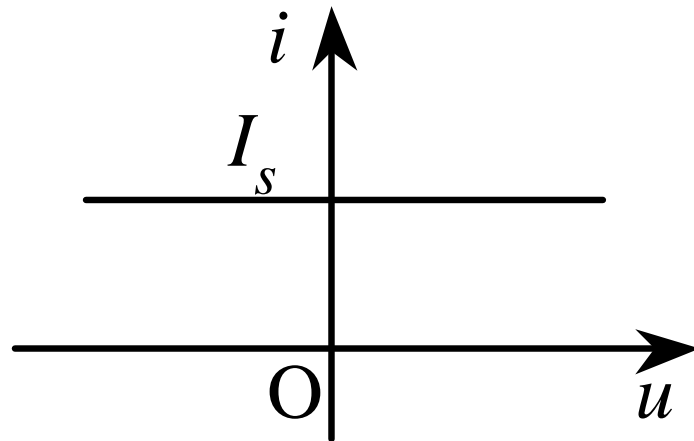
5. 理想电流源

(1) 伏安关系

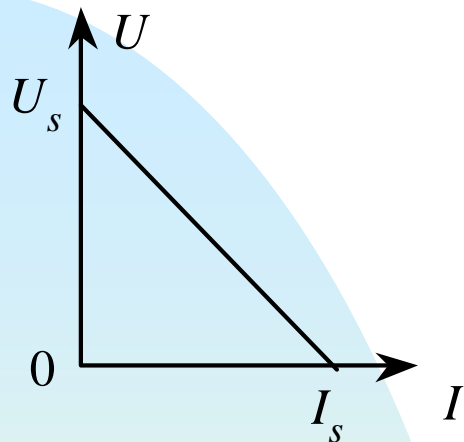
$$i = i_s$$

流过电流为 i_s ，与电源
两端电压无关，由电
源本身确定，电压任
意，由外电路确定。

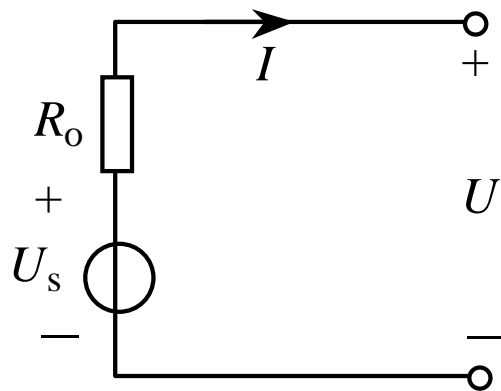
(2) 特性曲线与符号



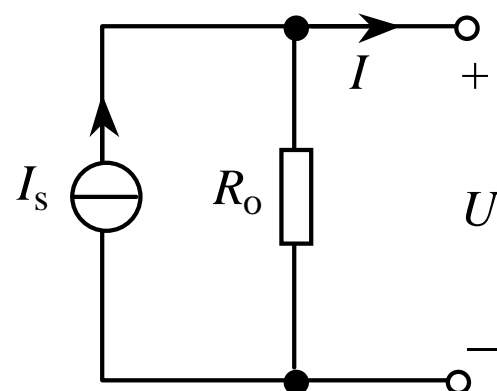
1.2.3 实际电源的两种模型



(a) 实际电源的伏安特性



(b) 电压源串联内阻的模型



(c) 电流源并联内阻的模型

实际电源的伏安特性

$$U = U_s - IR_o$$

或

$$I = I_s - \frac{U}{R_o}$$

可见一个实际电源可用两种电路模型表示：一种为电压源 U_s 和内阻 R_o 串联，另一种为电流源 I_s 和内阻 R_o 并联。

实际使用电源时，应注意以下3点：

（1）实际电工技术中，实际电压源，简称电压源，常是指相对负载而言具有较小内阻的电压源；实际电流源，简称电流源，常是指相对于负载而言具有较大内阻的电流源。

（2）实际电压源不允许短路由于一般电压源的 R_0 很小，短路电流将很大，会烧毁电源，这是不允许的。平时，实际电压源不使用时应开路放置，因电流为零，不消耗电源的电能。

（3）实际电流源不允许开路处于空载状态。空载时，电源内阻把电流源的能量消耗掉，而电源对外没送出电能。平时，实际电流源不使用时，应短路放置，因实际电流源的内阻 R'_0 一般都很大，电流源被短路后，通过内阻的电流很小，损耗很小；而外电路上短路后电压为零，不消耗电能。



1.3 电气设备的额定值及电路的工作状态

1.3.1 电气设备的额定值

额定值是制造厂为了使产品能在给定的工作条件下正常运行而规定的正常容许值。额定值有额定电压 U_N 与额定电流 I_N 或额定功率 P_N 。必须注意的是，电气设备或元件的电压、电流和功率的实际值不一定等于它们的额定值。





1.3.2 电路的工作状态

1、负载状态

$$I = \frac{U_S}{R_0 + R}$$

$$U = IR$$

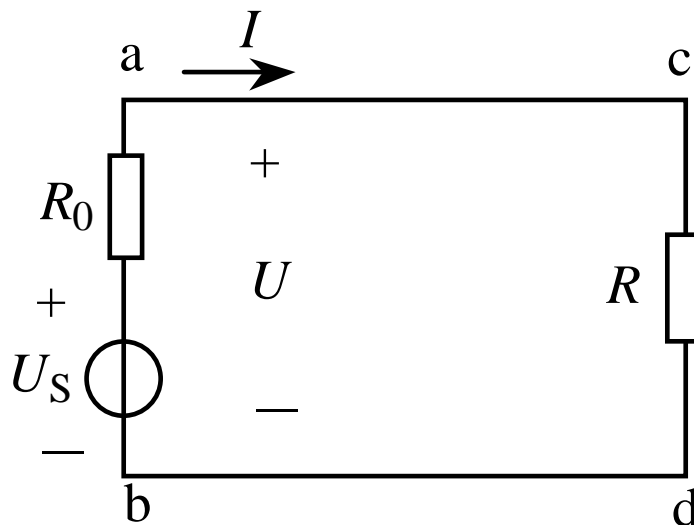
$$U = U_S - IR_0$$

$$P = P_E - \Delta P$$

$P=UI$: 电源输出的功率

$P_S=U_S I$: 电源产生的功率

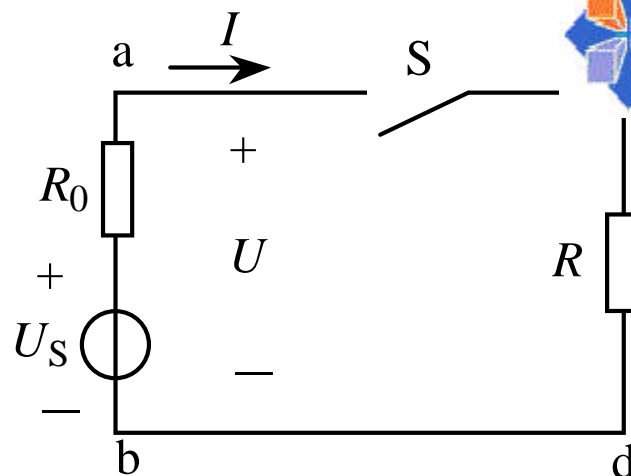
$\Delta P=I^2 R_0$: 内阻消耗的功率





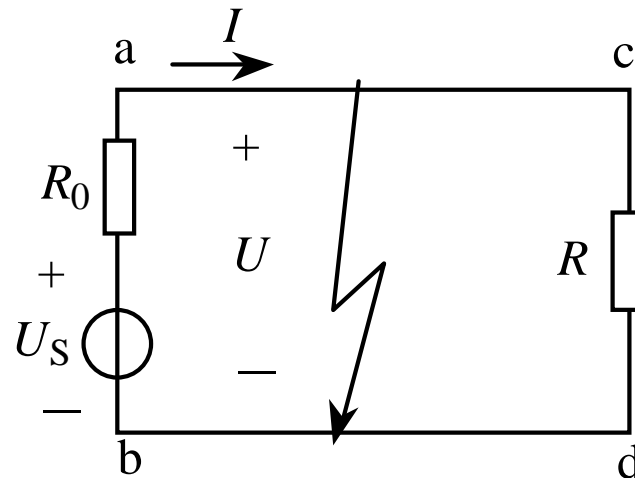
2、空载状态

$$\left. \begin{aligned} I &= 0 \\ U &= U_{0C} = U_S \\ P &= 0 \end{aligned} \right\}$$



3、短路状态

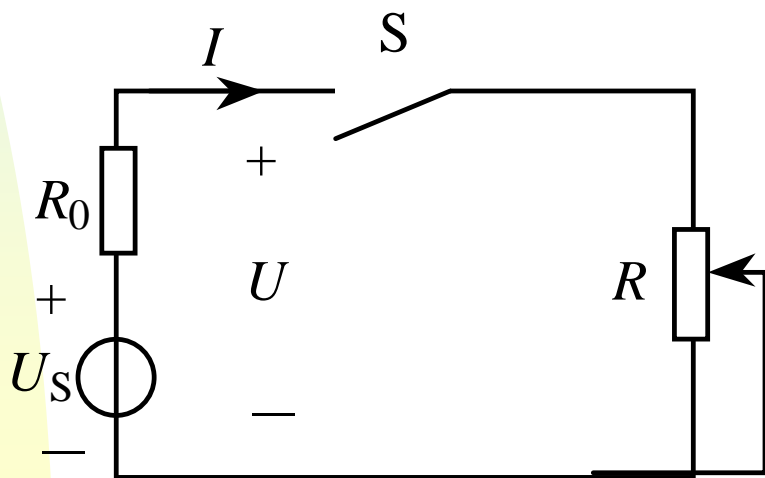
$$\left. \begin{aligned} U &= 0 \\ I &= I_{SC} = \frac{U_S}{R_0} \\ P &= 0 \\ P_E &= \Delta P = I^2 R_0 \end{aligned} \right\}$$





例：设图示电路中的电源额定功率 P_N ，额定电压 $U_N=220V$ ，内阻 $R_0=0.2\Omega$ ， R 为可调节的负载电阻。求：

- (1) 电源的额定电流 I_N ；
- (2) 电源开路电压 U_{0C} ；
- (3) 电源在额定工作情况下的负载电阻 R_N ；
- (4) 负载发生短路时的短路电流 I_{SC} 。





解：(1)电源的额定电流为：

$$I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{22 \times 10^3}{220} = 100\text{A}$$

(2)电源开路电压为：

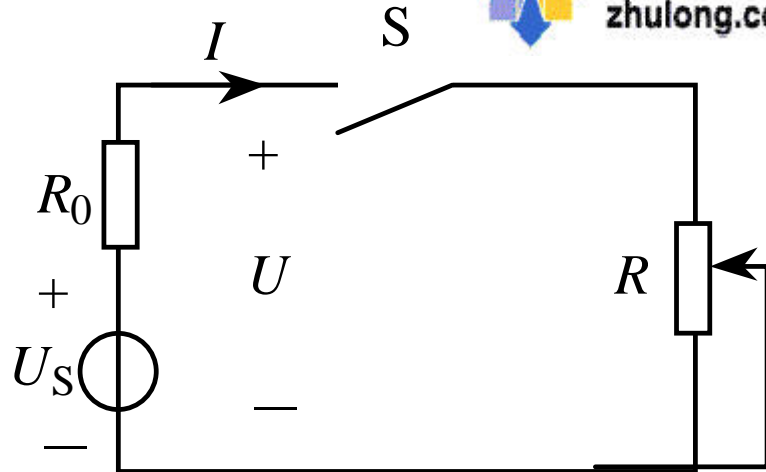
$$\begin{aligned} U_{0C} &= U_S = U_N + I_N R_0 \\ &= 220 + 0.2 \times 100 = 240\text{V} \end{aligned}$$

(3)电源在额定状态时的负载电阻为：

$$R_N = \frac{U_N}{I_N} = \frac{220}{100} = 2.2\Omega$$

(4)短路电流为：

$$I_{SC} = \frac{U_S}{R_0} = \frac{240}{0.2} = 1200\text{A}$$



1.4 基尔霍夫定律

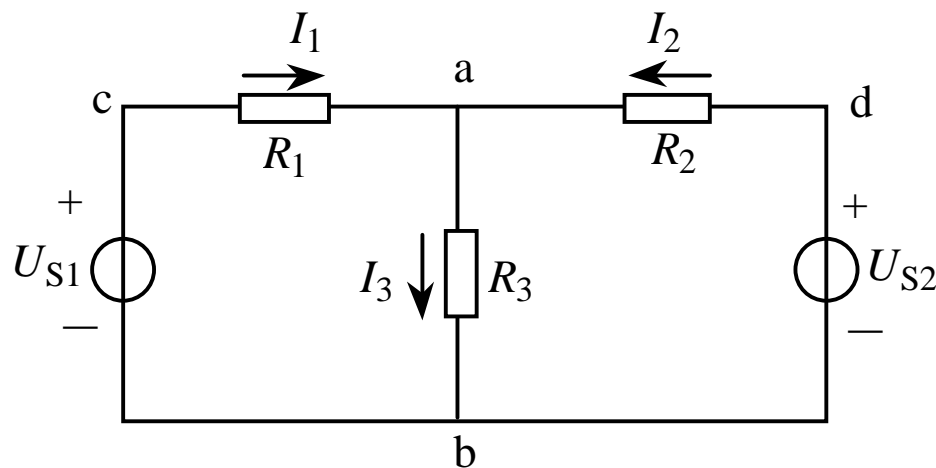
支路、节点、回路

电路中两点之间通过同一电流的不分叉的一段电路称为支路。

电路中3条或3条以上支路的联接点称为节点。

电路中任一闭合的路径称为回路。回路内部不含支路的称网孔

图示电路有3条支路、两个节点、3个回路、两个网孔。





1.4.1 基尔霍夫电流定律

(KCL)

表述一

在任一瞬时，流入任一节点的电流之和必定等于从该节点流出的电流之和。

$$\sum I_{\text{入}} = \sum I_{\text{出}}$$

所有电流均为正。

表述二

在任一瞬时，通过任一节点电流的代数和恒等于零。

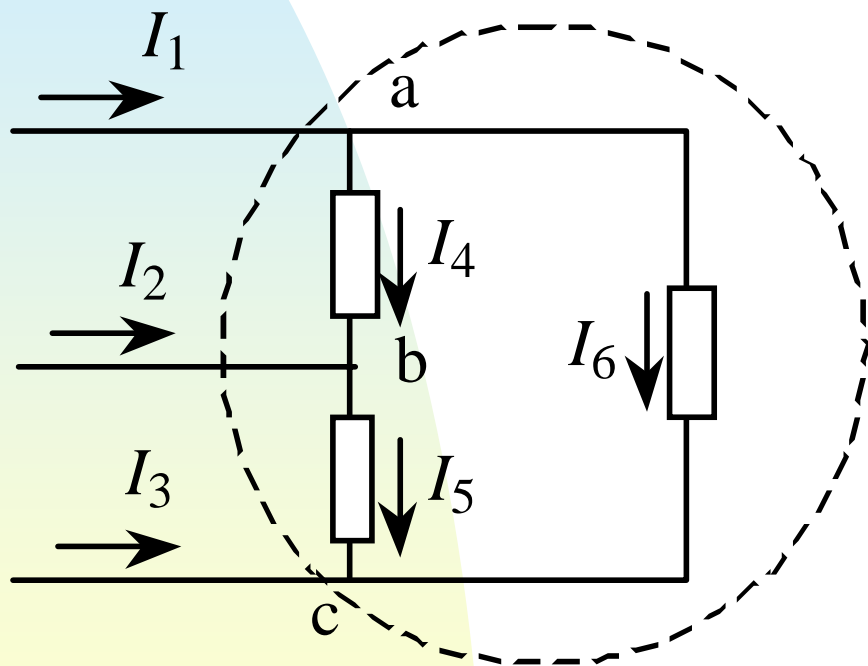
$$\sum I = 0$$

可假定流入节点的电流为正，流出节点的电流为负；也可以作相反的假定。



KCL通常用于节点，但是对于包围几个节点的闭合面也是适用的。

例：列出下图中各节点的**KCL**方程



解：取流入为正

节点a $I_1 - I_4 - I_6 = 0$

节点b $I_2 + I_4 - I_5 = 0$

节点c $I_3 + I_5 + I_6 = 0$

以上三式相加： $I_1 + I_2 + I_3 = 0$



1.4.2 基尔霍夫电压定律

(KVL)

表述一

在任一瞬时，在任一回路上的电位升之和等于电位降之和。

$$\sum U_{\text{升}} = \sum U_{\text{降}}$$

所有电压均为正。

表述二

在任一瞬时，沿任一回路电压的代数和恒等于零。

$$\sum U = 0$$

电压参考方向与回路绕行方向一致时取正号，相反时取负号。





对于电阻电路，回路中电阻上电压降的代数和等于回路中的电压源电压的代数和。

$$\sum IR = \sum U_s$$

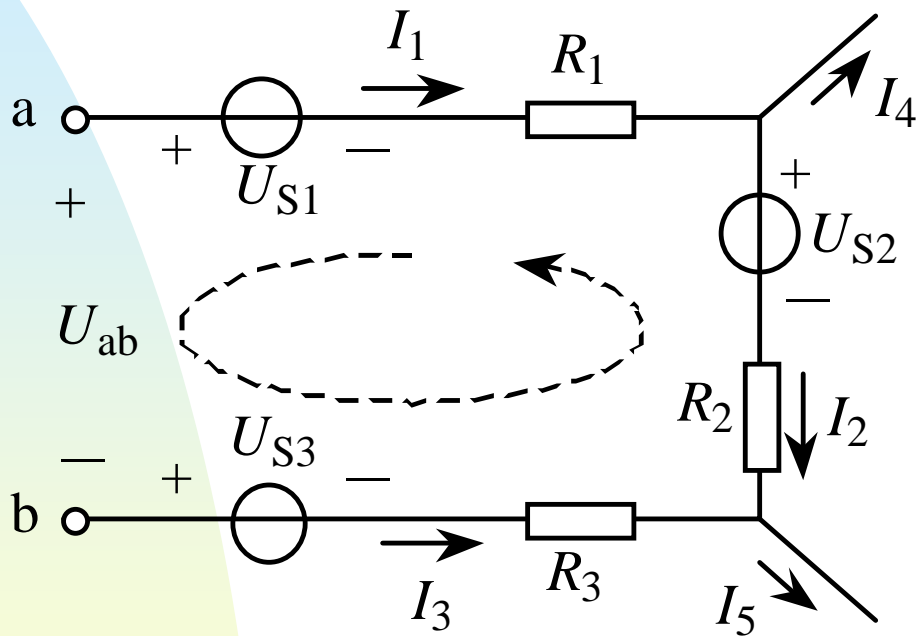
在运用上式时，电流参考方向与回路绕行方向一致时*iR*前取正号，相反时取负号；电压源电压方向与回路绕行方向一致时*u_s*前取负号，相反时取正号。





KVL通常用于闭合回路，但也可推广用到任一不闭合的电路上。

例：列出下图的**KVL**方程



$$U_{ab} + U_{s3} + I_3 R_3 - I_2 R_2 - U_{s2} - I_1 R_1 - U_{s1} = 0$$



例：图示电路，已知
 $U_1=5V$ ， $U_3=3V$ ， $I=2A$ ，
 求 U_2 、 I_2 、 R_1 、 R_2 和 U_S 。

解： $I_2=U_3 / 2=3 / 2=1.5A$

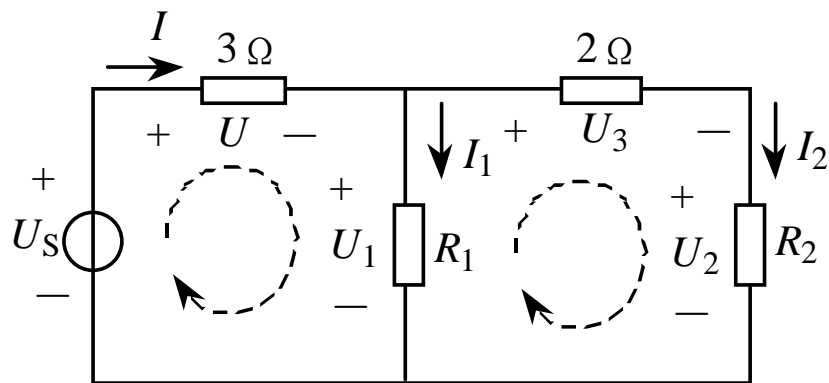
$$U_2=U_1-U_3=5-3=2V$$

$$R_2=U_2 / I_2 =2 / 1.5=1.33 \Omega$$

$$I_1=I-I_2=2-1.5=0.5A$$

$$R_1=U_1 / I_1 =5 / 0.5=10 \Omega$$

$$U_S=U+U_1=2 \times 3+5=11V$$



例：图示电路，已知 $U_{S1}=12V$ ， $U_{S2}=3V$ ， $R_1=3\Omega$ ， $R_2=9\Omega$ ， $R_3=10\Omega$ ，求 U_{ab} 。

解：由KCL $I_3=0$ ， $I_1=I_2$

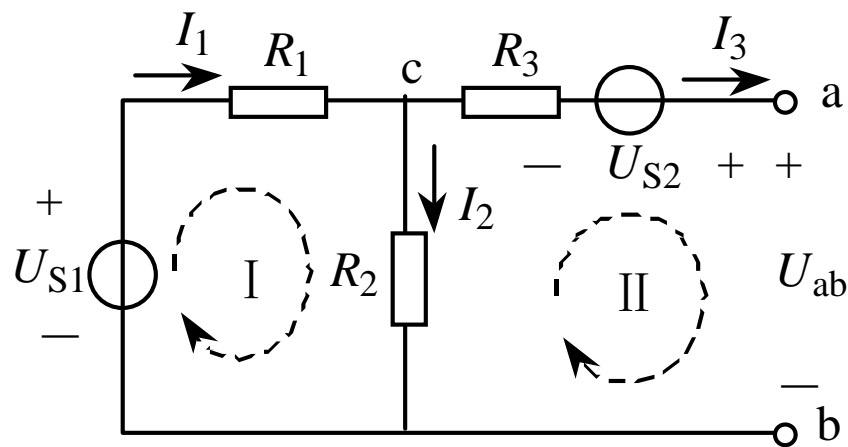
由KVL $I_1 R_1 + I_2 R_2 = U_{S1}$

解得： $I_2 = I_1 = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2} = \frac{12}{3 + 9} = 1A$

由KVL $U_{ab} - I_2 R_2 + I_3 R_3 - U_{S2} = 0$

解得：

$$\begin{aligned} U_{ab} &= I_2 R_2 - I_3 R_3 + U_{S2} \\ &= 1 \times 9 - 0 \times 10 + 3 \\ &= 12V \end{aligned}$$

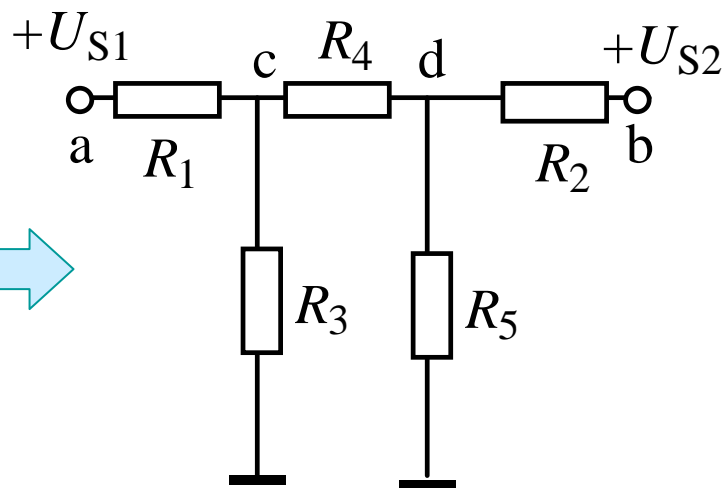
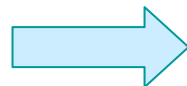
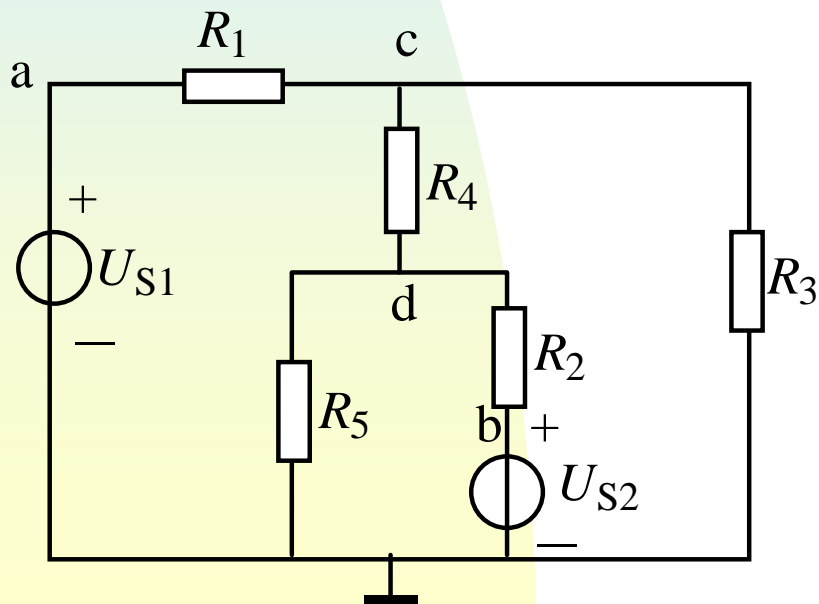


1.5 电位的概念及计算

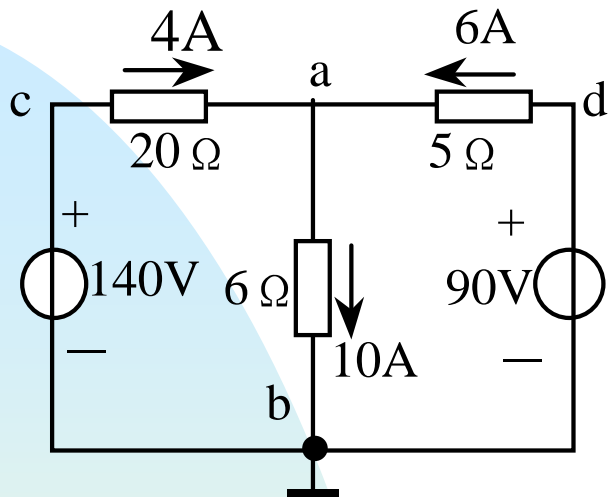


1.5.1 电位的概念

电路中的某一点到参考点之间的电压，称作该点的电位。电路中选定的参考点虽然一般并不与大地相联接，往往也称为“地”。在电路图中，参考点用符号“ \perp ”表示。



1.5.2 电位的计算



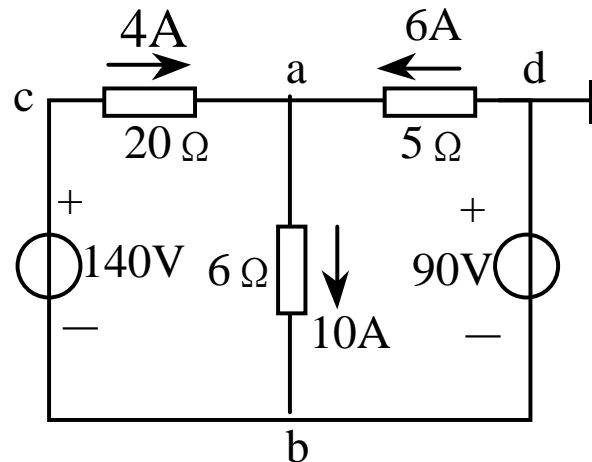
选**b**点为参考点

$$V_a = U_{ab} = 10 \times 6 = 60V$$

$$V_c = U_{cb} = 140V$$

$$V_d = U_{db} = 90V$$

$$U_{cd} = V_c - V_d = 140 - 90 = 50V$$



选**d**点为参考点

$$V_a = U_{ad} = -6 \times 5 = -30V$$

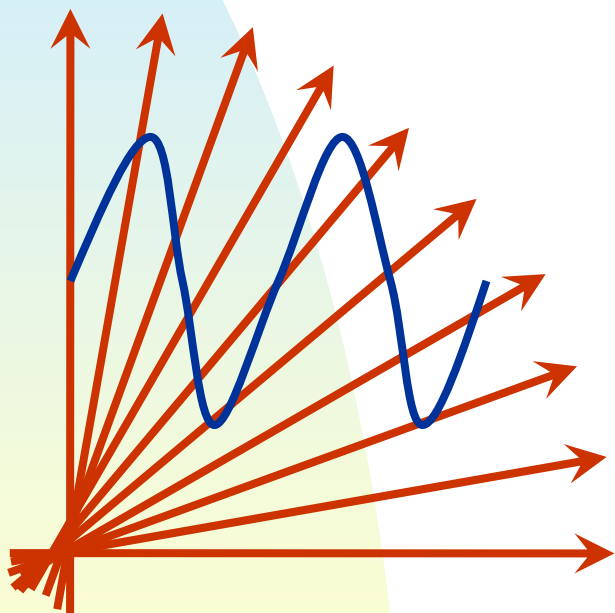
$$V_b = U_{bd} = -90V$$

$$V_c = U_{cb} + U_{bd} = 140 - 90 = 50V$$

$$U_{cd} = V_c - V_d = V_c = 50V$$

选用不同的参考点，各点电位的数值不同，但任意两点之间的电压不随参考点的改变而变化。

电工技术基础



主编

制作

2004年7月

第2章 直流电阻电路分析



学习要点

- 支路电流法与节点电压法
- 叠加定理与戴维南定理
- 电路等效概念及其应用





第2章 直流电阻电路分析

- 2.1 简单电路分析
- 2.2 复杂电路分析
- 2.3 电压源与电流源的等效变换
- 2.4 电路定理
- 2.5 含受源电路的分析
- 2.6 非线性电阻电路的分析



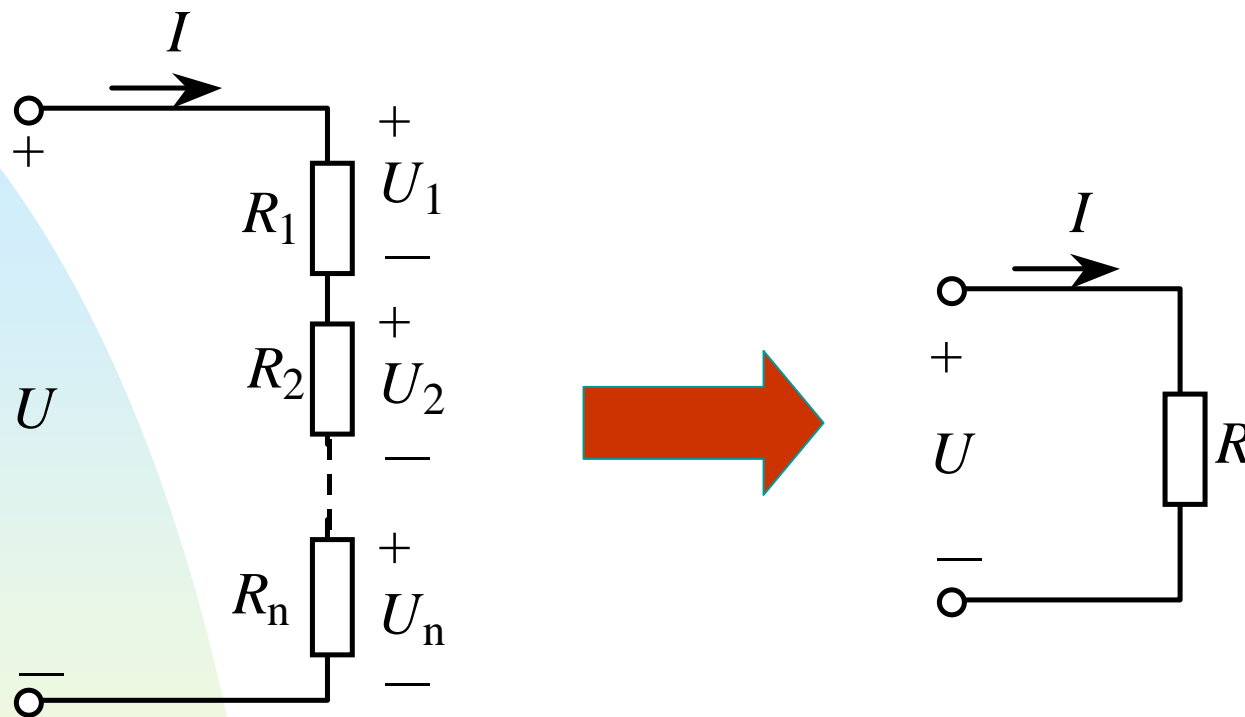


2.1 简单电路分析

简单电路就是可以利用电阻串、并联方法进行分析的电路。应用这种方法对电路进行分析时，先利用电阻串、并联公式求出该电路的总电阻，然后根据欧姆定律求出总电流，最后利用分压公式或分流公式计算出各个电阻的电压或电流。



2.1.1 电阻的串联



n个电阻串联可等效为一个电阻

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

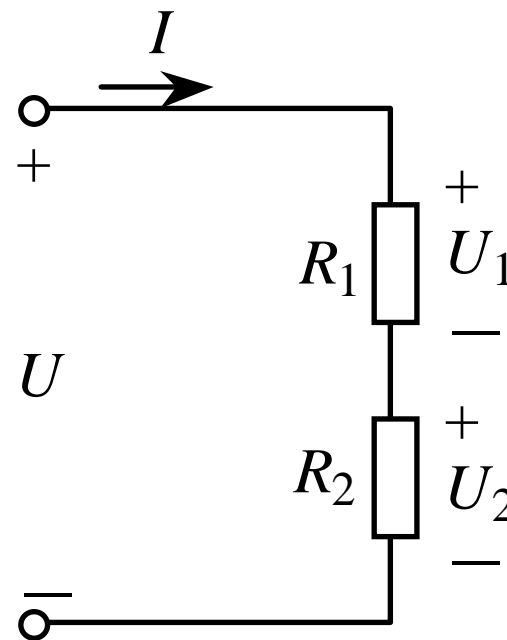
分压公式

$$U_k = R_k I = \frac{R_k}{R} U$$

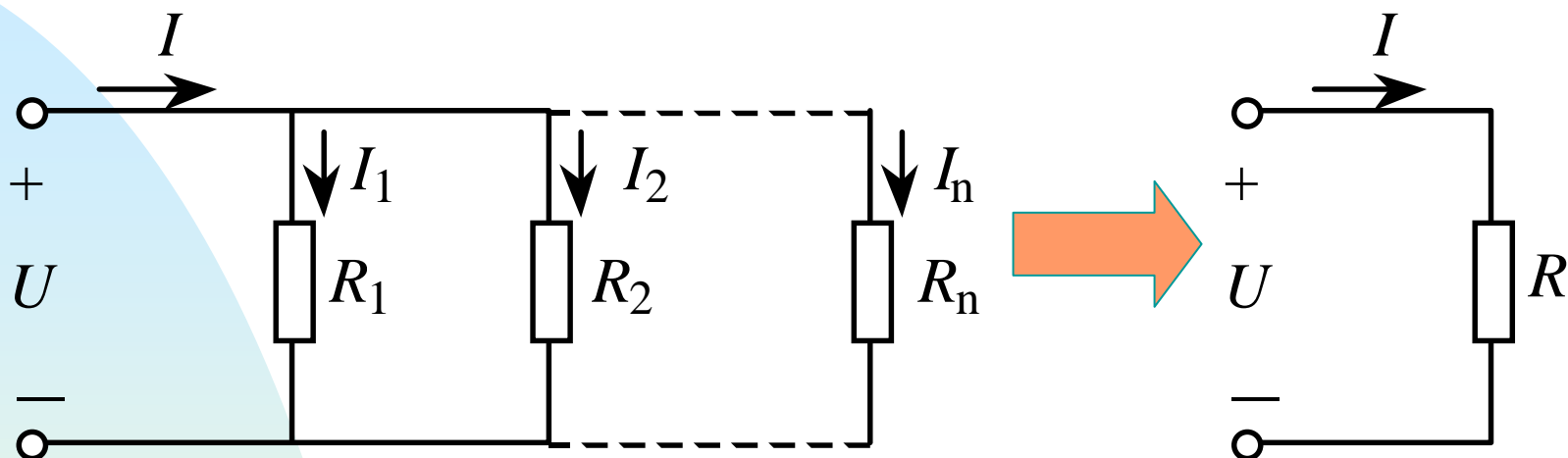
两个电阻串联时

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$



2.1.2 电阻的并联



n个电阻并联可等效为一个电阻

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

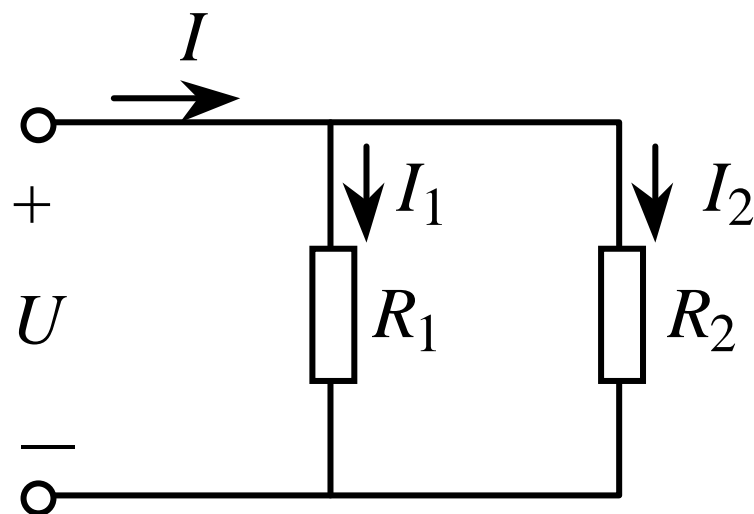
分流公式

$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R}{R_k} I$$

两个电阻并联时

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$





2.2 复杂电路分析

复杂电路就是不能利用电阻串并联方法化简，然后应用欧姆定律进行分析的电路。解决复杂电路问题的方法有两种。一种方法是根据电路待求的未知量，直接应用基尔霍夫定律列出足够的独立方程式，然后联立求解出各未知量。另一种方法是应用等效变换的概念，将电路化简或进行等效变换后，再通过欧姆定律、基尔霍夫定律或分压、分流公式求解出结果。



2.2.1 支路电流法

支路电流法是以支路电流为未知量，直接应用**KCL**和**KVL**，分别对节点和回路列出所需的方程式，然后联立求解出各未知电流。

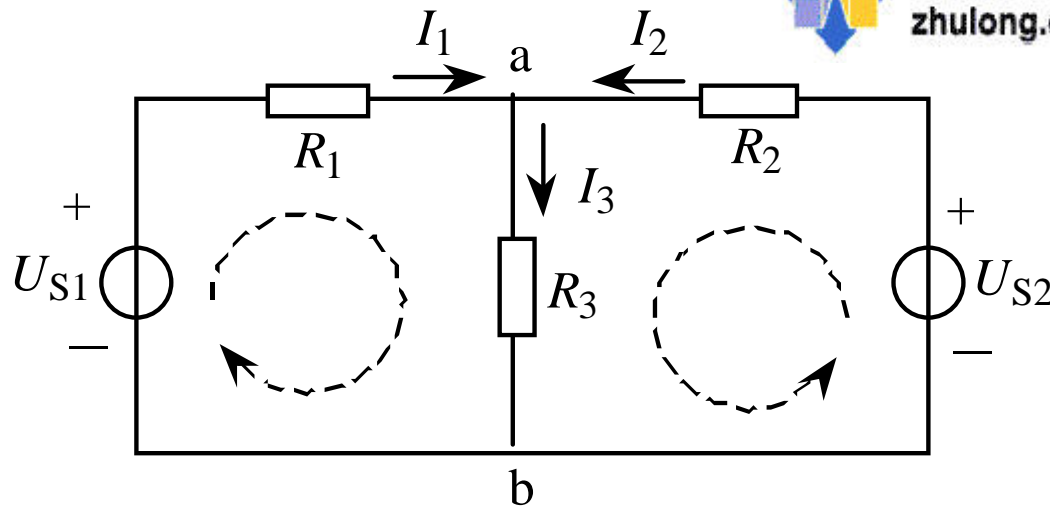
一个具有 b 条支路、 n 个节点的电路，根据**KCL**可列出 $(n-1)$ 个独立的节点电流方程式，根据**KVL**可列出 $b-(n-1)$ 个独立的回路电压方程式。



图示电路

(1) 电路的支路数 $b=3$ ，支路电流有 I_1 、 I_2 、 I_3 三个。

(2) 节点数 $n=2$ ，可列出 $2-1=1$ 个独立的 **KCL** 方程。



节点a

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

(3) 独立的 **KVL** 方程数为 $3-(2-1)=2$ 个。

回路I

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = U_{s1}$$

回路 II

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_{s2}$$



例：如图所示电路，用支路电流法求：
电流及各元件功率。

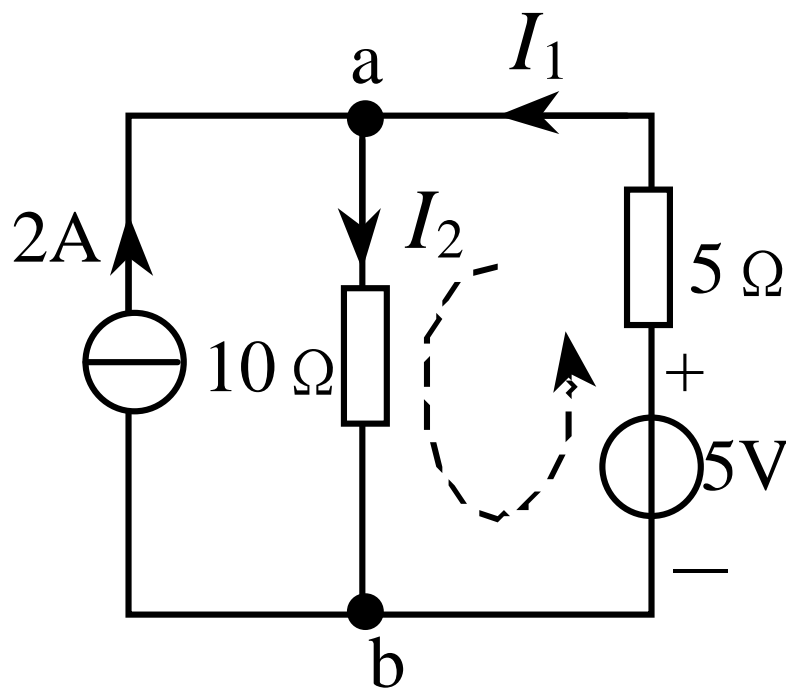
解：2个电流变量 I_1 和 I_2 ，只需列2个方程。

对节点a列KCL方
程：

对图示回路2列KVL方
程：

解得： $5I_1 + 10I_2 = 5$
 $I_2 = 1\text{A}$

$I_1 < 0$ 说明其实际方向与图示方向相
反。



各元件的功

率
5Ω 电阻的功率: $P_1=5I_1^2=5 \times (-1)^2=5\text{W}$

10Ω 电阻的功率: $P_2=10I_2^2=5 \times 1^2=10\text{W}$

5V电压源的功率: $P_3=-5I_1=-5 \times (-1)=5\text{W}$

因为2A电流源与10Ω电阻并联, 故其两端的电压为: $U=10I_2=10 \times 1=10\text{V}$, 功率为:

$$P_4=-2U=-2 \times 10=-20\text{W}$$

由以上的计算可知, 2A电流源发出20W功率, 其余3个元件总共吸收的功率也是20W, 可见电路功率平衡。

2.2.2 节点电压法

对只有两个节点的电路，可用弥尔曼公式直接求出两节点间的电压。

弥尔曼公式：

$$U = \frac{\sum \frac{U_s}{R} + \sum I_s}{\sum \frac{1}{R}}$$

式中分母的各项总为正，分子中各项的正负符号为：电压源 u_s 的参考方向与节点电压 U 的参考方向相同时取正号，反之取负号；电流源 I_s 的参考方向与节点电压 U 的参考方向相反时取正号，反之取负号。



如图电路，由KCL有

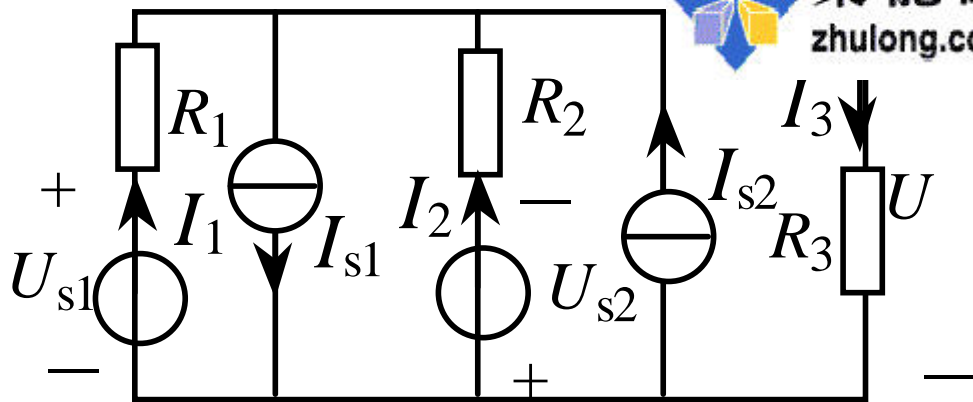
$$I_1 + I_2 - I_3 - I_{s1} + I_{s2} = 0$$

设两节点间电压为
 U ，则有：

$$I_1 = \frac{U_{s1} - U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{-U_{s2} - U}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3}$$



因此可

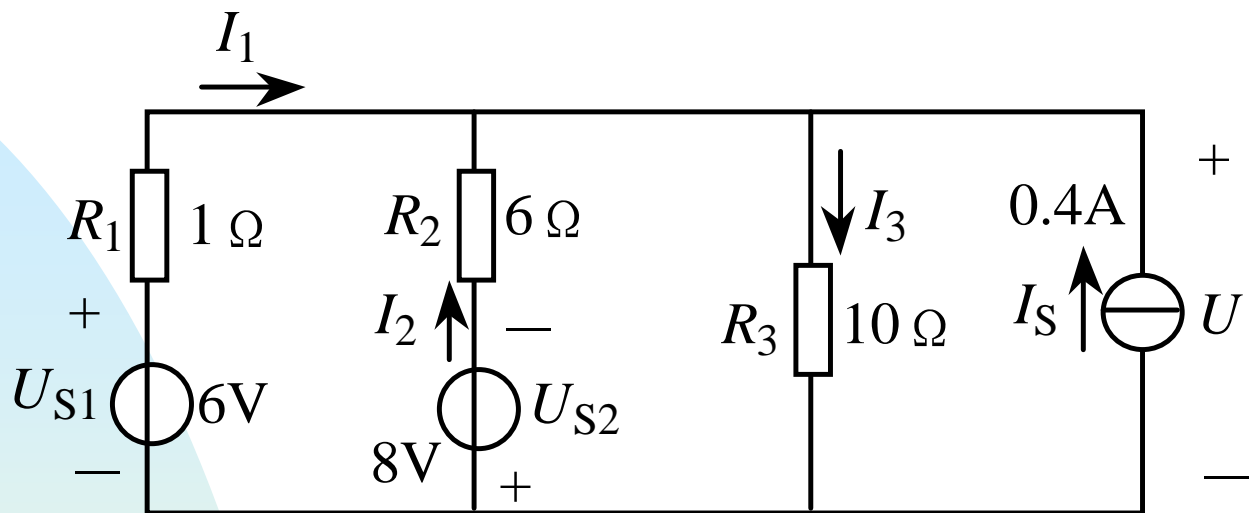
得：

$$U = \frac{\frac{U_{s1}}{R_1} - \frac{U_{s2}}{R_2} - I_{s1} + I_{s2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$





例：用节点电压法求图示电路各支路电流

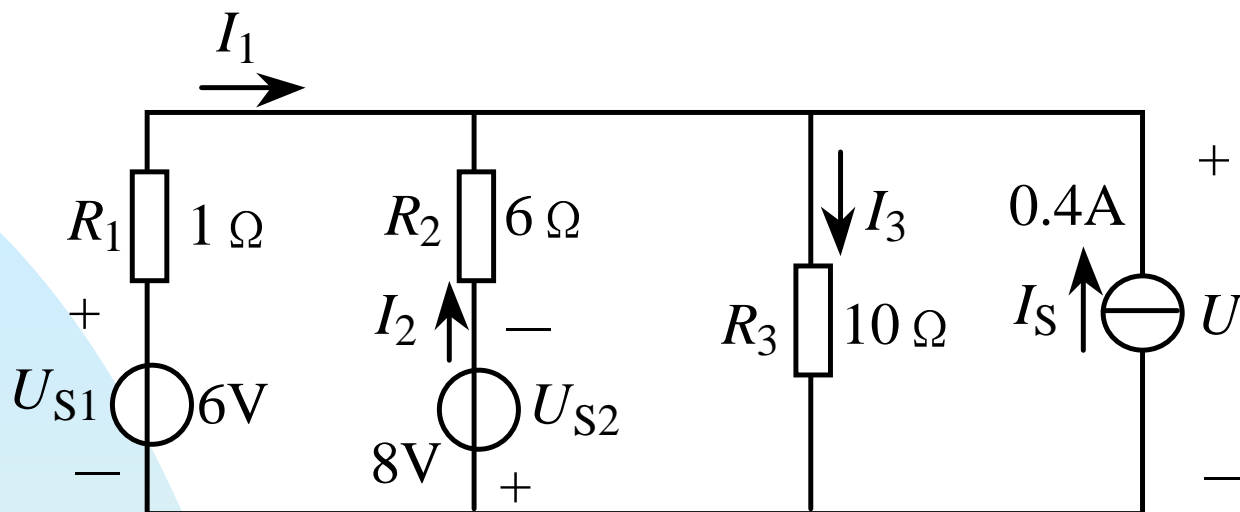


解：

$$U = \frac{\frac{U_{S1}}{R_1} - \frac{U_{S2}}{R_2} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{6}{1} - \frac{8}{6} + 0.4}{\frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}} = 4\text{V}$$

求出 U 后，可用欧姆定律求各支路电流。





$$I_1 = \frac{U_{S1} - U}{R_1} = \frac{6 - 4}{1} = 2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_{S2} - U}{R_2} = \frac{-8 - 4}{6} = -2\text{A}$$

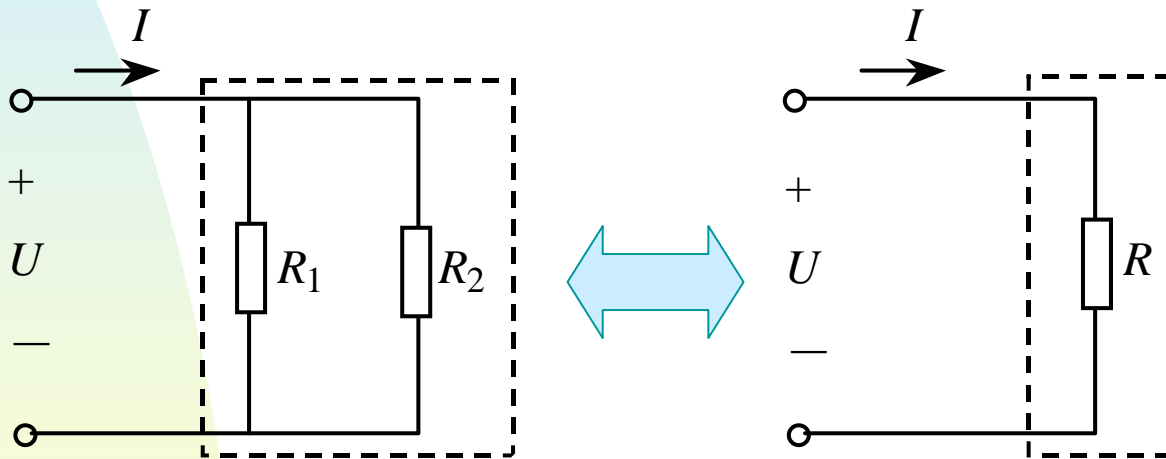
$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{4}{10} = 0.4\text{A}$$

2.3 电压源与电流源的等效



2.3.1 电路等效变换的概念

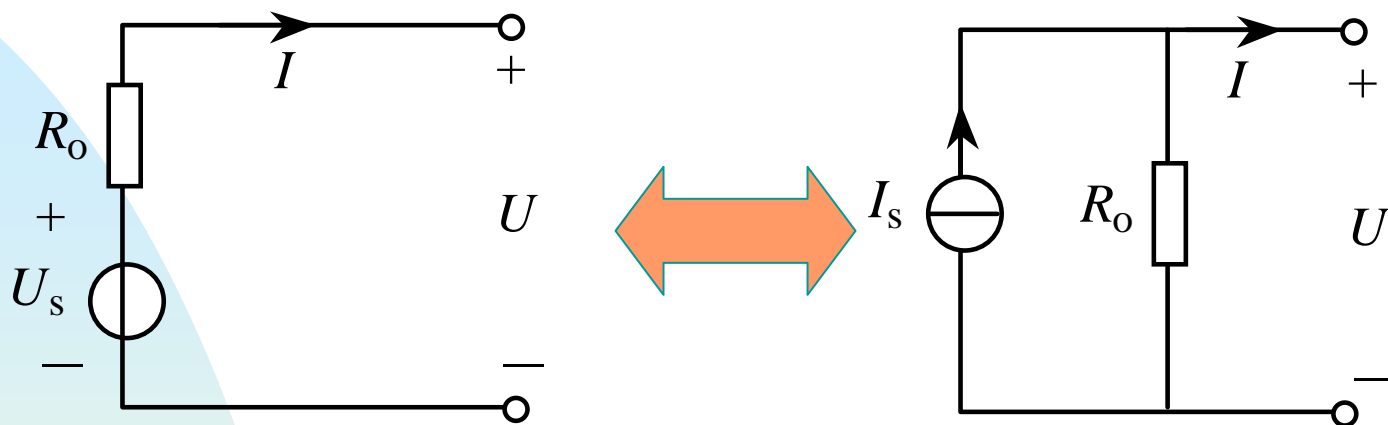
电路的等效变换，就是保持电路一部分电压、电流不变，而对其余部分进行适当的结构变化，用新电路结构代替原电路中被变换的部分电路。



图示两电路，若 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ，则两电路相互等效，可以进行等效变换。变换后，若两电路加相同的电压，则电流也相同。



2.3.2 电压源与电流源的等效变换



电压源与电流源对外电路等效的条件为：

$$U_s = I_s R_o$$

或

$$I_s = \frac{U_s}{R_o}$$

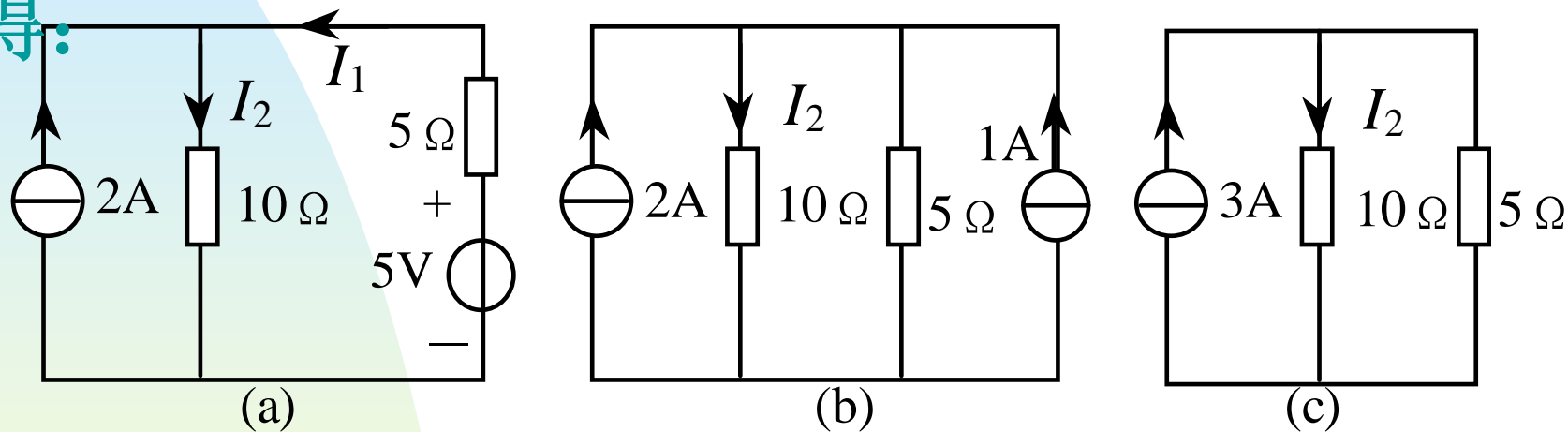
且两种电源模型的内阻相等。





例：用电源模型等效变换的方法求图 (a) 的电流 I_1 和 I_2 。

解：将原电路变换为图 (c) 电路，由此可得：



$$I_2 = \frac{5}{10 + 5} \times 3 = 1\text{A}$$

$$I_1 = I_2 - 2 = 1 - 2 = -1\text{A}$$



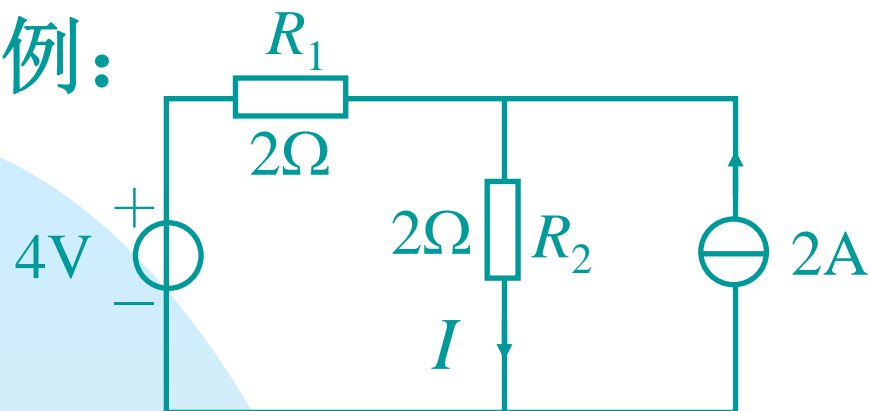
2.4 电路定理

2.4.1 叠加定理

在任何由线性电阻、线性受控源及独立源组成的电路中，每一元件的电流或电压等于每一个独立源单独作用于电路时在该元件上所产生的电流或电压的代数和。这就是叠加定理。

说明：当某一独立源单独作用时，其他独立源置零。 $U_S = 0 \rightarrow$ 短路 $I_S = 0 \rightarrow$ 开路

例：



求 I

解：应用叠加定理



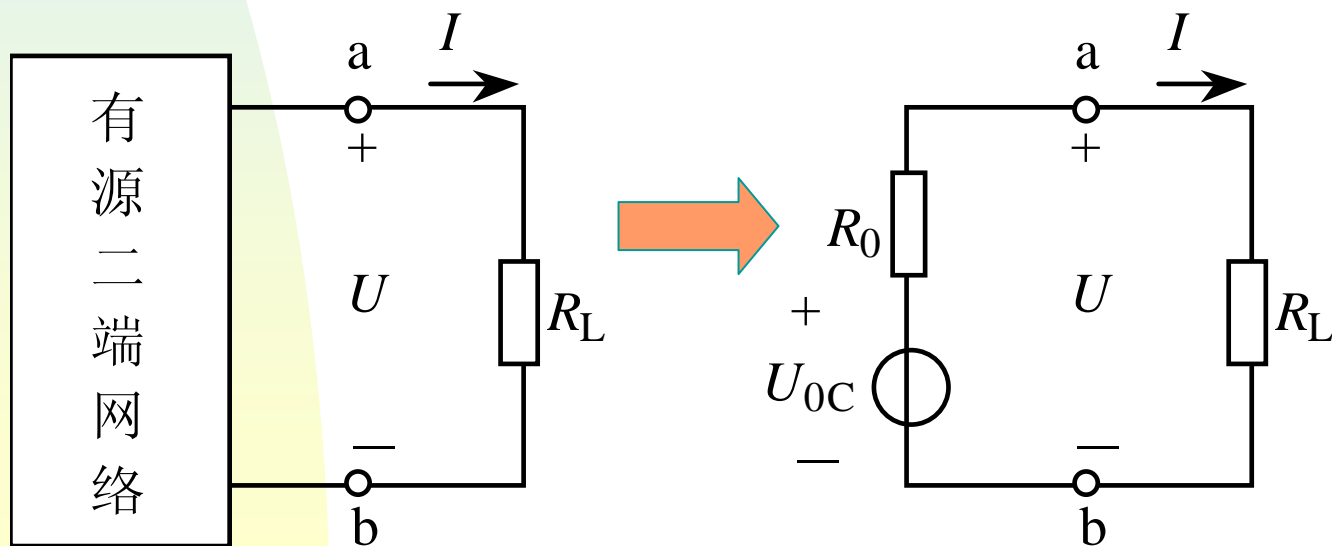
$$I' = \frac{4}{2 + 2} = 1\text{A}$$

$$I'' = 2 \times \frac{2}{2 + 2} = 1\text{A}$$

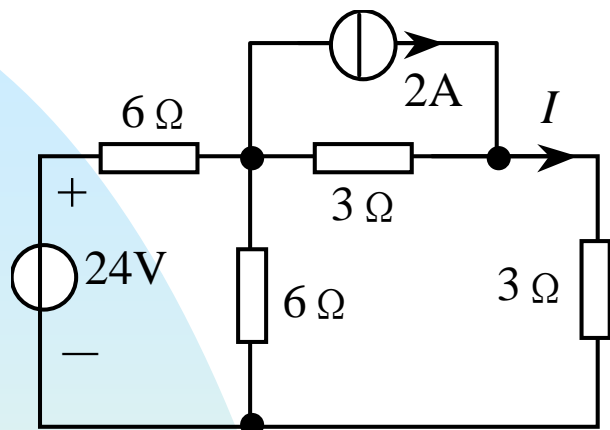
$$I = 1 + 1 = 2\text{A}$$

2.4.2 戴维南定理

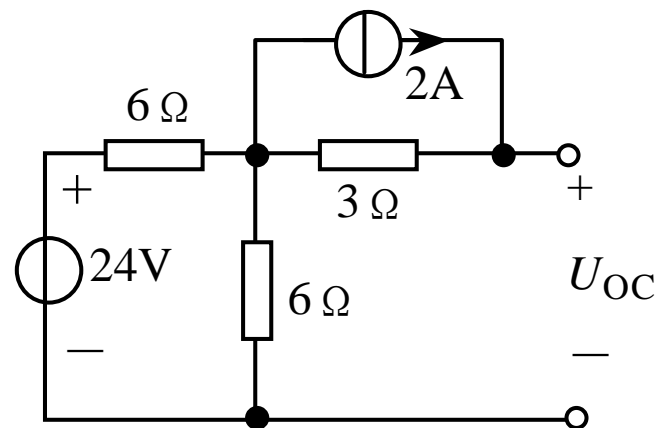
对外电路来说，任何一个线性有源二端网络，都可以用一个电压源即恒压源和电阻串联的支路来代替，其恒压源电压等于线性有源二端网络的开路电压 U_{OC} ，电阻等于线性有源二端网络除源后两端间的等效电阻 R_0 。这就是戴维南定理。



例：用戴维南定理求图示电路的电流 I 。



(a) 电路



(b) 求开路电压的电路

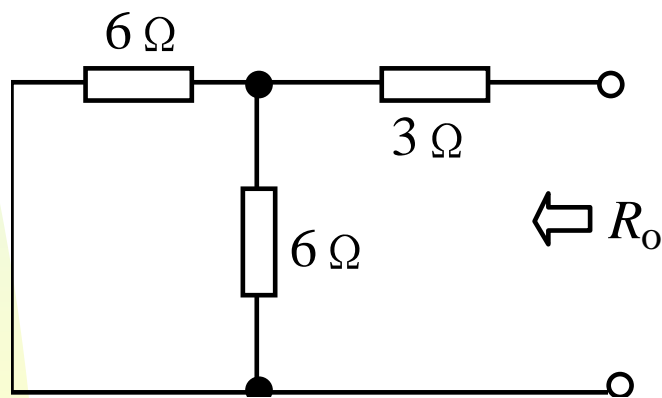
解：(1)断开待求支路，得有源二端网络如图(b)所示。由图可求得开路电压 U_{OC} 为：

$$U_{OC} = 2 \times 3 + \frac{6}{6 + 6} \times 24 = 6 + 12 = 18V$$



(2)将图(b)中的电压源短路，电流源开路
除源后的无源二端网络如图(c)所示，由图可
求得等效电阻 R_0 为：

$$R_0 = 3 + \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3 + 3 = 6\Omega$$

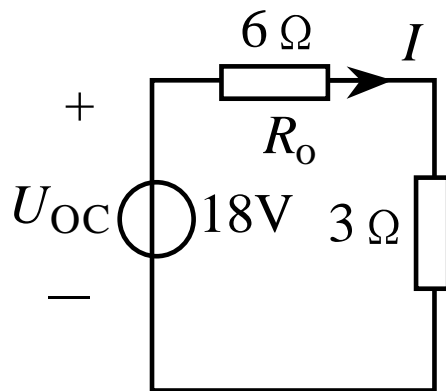


(c) 求串联电阻的电路



(3) 根据 U_{OC} 和 R_o 画出戴维南等效电路，并在其上待求支路，得图(a)的等效电路，如图(d)所示，由图可求得 I 为：

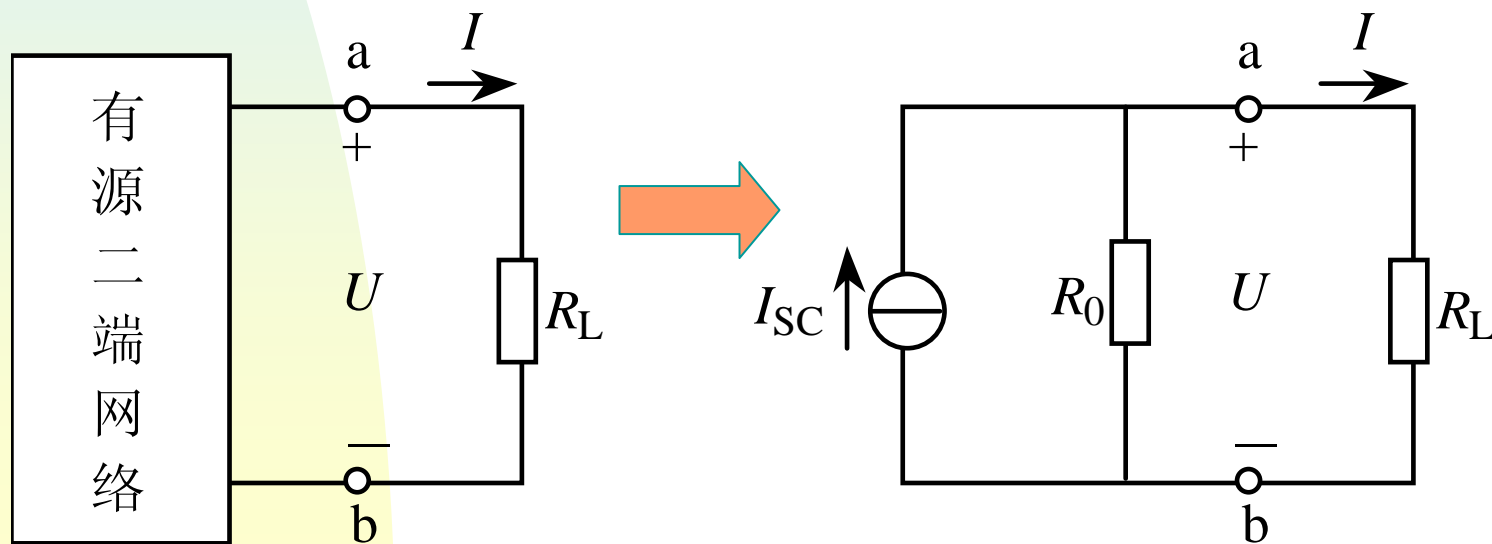
$$I = \frac{18}{6 + 3} = 2A$$



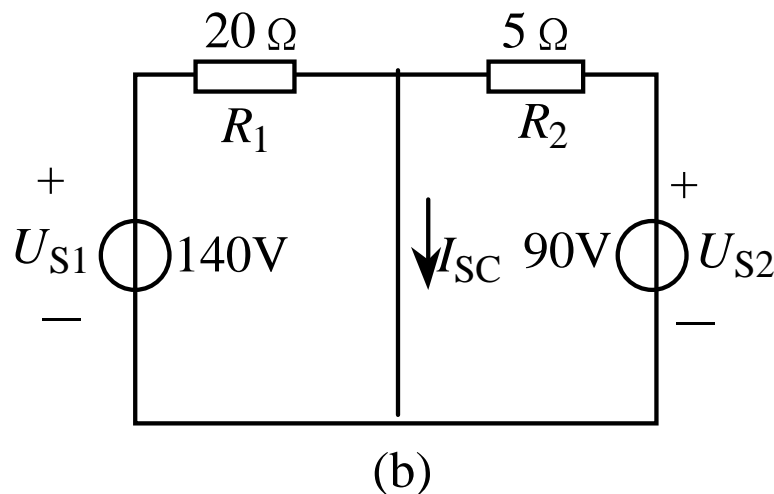
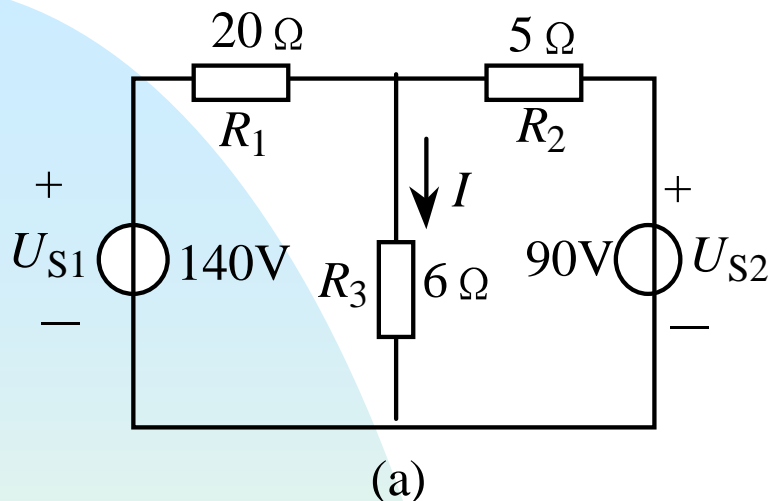
(d) 图(a)的等效电路

2.4.3 诺顿定理

对外电路来说，任何一个线性有源二端网络，都可以用一个电流源即恒流源和电阻并联的电路来代替，其恒流源电流等于线性有源二端网络的短路电流 I_{SC} ，电阻等于线性有源二端网络除源后两端间的等效电阻 R_0 。这就是诺顿定理。



例：用诺顿定理求图示电路的电流 I 。



解：(1) 将待求支路短路，如图(b)所示。
由图可求得短路电流 I_{SC} 为：

$$I_{SC} = \frac{U_{S1}}{R_1} + \frac{U_{S2}}{R_2} = \frac{140}{20} + \frac{90}{5} = 25A$$



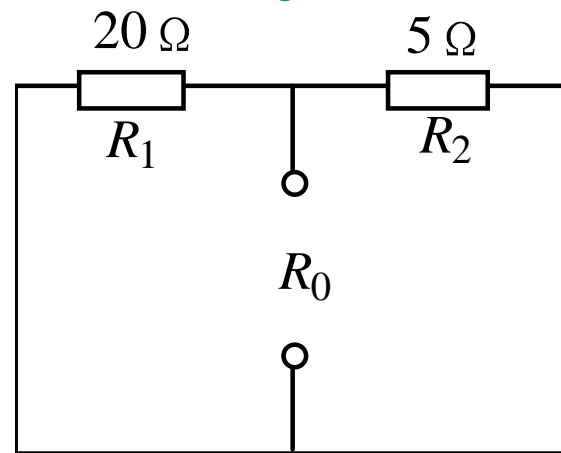
(2)将图(b)中的恒压源短路，得无源二端
如图(c)所示，由图可求得等效电阻 R_0 为：

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\Omega$$

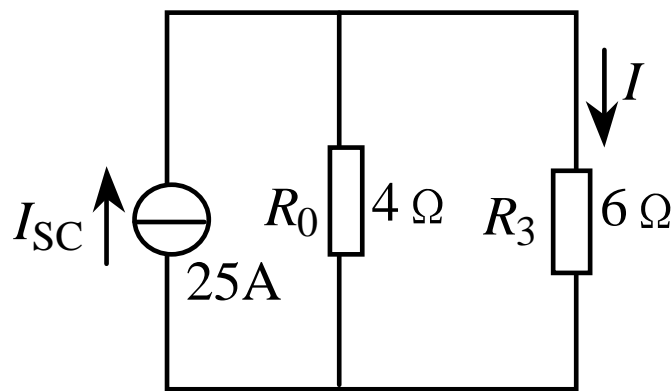
(3)根据 I_{SC} 和 R_0 画出诺顿
等效电路并接上待求支
路，得图(a)的等效电路，
如图(d)所示，由图可求得

I 为：

$$I = \frac{R_0}{R_0 + R_3} I_S = \frac{4}{4 + 6} \times 25 = 10A$$



(c)



(d)



2.5 含受控源电路的分



2.5.1 受控源

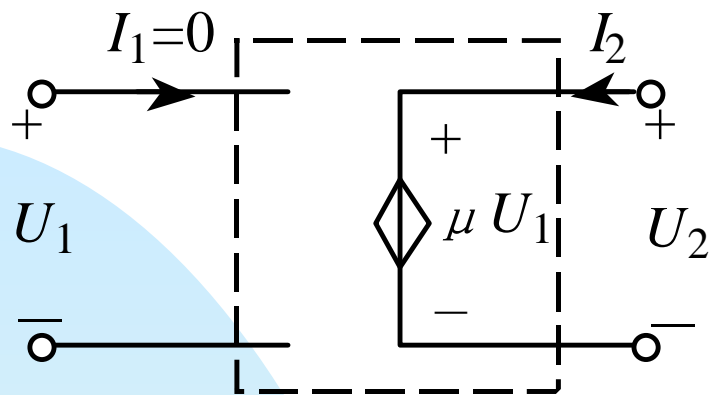
(1) 概念

受控源的电压或电流受电路中另一部分的电压或电流控制。

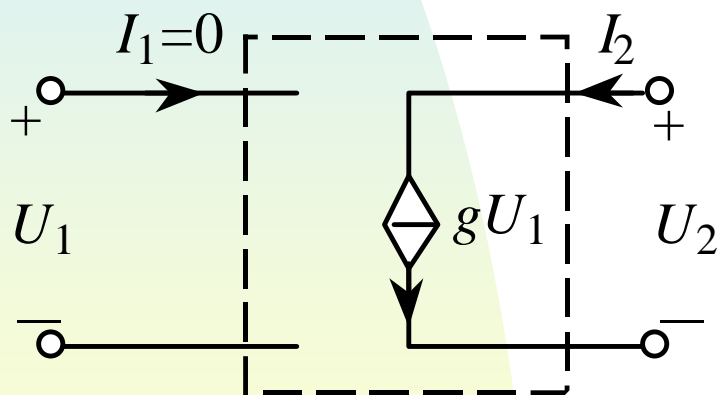
(2) 分类及表示方法

VCVS	电压控制电压源
VCCS	电压控制电流源
CCVS	电流控制电压源
CCCS	电流控制电流源

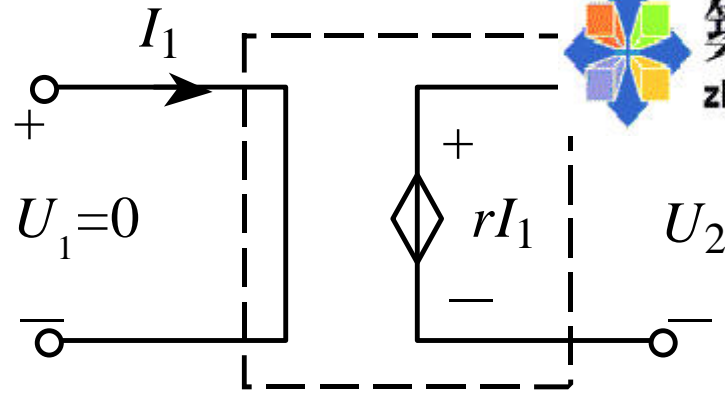




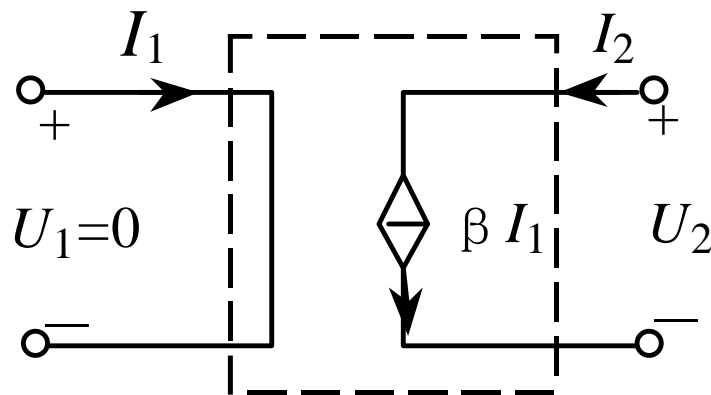
$$\text{VCVS} \begin{cases} I_1=0 \\ U_2=\mu U_1 \end{cases}$$



$$\text{VCCS} \begin{cases} I_1=0 \\ I_2=g U_1 \end{cases}$$



$$\text{CCVS} \begin{cases} U_1=0 \\ U_2=r I_1 \end{cases}$$



$$\text{CCCS} \begin{cases} U_1=0 \\ I_2=\beta I_1 \end{cases}$$



(3) 受控源的功率

如采用关联方向：

$$P = U_1 I_1 + U_2 I_2 = U_2 I_2$$

2.5.2 含受控源电路的分析

1、支路电流法

用支路电流法写方程时，应先把受控源暂时作为独立源去列写支路电流方程。但因受控源输出的电压或电流是电路中某一支路电压或电流（即控制量）的函数，所以，一般情况下还要用支路电流来表示受控源的控制量，使未知量的数目与独立方程式数目相等，这样才能将所需求解的未知量解出来。

支路电流方程：

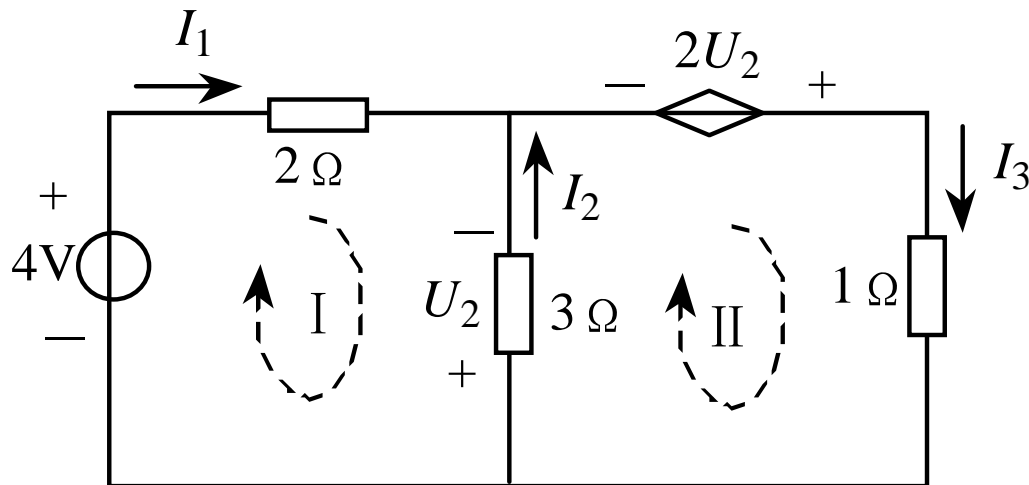
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$2I_1 - 3I_2 = 4$$

$$I_3 + 3I_2 = 2U_2$$

辅助方程：

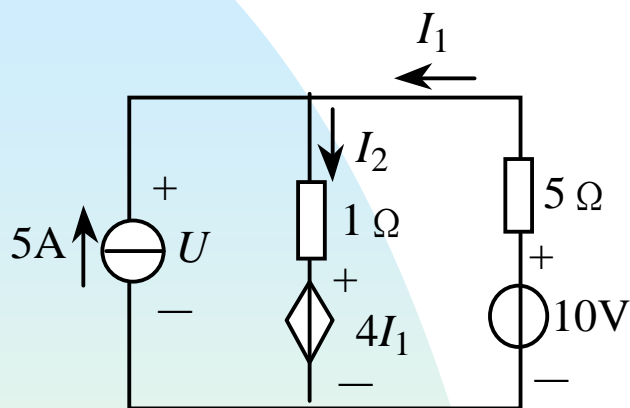
$$U_2 = 3I_2$$



解之得： $I_1 = 8\text{A}$, $I_2 = 4\text{A}$, $I_3 = 12\text{A}$

2、叠加定理

应用叠加定理时，独立源的作用可分别单独考虑，但受控源不能单独作用，且独立源作用时受控源必须保留。

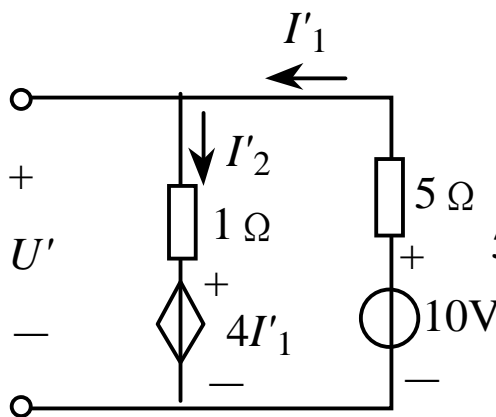


5A电流源单独作用：
 $I_1' = I_2'$

$$5I_1' + I_2' = 10 - 4I_1'$$

解得：

$$I_2' = 1\text{A}$$



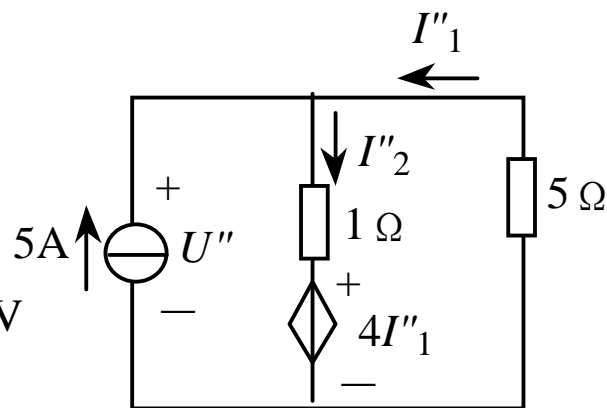
10V电压源单独作用：

$$I_1'' + 5 - I_2'' = 0$$

$$5I_1'' + I_2'' = -4I_1''$$

解得：

$$I_2' = 4.5\text{A}$$



叠加，

$$\begin{aligned} I_2 &= I_2' + I_2'' \\ &= 1 + 4.5 \\ &= 5.5\text{A} \end{aligned}$$

3、戴维南定理

应用等效电源定理分析含受控源的电路时，不能将受控源和它的控制量分割在两个网络中，二者必须在同一个网络中。至于求等效电源的内阻 R_0 时，有源二端网络中的独立电源均应为零，但受控源是否为零则取决于控制量是否为零。因此 R_0 不能用电阻串并联的方法计算。一般采用以下两种方法计算 R_0 。

(1) 开路短路法。即求出有源二端网络的开路电压 U_{0C} 和短路电流 I_{SC} ，则：

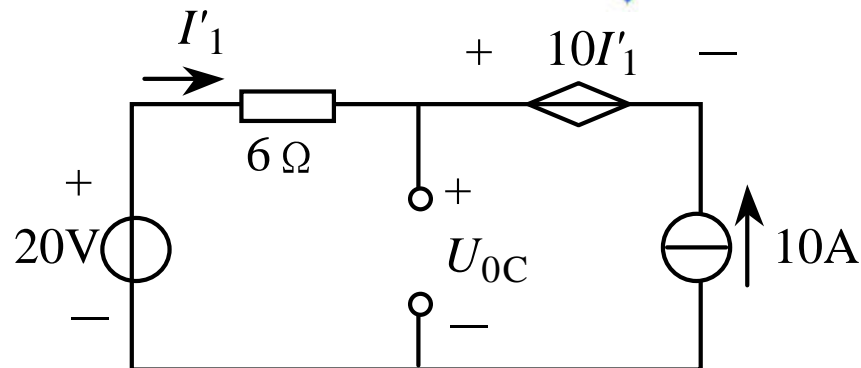
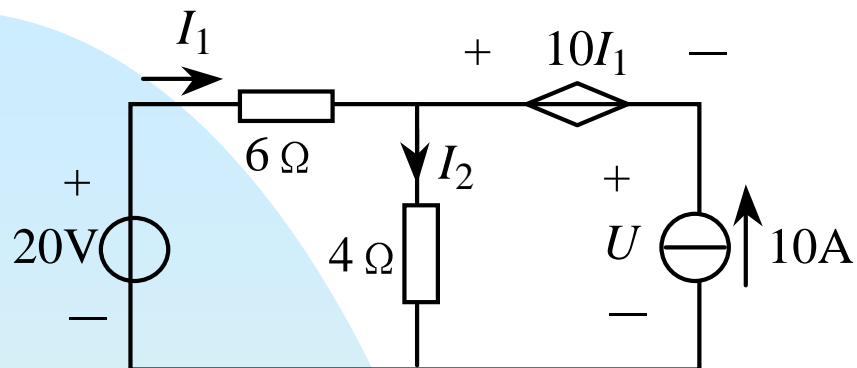
$$R_0 = \frac{U_{0C}}{I_{SC}}$$

(2) 外加电压法。即在不含独立源的二端网络（内含受控源）两端之间加一个电压 U ，求出在这个电压作用下输入到网络的电流 I ，则：

$$R_0 = \frac{U}{I}$$



例 应用戴维南定理求电流 I_2 。

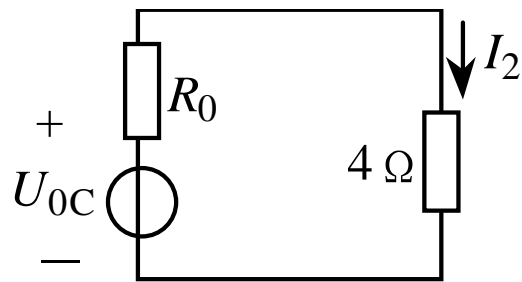
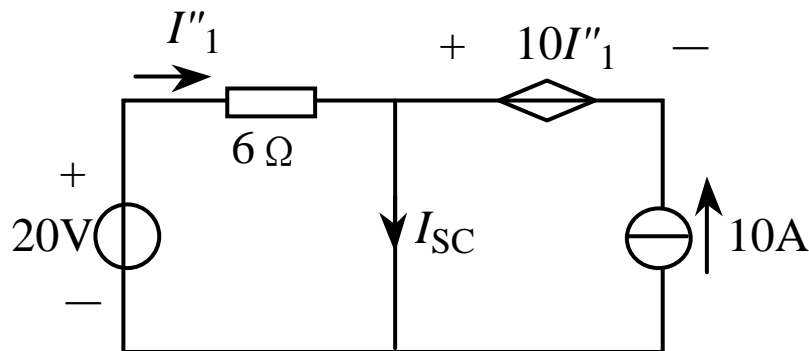


$$U_{0C} = 20 - 6I'_1 = 20 - 6 \times (-10) = 80V$$

$$I_{SC} = I''_1 + 10 = \frac{20}{6} + 10 = \frac{40}{3} A$$

$$R_0 = \frac{U_{0C}}{I_{SC}} = \frac{80}{\frac{40}{3}} = 6\Omega$$

$$I_2 = \frac{80}{4 + 6} = 8A$$



2.6 非线性电阻电路的分析



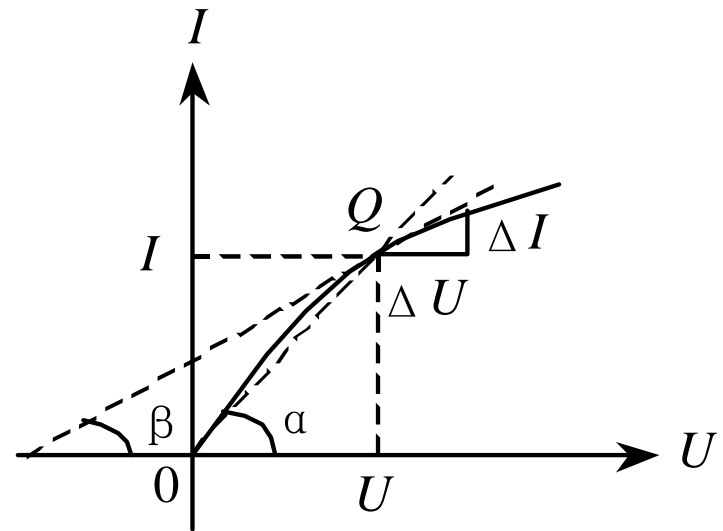
2.6.1 非线性电阻

非线性电阻的阻值不是一个常数，而是随着电压或电流变动。计算非线性电阻的阻值时，必须指明工作电流或工作电压，称为非线性元件的工作点，如图所示伏安特性曲线上的 Q 点。工作点处电压与电流的比值称为静态电阻或直流电阻 R

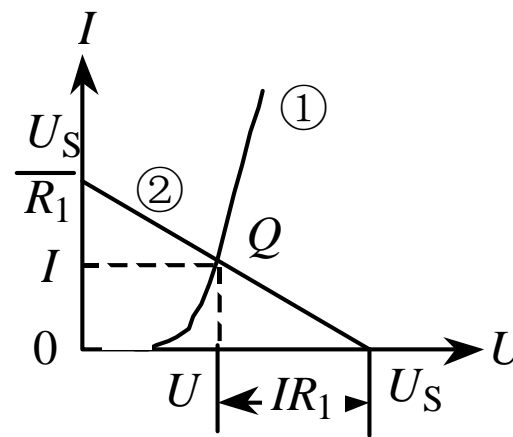
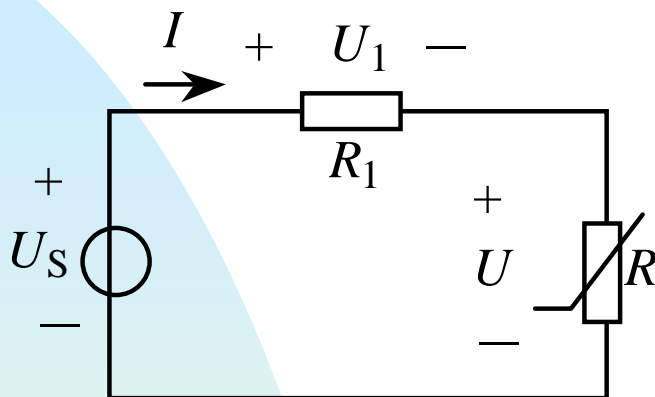
$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

工作点附近电压变化量 ΔU 和电流变化量 ΔI 的比值的极限称为动态电阻或微变电阻 r

$$r = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI} = \frac{1}{\tan \beta}$$



2.6.2 非线性电阻电路分析

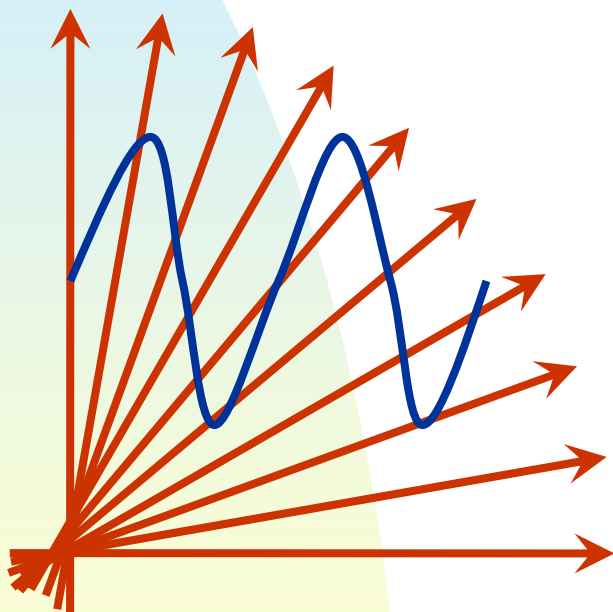


非线性电阻 R 的伏安特性曲线①与负载线②的交点 Q 确定的电压 U 与电流 I 。

负载线由方程 $U = U_S - U_1 = U_S - IR_1$ 确定。



电工技术基础



主编

制作

2004年7月





第3章 单相正弦电路分析

学习要点

- 正弦量的基本特征及相量表示法
- KCL、CVL及元件伏安关系的相量形式
- 阻抗串、并联电路的分析计算
- 正弦电路的有功功率和功率因数
- RLC串联电路的谐振条件与特征





第3章 单相正弦电路分析

- 3.1 正弦交流电的基本概念
- 3.2 正弦交流电的相量表示法
- 3.3 电路基本定律的相量形式
- 3.4 简单正弦交流电路的分析
- 3.5 正弦电路的功率
- 3.6 交流电路的频率特性





3.1 正弦交流电的基本概念

随时间按正弦规律变化的电压、电流称为正弦电压和正弦电流。表达式为：

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$



以正弦电流为例

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

振幅

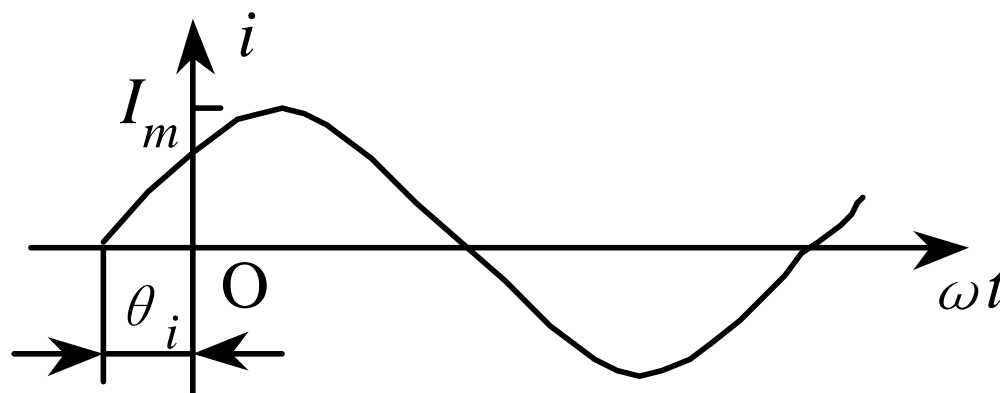
角频率

相位

初相角：简称初相

振幅、角频率和初相称为正弦量的的三要素。

波形



3.1.1 周期与频率

周期 T : 正弦量完整变化一周所需要的时间

频率 f : 正弦量在单位时间内变化的周数

周期与频率的关系:

$$f = \frac{1}{T}$$

角频率 ω : 正弦量单位时间内变化的弧度数

角频率与周期及频率的关系:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

3.1.2 相位、初相和相位差



相位：正弦量表达式中的角度

初相： $t=0$ 时的相位

相位差：两个同频率正弦量的相位之差，其值等于它们的初相之差。如

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta_u)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

相位差

为： $\varphi = (\omega t + \theta_u) - (\omega t + \theta_i) = \theta_u - \theta_i$

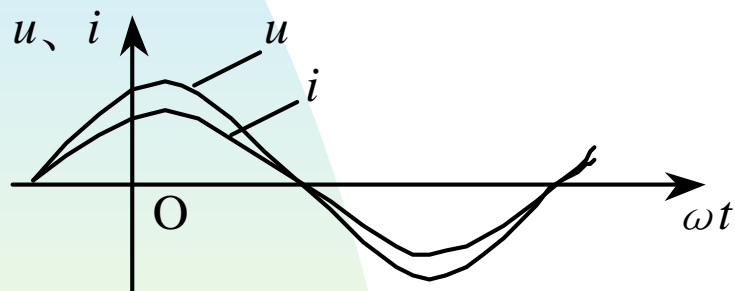


$\varphi = 0$ ， u 与 i 同相。

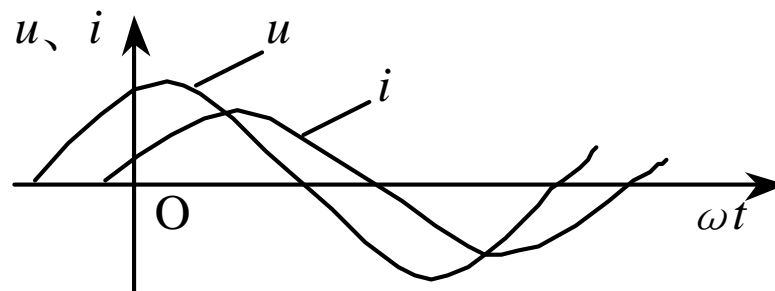
$\varphi > 0$ ， u 超前 i ，或 i 滞后 u 。

$\varphi = \pm\pi$ ， u 与 i 反相。

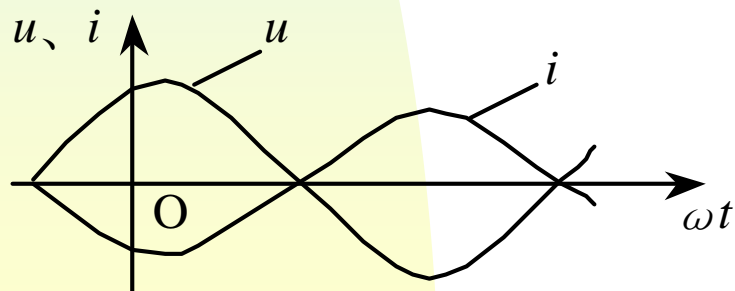
$\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ ， u 与 i 正交。



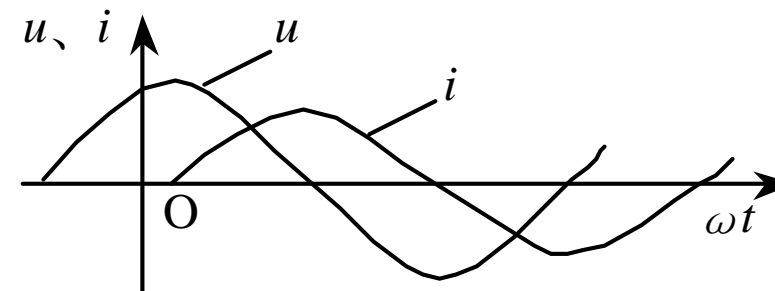
(a) u 与 i 同相



(b) u 超前 i



(c) u 与 i 反相



(d) u 与 i 正交



3.1.3 振幅与有效值

振幅：正弦量的最大值

周期电流有效值：让周期电流*i*和直流电流*I*分别通过两个阻值相等的电阻*R*，如果在相同的时间*T*内，两个电阻消耗的能量相等，则称该直流电流*I*的值为周期电流*i*的有效值。

根据有效值的定义有：
$$I^2 RT = \int_0^T i^2 R dt$$

周期电流的有效值为：

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$



对于正弦电流，因

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

所以正弦电流的有效值为：

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \theta_i) dt} \\ &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m \end{aligned}$$

同理，正弦电压的有效值为：

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0.707 U_m$$

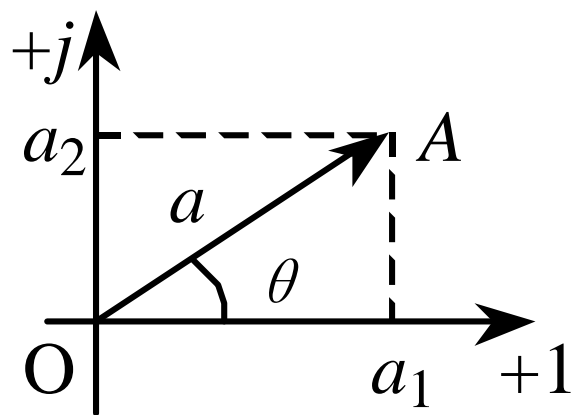


3.2 正弦交流电的相量表示法

相量法是求解正弦稳态电路的简单方法。

3.2.1 复数及其运算

复数 A 可用复平面上的有向线段来表示。该有向线段的长度 a 称为复数 A 的模，模总是取正值。该有向线段与实轴正方向的夹角 θ 称为复数 A 的辐角。

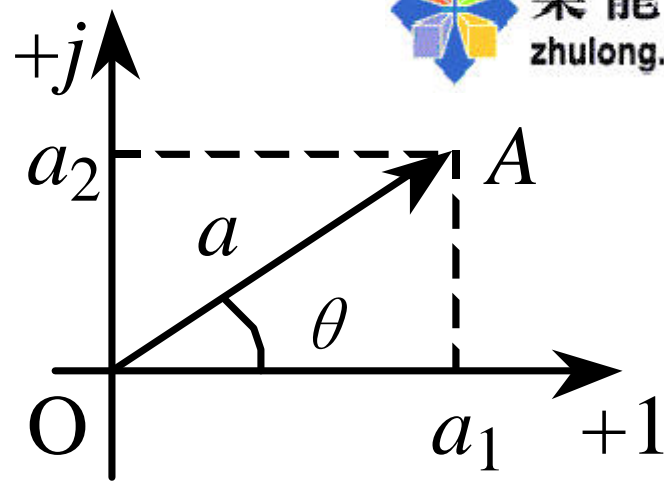




复数 A 的实部 a_1 及虚部 a_2 与模 a 及辐角 θ 的关系为:

$$a_1 = a \cos \theta \quad a_2 = a \sin \theta$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad \theta = \arctg \frac{a_2}{a_1}$$



根据以上关系式及欧拉公式 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

可将复数 A 表示成代数型、三角函数型、指数型和极坐标型4种形式。

$$A = \underbrace{a_1 + ja_2}_{\text{代数型}} = \underbrace{a \cos \theta + ja \sin \theta}_{\text{三角函数型}} = \underbrace{ae^{j\theta}}_{\text{指数型}} = \underbrace{a \angle \theta}_{\text{极坐标型}}$$

代数型

三角函数型

指数型

极坐标型





复数的四则运算:

设两复数
为:

$$A = a_1 + ja_2 = a \angle \theta_1$$

$$B = b_1 + jb_2 = b \angle \theta_2$$

(1)相等。若 $a_1=b_1$, $a_2=b_2$, 则

(2)加减运

算: $A \pm B = (a_1 \pm b_1) + j(a_2 \pm b_2)$

(3)乘除运

算: $A \cdot B = ae^{j\theta_1} \cdot be^{j\theta_2} = abe^{j(\theta_1+\theta_2)} = ab \angle (\theta_1 + \theta_2)$

$$\frac{A}{B} = \frac{ae^{j\theta_1}}{be^{j\theta_2}} = \frac{a}{b} e^{j(\theta_1-\theta_2)} = \frac{a}{b} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$





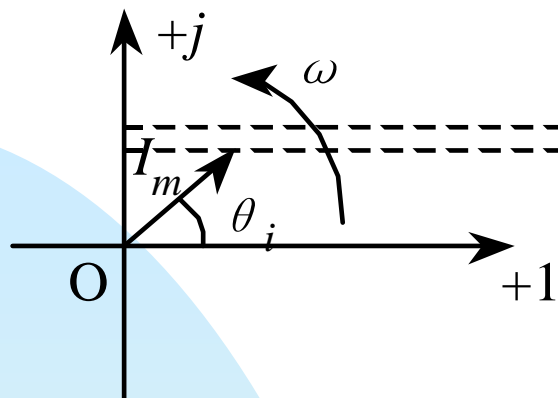
3.2.2 正弦量的相量表示法

将复数 $I_m \angle \theta_i$ 乘上因子 $1 \angle \omega t$, 其模不变, 辐角随时间均匀增加。即在复平面上以角速度 ω 逆时针旋转, 其在虚轴上的投影等于 $I_m \sin(\omega t + \theta_i)$, 正好是用正弦函数表示的正弦电流 i 。可见复数 $I_m \angle \theta_i$ 与正弦电流 $i = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$ 是相互对应的关系, 可用复数 $I_m \angle \theta_i$ 来表示正弦电流 i , 记为:

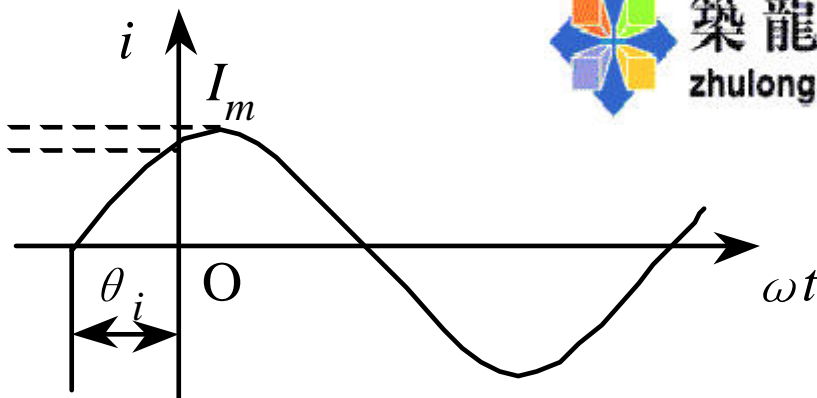
$$\dot{I}_m = I_m e^{j\theta_i} = I_m \angle \theta_i$$

并称其为相量。





(a) 以角速度 ω 旋转的复数



(b) 旋转复数在虚轴上的投影

正弦量

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \theta_i) \\ &= \sqrt{2} I \sin(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

相量

$$\begin{aligned} \dot{I}_m &= I_m \angle \theta_i \\ \dot{I} &= I \angle \theta_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin(\omega t + \theta_u) \\ &= \sqrt{2} U \sin(\omega t + \theta_u) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_m &= U_m \angle \theta_u \\ \dot{U} &= U \angle \theta_u \end{aligned}$$

有效值相量和振幅相量的关系：

$$\dot{I}_m = \sqrt{2} \dot{I}$$

$$\dot{U}_m = \sqrt{2} \dot{U}$$



3.3 电路基本定律的相量形式

3.3.1 相量运算规则

规则1: 若 i 为正弦量, 代表它的相量为 \dot{I} , 则 ki 也是正弦量, 代表它的相量为 $k\dot{I}$ 。

规则2: 若 i_1 与 i_2 为同频率的正弦量, 代表它们的相量分别为 \dot{I}_1 与 \dot{I}_2 则 $i_1 + i_2$ 也是同频率的正弦量, 其相量为 $\dot{I}_1 + \dot{I}_2$ 。

规则3: 若 i_1 与 i_2 为同频率的正弦量, 代表它们的相量分别为 \dot{I}_1 与 \dot{I}_2 则 $i_1 = i_2$ 的充分必要条件是代表它们的相量相等, 即: $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ 。

规则4: 若 i 为角频率为 ω 的正弦量, 代表它的相量为 \dot{I} 为 $\frac{di}{dt}$, 则 $\frac{di}{dt}$ 也是同频率的正弦量, 其相量为 $j\omega\dot{I}$ 。





例: $i_1 = 6\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$

$$i_2 = 8\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ)$$

求 $i = i_1 + i_2$

解: $\dot{I}_1 = 6\angle 30^\circ = 5.196 + j3$

$$\dot{I}_2 = 8\angle -60^\circ = 4 - j6.928$$

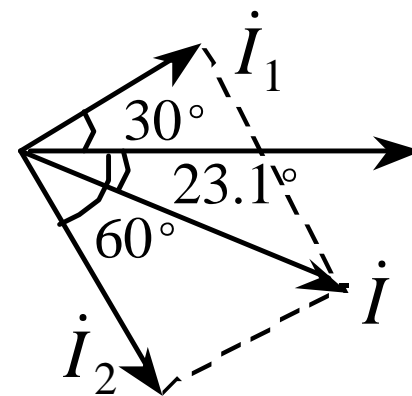
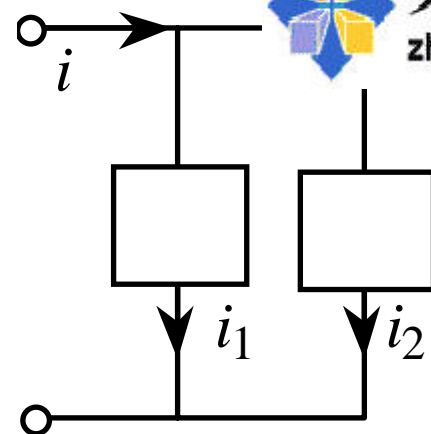
$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

$$= (5.196 + j3) + (4 - j6.928)$$

$$= 9.296 - j3.928 = 10\angle -23.1^\circ \text{ A}$$

$$i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 23.1^\circ) \text{ A}$$

相量
图:



3.3.2 元件伏安关系的相量关系



在以下的推导过程中，设元件两端的电压和流过元件的电流均采用关联参考方向。并设电压、电流的瞬时表达式分别为：

$$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta_u)$$

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i)$$

则代表它们的相量分别为：

$$\dot{U} = U \angle \theta_u$$

$$\dot{I} = I \angle \theta_i$$



1、电阻元件

电阻元件伏安关系： $u=RI$

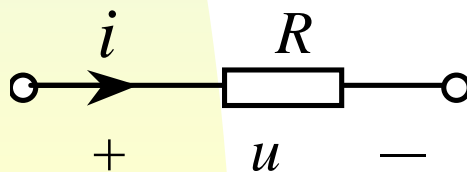
根据相量运算的规则1和规则3，有：

$$\dot{U} = R\dot{I}$$

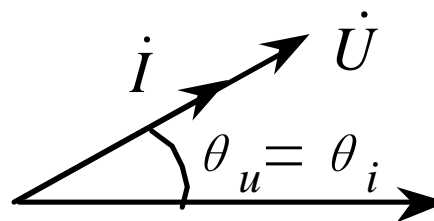
将 $\dot{U} = U \angle \theta_u$ 、 $\dot{I} = I \angle \theta_i$ 代入，得：

$$U \angle \theta_u = RI \angle \theta_i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U = RI \\ \theta_u = \theta_i \end{cases}$$



(a) 电阻元件



(b) 相量图

2、电感元件

电感元件伏安关系： $u = L \frac{di}{dt}$

根据相量运算的规则1、规则3和规则4，有：

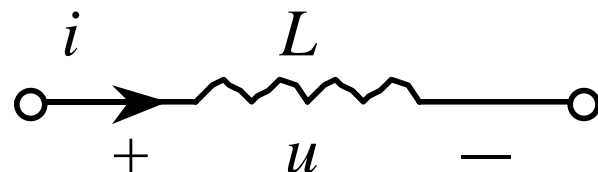
$$\dot{U} = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

将 $\dot{U} = U \angle \theta_u$ 、 $\dot{I} = I \angle \theta_i$ 代入，得：

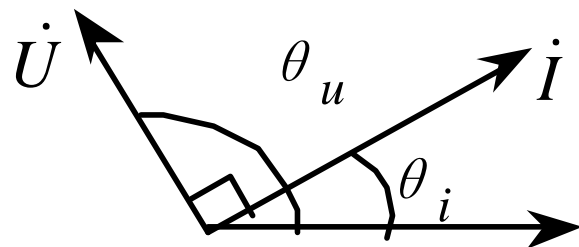
$$U \angle \theta_u = j\omega L I \angle \theta_i = \omega L I \angle (\theta_i + 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U = \omega L I = X_L I \\ \theta_u = \theta_i + 90^\circ \end{cases}$$

感抗： $X_L = \omega L$ ，与频率成正比。



(a) 电感元件



(b) 相量图

3、电容元件

电感元件伏安关系： $i = C \frac{du}{dt}$

根据相量运算的规则1、规则3和规则4，有：

$$\dot{I} = j\omega C \dot{U}$$

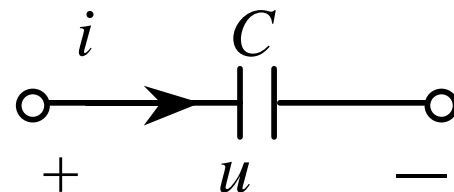
将 $\dot{U} = U \angle \theta_u$ 、 $\dot{I} = I \angle \theta_i$ 代入上式，得：

$$I \angle \theta_i = j\omega C U \angle \theta_u = \omega C U \angle (\theta_u + 90^\circ)$$

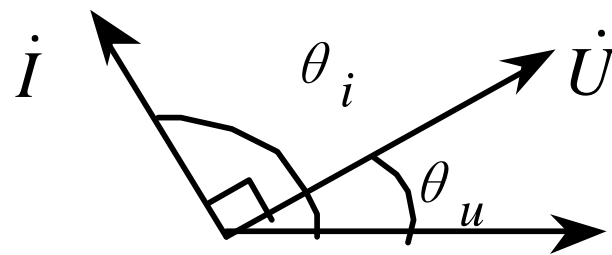
$$\Rightarrow \begin{cases} I = \omega C U \\ \theta_i = \theta_u + 90^\circ \end{cases}$$

或 $\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_C \dot{I}$

容抗： $X_C = 1 / \omega C$ ，与频率成反比。



(a) 电容元件



(b) 相量图



3.3.3 KCL、KVL的相量形式

KCL: $\sum \dot{I} = 0$

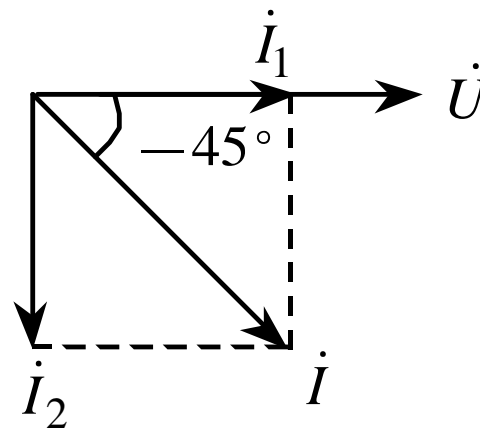
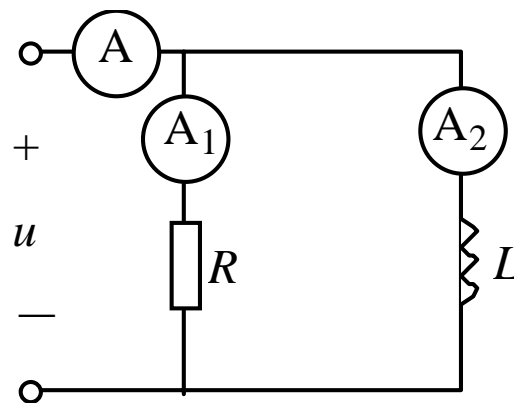
KVL: $\sum \dot{U} = 0$

例：图示电路，电流表 A_1 、 A_2 的读数均为10A，求电流表A的读数。

解：由KCL有 $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

作相量图，由相量图得：

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \\ &= \sqrt{10^2 + 10^2} \\ &= 10\sqrt{2} \\ &= 14.1\text{A} \end{aligned}$$





例：图示RC串联电路， $R=100\ \Omega$ ， $C=100\ \mu\text{F}$ ， $u_s=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ，求 i 、 u_R 和 u_C ，并画出相量

解：

$$\dot{U}_s = 100\angle 0^\circ\text{V}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times 100 \times 10^{-6}} = 100\Omega$$

$$\dot{U}_s = \dot{U}_R + \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_R = RI$$

$$\dot{U}_C = -jX_C I$$

$$\dot{U}_s = \dot{U}_R + \dot{U}_C = RI - jX_C I = (R - jX_C)I$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C} = \frac{100\angle 0^\circ}{100 - j100} = \frac{100\angle 0^\circ}{100\sqrt{2}\angle -45^\circ} = 0.5\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{A}$$

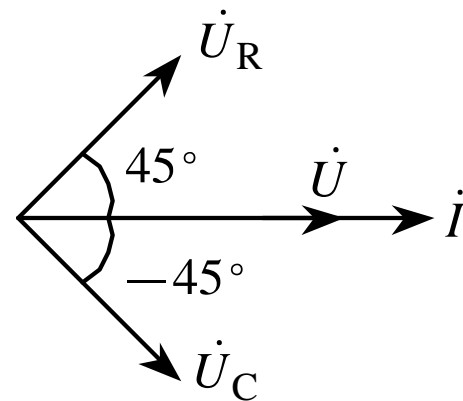
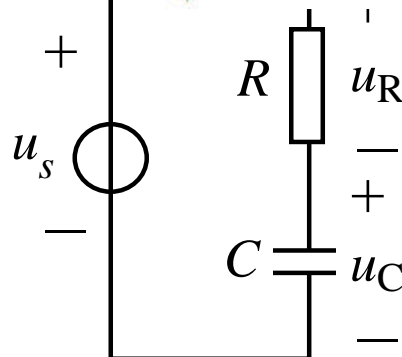
$$\dot{U}_R = RI = 100 \times 0.5\sqrt{2}\angle 45^\circ = 50\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

$$\dot{U}_C = -jX_C I = -j100 \times 0.5\sqrt{2}\angle 45^\circ = 50\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

$$i = \sin(100t + 45^\circ)\text{A}$$

$$u_R = 100 \sin(100t + 45^\circ)\text{V}$$

$$u_C = 100 \sin(100t - 45^\circ)\text{V}$$





3.4 简单正弦电路的分析

将正弦交流电路中的电压、电流用相量表示，元件参数用阻抗来代替。运用基尔霍夫定律的相量形式和元件欧姆定律的相量形式来求解正弦交流电路的方法称为相量法。运用相量法分析正弦交流电路时，直流电路中的结论、定理和分析方法同样适用于正弦交流电路。



3.4.1 阻抗的串联与并联

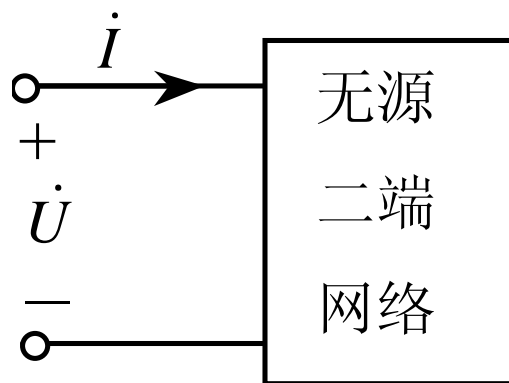
1. 阻抗的定义

定义无源二端网络端口电压相量和端口电流相量的比值为该无源二端网络的阻抗，并用符号 Z 表示，即：

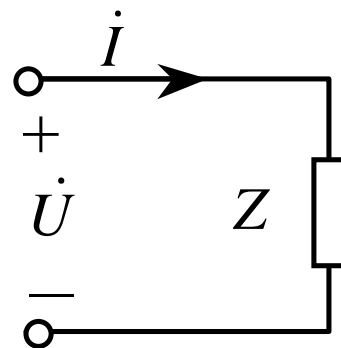
$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}$$

或

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$$



(a) 无源二端网络

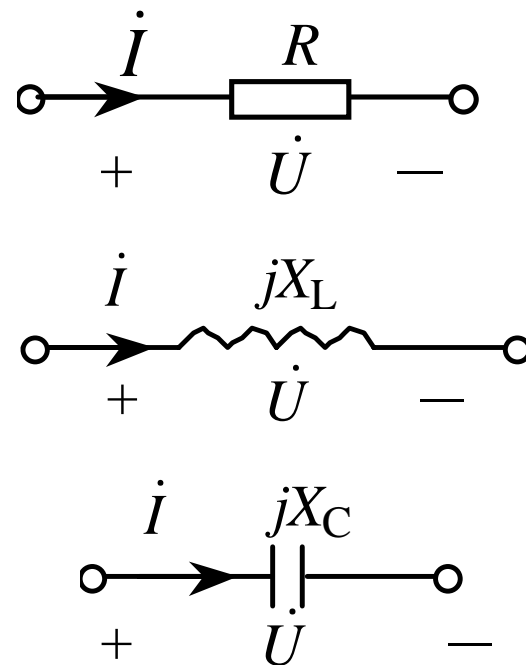


(b) 等效电路



相量模型

将所有元件以相量形式表示：



$$\dot{U}_m = Z \dot{I}_m$$

或

$$\dot{U} = Z \dot{I}$$

称为欧姆定律的相量形式。

电阻、电感、电容的阻抗：

$$Z_R = R$$

$$Z_L = jX_L = j\omega L$$

$$Z_C = -jX_C = -j \frac{1}{\omega C}$$



2. 阻抗的性质

$$Z = R + jX = |Z| \angle \varphi_z$$

电阻

电抗

阻抗模

阻抗角

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \varphi_z = \arctg \frac{X}{R}$$

$$R = |Z| \cos \varphi_z \quad X = |Z| \sin \varphi_z$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle \theta_u}{I \angle \theta_i} = \frac{U}{I} \angle (\theta_u - \theta_i)$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$\varphi_z = \theta_u - \theta_i \quad \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_z > 0 & \text{电压超前电流, 感性} \\ \varphi_z < 0 & \text{电压滞后电流, 容性} \\ \varphi_z = 0 & \text{电压电流同相, 阻性} \end{array} \right.$$



3.4.2 RLC串联电路

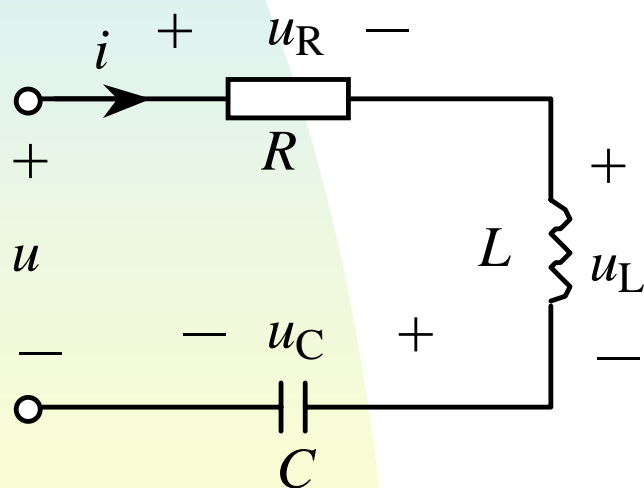
相量模型将所有元件以相量形式表示：

$C \rightarrow -jX_C$ 的阻抗

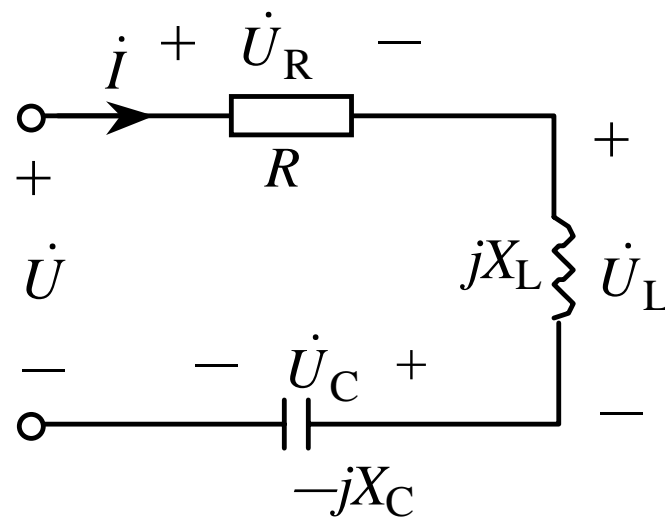
$R \rightarrow R$ 的阻抗

$L \rightarrow jX_L$ 的阻抗

$u, i \rightarrow \dot{U}, \dot{I}$ 相量



(a) RLC 串联电路



(b) 相量模型



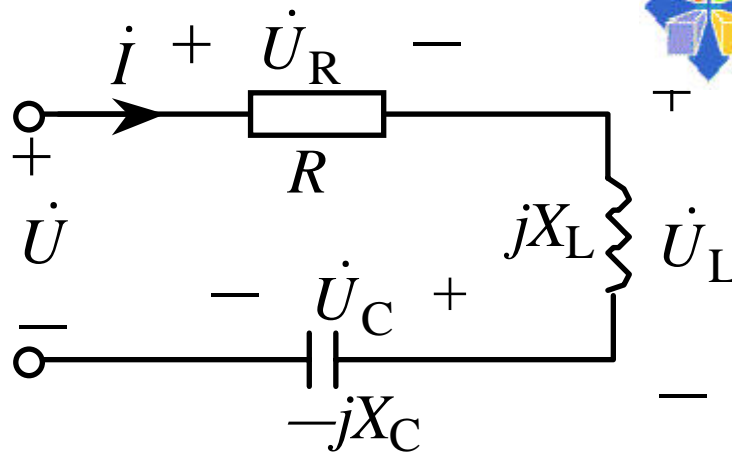


由欧姆定

律 $\dot{U}_R = R\dot{I}$

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \dot{I}$$



由

KVL:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = [R + j(X_L - X_C)]\dot{I} = Z\dot{I}$$

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

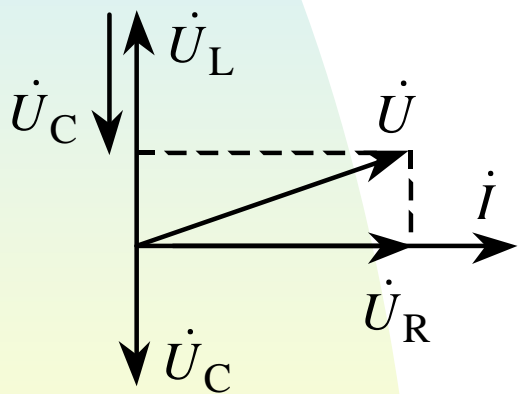
$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\theta_u = \theta_i + \varphi_z = \theta_i + \arctg \frac{X}{R} = \theta_i + \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

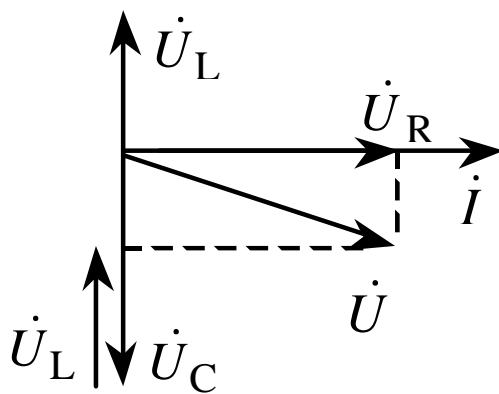




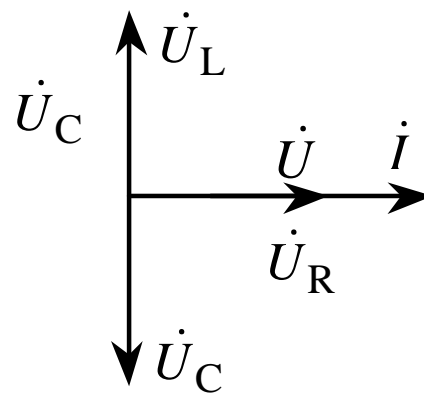
- (1) 当 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ 时, $X > 0$, $\varphi_z > 0$, 电路呈感性
- (2) 当 $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ 时, $X < 0$, $\varphi_z < 0$, 电路呈容性。
- (3) 当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时, $X = 0$, $\varphi_z = 0$, 电路呈电阻性。



(a) $X > 0$



(b) $X < 0$



(c) $X = 0$





例：RLC串联电路。已知 $R=5\text{k}\Omega$ ， $L=6\text{mH}$ ， $C=0.001\mu\text{F}$ ， $U=5\sqrt{2}\sin 10^6 t\text{V}$ 。(1) 求电流 i 和各元件上的电压，画出相量图；(2) 当角频率变为 $2\times 10^5\text{rad/s}$ 时，电路的性质有无改变。

解：(1) $X_L = \omega L = 10^6 \times 6 \times 10^{-3} = 6\text{k}\Omega$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^6 \times 0.001 \times 10^{-6}} = 1\text{k}\Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 5 + j(6 - 1) = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{k}\Omega$$

$\varphi_z > 0$ ，电路呈感性。



由 $u = 5\sqrt{2} \sin 10^6 t \text{ V}$ ，得电压相量为：
 $\dot{U}_m = 5\sqrt{2} \angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{5\sqrt{2} \angle 0^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 1 \angle -45^\circ \text{ mA}$$

$$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_m = 5 \times 1 \angle -45^\circ = 5 \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Lm} = jX_L \dot{I}_m = j6 \times 1 \angle -45^\circ = 6 \angle 45^\circ \text{ V}$$

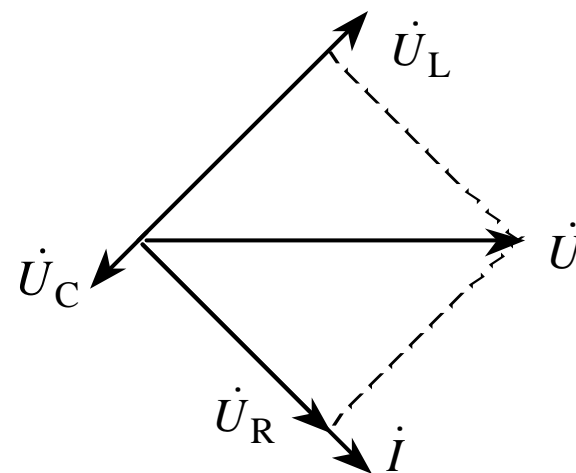
$$\dot{U}_{Cm} = -jX_C \dot{I}_m = -j1 \times 1 \angle -45^\circ = 1 \angle -135^\circ \text{ V}$$

$$i = \sin(10^6 t - 45^\circ) \text{ mA}$$

$$u_R = 5 \sin(10^6 t - 45^\circ) \text{ V}$$

$$u_L = 6 \sin(10^6 t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$u_C = \sin(10^6 t - 135^\circ) \text{ V}$$



(2)当角频率变为 $2 \times 10^5 \text{rad/s}$ 时，电路阻抗

为：

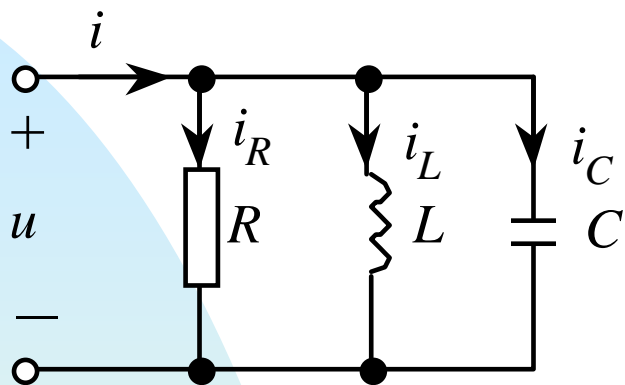
$$Z = R + j(X_L - X_C)$$

$$= 5 + j(2 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3} - \frac{1}{2 \times 10^5 \times 0.001 \times 10^{-6}})$$

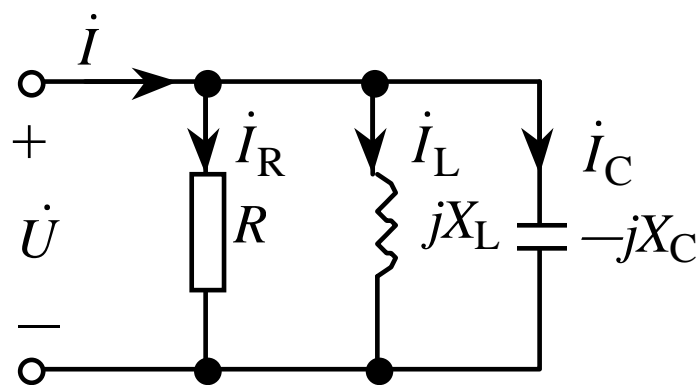
$$= 5 - j8.8 = 10.12 \angle -60.4^\circ \text{k}\Omega$$

$\varphi_z < 0$ ，电路呈容性。

3.4.3 RLC并联电路



(a) RLC 并联电路



(b) 相量模型

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} \quad \dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C}$$

$$\dot{I} = \dot{U} \left[\frac{1}{R} + j \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right) \right]$$

若已知 $\dot{U} = U \angle \theta_u$ ，便可求出各个电流相量。

例：RLC并联电路中。已知 $R=5\ \Omega$ ，
 $L=5\ \mu\text{H}$ ， $C=0.4\ \mu\text{F}$ ，电压有效值 $U=10\text{V}$ ，
 $\omega=10^6\text{rad/s}$ ，求总电流 i ，并说明电路的性

质：
解： $X_L = \omega L = 10^6 \times 5 \times 10^{-6} = 5\Omega$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^6 \times 0.4 \times 10^{-6}} = 2.5\Omega$$

设 $\dot{U} = 10\angle 0^\circ\text{V}$

则

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{10\angle 0^\circ}{5} = 2A$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{10\angle 0^\circ}{j5} = -j2A$$

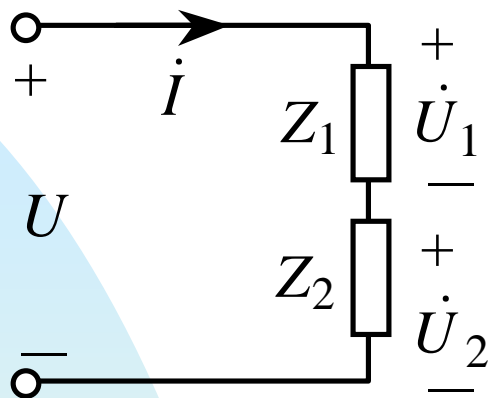
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \frac{10\angle 0^\circ}{-j2.5} = j4A$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = 2 - j2 + j4 = 2 + j2 = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ A$$

$$i = 4 \sin(10^6 t + 45^\circ) A$$

因为电流的相位超前电压，所以电路呈容性。

3.4.4 阻抗的串联与并联

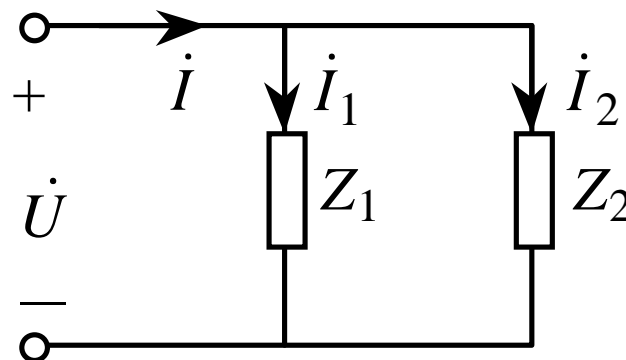


(a) 两个阻抗串联

$$Z = Z_1 + Z_2$$

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{U}$$

$$\dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{U}$$



(b) 两个阻抗并联

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{I}$$



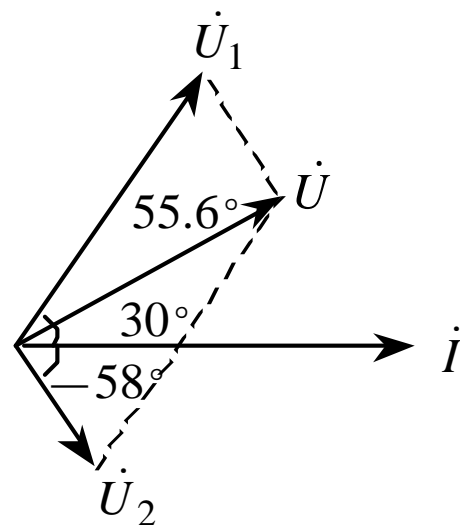
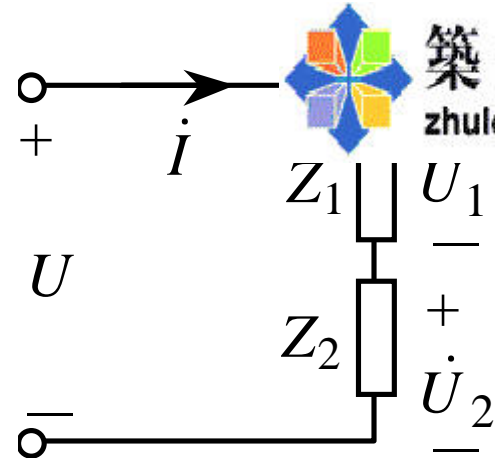
例：图示电路， $Z_1 = (6.16 + j9) \Omega$ ， $Z_2 = (2.5 - j4) \Omega$ ， $\dot{U} = 100 \angle 30^\circ \text{ V}$ ，求总电流 \dot{I} 及各阻抗的电压 \dot{U}_1 和 \dot{U}_2 ，并画出相量图。

解：
$$Z = Z_1 + Z_2 = 6.16 + j9 + 2.5 - j4$$
$$= 8.66 + j5 = 10 \angle 30^\circ \Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{100 \angle 30^\circ}{10 \angle 30^\circ} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_1 \dot{I} = (6.16 + j9) \times 10 \angle 0^\circ \\ &= 10.9 \angle 55.6^\circ \times 10 \angle 0^\circ = 109 \angle 55.6^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= Z_2 \dot{I} = (2.5 - j4) \times 10 \angle 0^\circ \\ &= 4.72 \angle -58^\circ \times 10 \angle 0^\circ = 47.2 \angle -58^\circ \text{ V} \end{aligned}$$





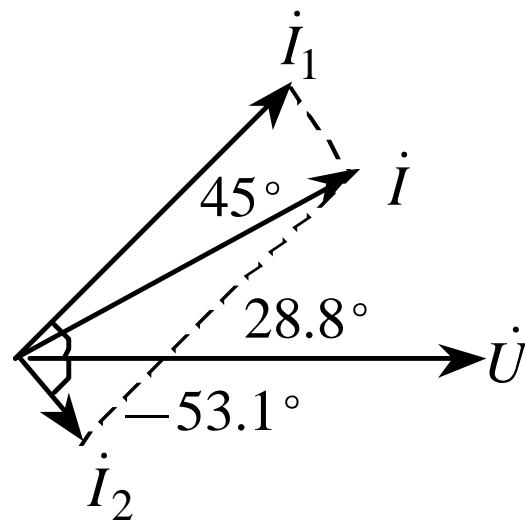
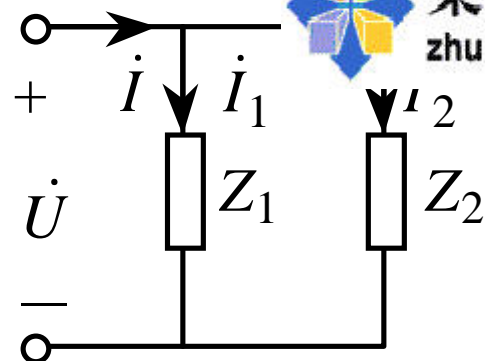
例：图示电路， $Z_1 = (1 - j1) \Omega$ ， $Z_2 = (3 + j4) \Omega$ ， $\dot{U} = 10 \angle 0^\circ \text{V}$ ，求总电流 \dot{i} 及各阻抗的电流 \dot{i}_1 和 \dot{i}_2 ，并画出相量图。

解：
$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1 - j1)(3 + j4)}{1 - j1 + 3 + j4} = \frac{7 + j1}{4 + j3}$$
$$= \frac{5\sqrt{2} \angle 8.1^\circ}{5 \angle 36.9^\circ} = \sqrt{2} \angle -28.8^\circ \Omega$$

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10 \angle 0^\circ}{\sqrt{2} \angle -28.8^\circ} = 5\sqrt{2} \angle 28.8^\circ \text{A}$$

$$\dot{i}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{i} = \frac{3 + j4}{1 - j1 + 3 + j4} \times 5\sqrt{2} \angle 28.8^\circ$$
$$= \frac{5 \angle 53.1^\circ}{5 \angle 36.9^\circ} \times 5\sqrt{2} \angle 28.8^\circ = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{A}$$

$$\dot{i}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{i} = \frac{1 - j1}{1 - j1 + 3 + j4} \times 5\sqrt{2} \angle 28.8^\circ$$
$$= \frac{\sqrt{2} \angle -45^\circ}{5 \angle 36.9^\circ} \times 5\sqrt{2} \angle 28.8^\circ = 2 \angle -53.1^\circ \text{A}$$





3.5 正弦电路的功率

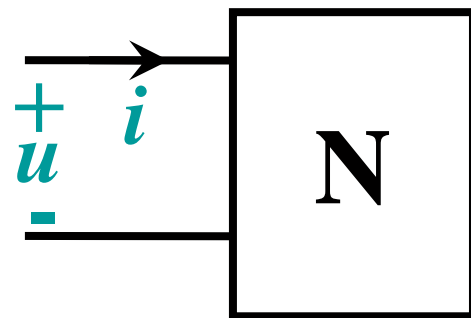
3.5.1 二端网络的功率

1. 平均功率

设 $\varphi = \theta_u - \theta_i$,

$i = \sqrt{2}I \sin \omega t$ 则:

$u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi)$



瞬时功率:

$$p = ui = \sqrt{2}I \sin \omega t \times \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi) = UI[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

平均功率 (有功功率)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] dt = UI \cos \varphi$$



$$P = UI \cos \varphi$$

$\cos \varphi$ 称功率因数。

对无源二端网络， $\varphi = \varphi_z$ 。

电阻元件 R ， $\varphi = 0$ ， $P = UI$ 。

电感元件 L ， $\varphi = 90^\circ$ ， $P = 0$ 。

电容元件 C ， $\varphi = -90^\circ$ ， $P = 0$ 。

可见电阻总是消耗能量的，而电感和电容是不消耗能量的，其平均功率都为0。平均功率就是反映电路实际消耗的功率。无源二端网络各电阻所消耗的平均功率之和，就是该电路所消耗的平均功率。

2. 无功功率

$$Q = UI \sin \varphi$$

单位为乏

表示二端网络与外电路进行能量交换的幅度。
(Var)

电阻元件 R , $\varphi = 0$, $Q = 0$ 。

电感元件 L , $\varphi = 90^\circ$, $Q = UI$ 。

电容元件 C , $\varphi = -90^\circ$, $Q = -UI$ 。

3. 视在功率

$$S = UI$$

单位为伏安

表示用电设备的容量。(VA)

平均功率 P 、无功功率 Q 和视在功率 S 的关系:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$



例：图示电路。已知 $R=2\Omega$ ， $L=1\text{H}$ ， $C=0.25\text{F}$ ， $U=10\sin 2t\text{V}$ 。求电路的有功功率 P 、无功功率 Q 、视在功率 S 和功率

因数 λ $\dot{U} = 10\angle 0^\circ\text{V}$

$$X_L = \omega L = 2 \times 1 = 2\Omega$$

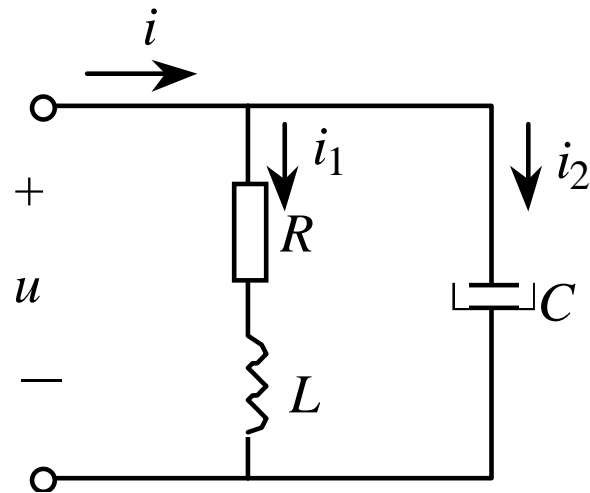
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \times 0.25} = 2\Omega$$

$$Z = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = \frac{(2 + j2)(-j2)}{2 + j2 - j2}$$
$$= 2 - j2 = 2\sqrt{2}\angle -45^\circ\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10\angle 0^\circ}{2\sqrt{2}\angle -45^\circ} = 2.5\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{A}$$

$$\lambda = \cos \varphi_z = \cos(-45^\circ) = 0.707$$

$$P = UI \cos \varphi_z = 10 \times 2.5\sqrt{2} \times 0.707 = 25\text{W}$$



$$Q = UI \sin \varphi_z$$
$$= -25\text{Var}$$

$$S = UI$$
$$= 25\sqrt{2}\text{VA}$$





3.5.2 功率因数的提高

1、提高功率因数的意义：

(1)提高发、配电设备的利用率；

(2)减少输电线路的电压降和功率损失。

2、提高功率因数的方法：

在感性负载上并联适当的电容。





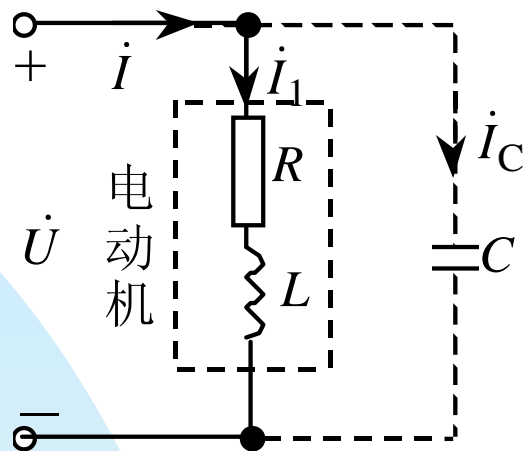
例：一台功率为1.1kW的感应电动机，220 V、50 Hz的电路中，电动机需要的电流为10 A，求：(1)电动机的功率因数；(2)若在电动机两端并联一个79.5 μ F的电容器，电路的功率因数为多少？

解：(1)
$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1.1 \times 1000}{220 \times 10} = 0.5$$

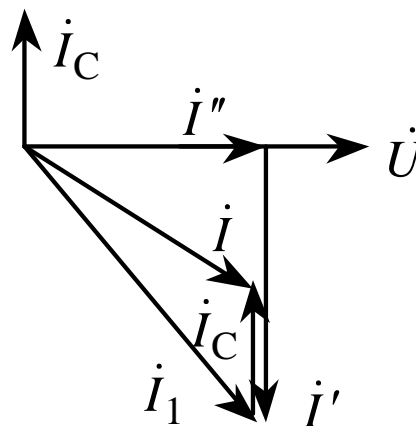
(2)在未并联电容前，电路中的电流为 \dot{I}_1 。并联电容后，电动机中的电流不变，仍为 \dot{I}_1 ，这时电路中的电流为：

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_C$$





(a) 电路



(b) 相量图

由相量图得:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \omega C U = 314 \times 79.5 \times 10^{-6} = 5.5 \text{ A}$$

$$I' = I \sin 60^\circ = 10 \sin 60^\circ = 8.66 \text{ A}$$

$$I'' = I \cos 60^\circ = 10 \cos 60^\circ = 5 \text{ A}$$

$$\varphi' = \arctg \frac{I' - I_C}{I''} = \arctg \frac{8.66 - 5.5}{5} = 32.3^\circ$$

$$\cos \varphi' = \cos 32.3^\circ = 0.844$$

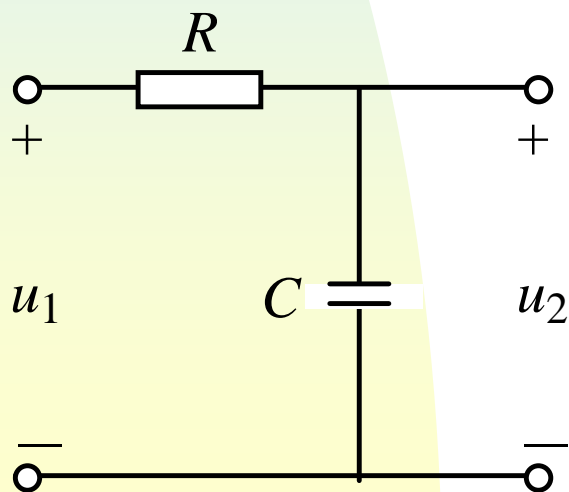
3.6 交流电路的频率特



交流电路中，感抗和容抗都与频率有关，当电源电压（激励）的频率改变时，即使电压的幅值不变，电路中各部分电流和电压（响应）的大小和相位也会随着改变。响应与频率的关系称为电路的频率特性或频率响应。

3.6.1 RC电路的频率特性

1、RC低通滤波电路



$$\begin{aligned} T(j\omega) &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \angle -\arctan(\omega RC) \\ &= T(\omega) \angle \varphi(\omega) \end{aligned}$$



幅频特性:

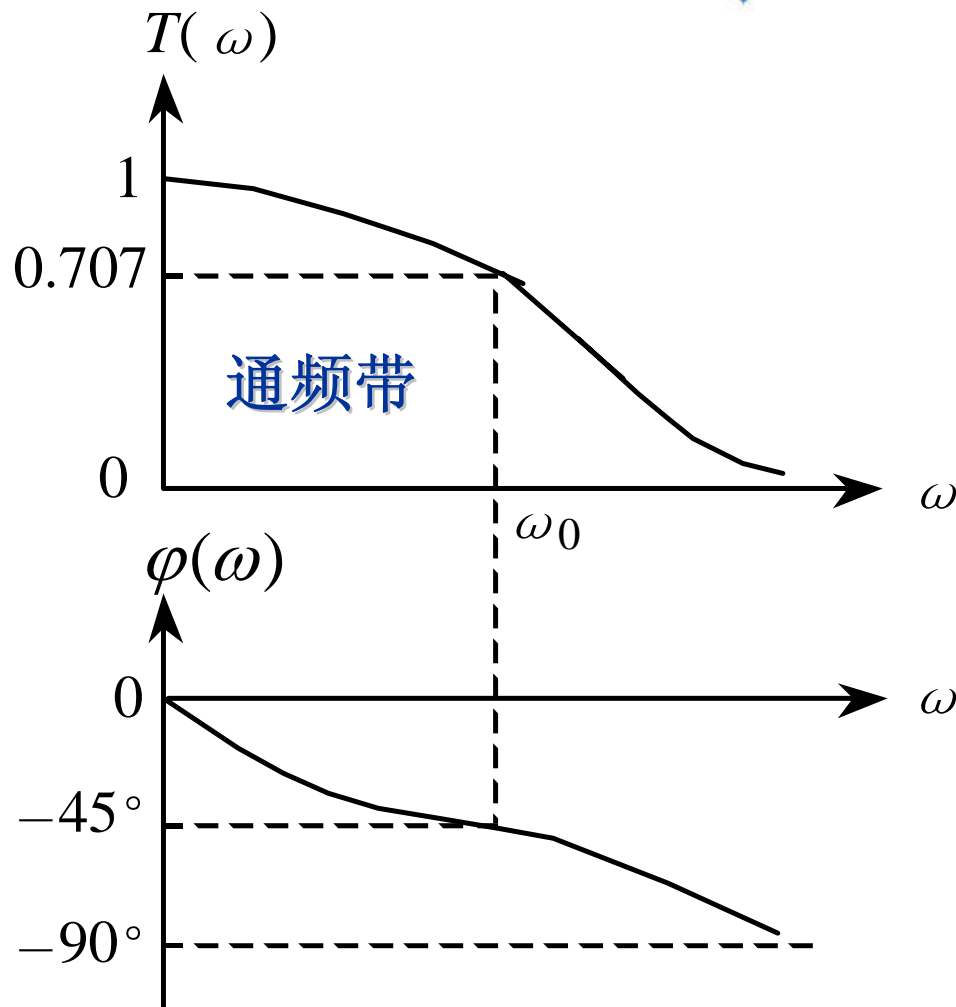
$$T(\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

相频特性:

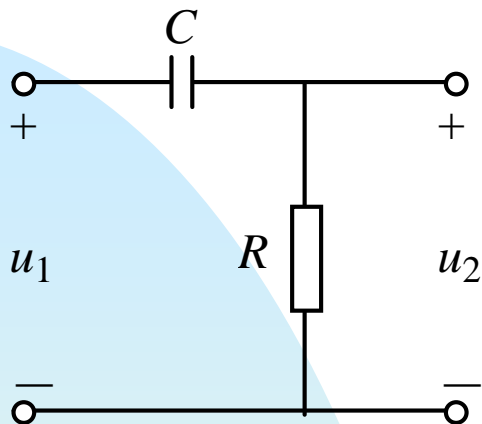
$$\varphi(\omega) = \theta_2 - \theta_1 = -\arctan(\omega RC)$$

截止角频率:

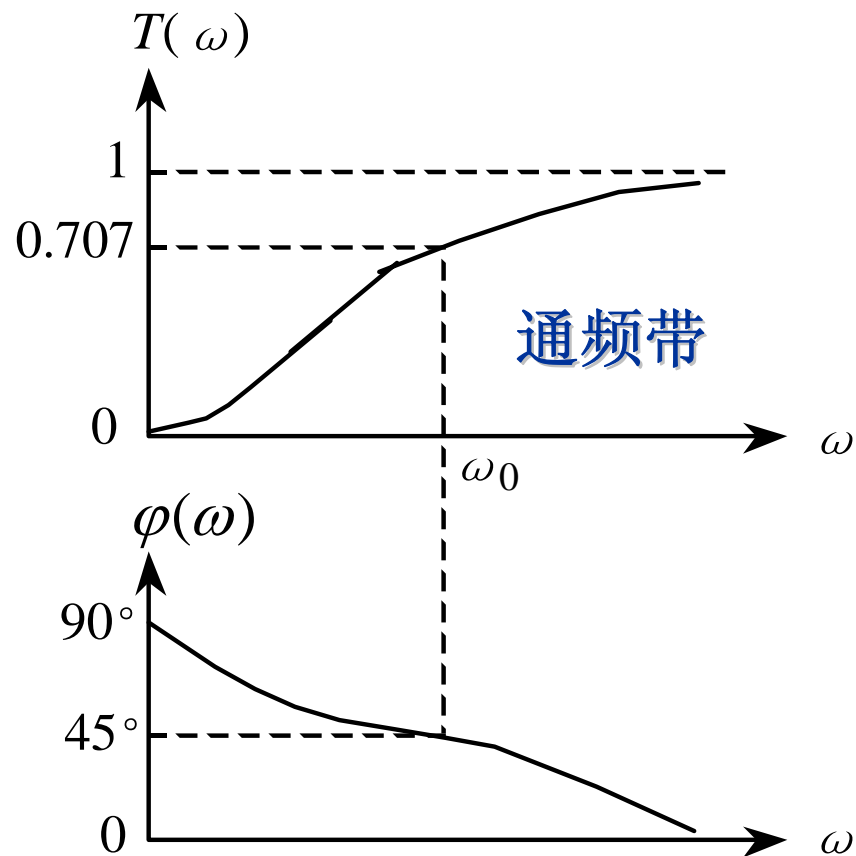
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$



2、RC高通滤波电路



$$\begin{aligned}
 T(j\omega) &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{\omega RC}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \angle \arctan \frac{1}{\omega RC} \\
 &= T(\omega) \angle \varphi(\omega)
 \end{aligned}$$



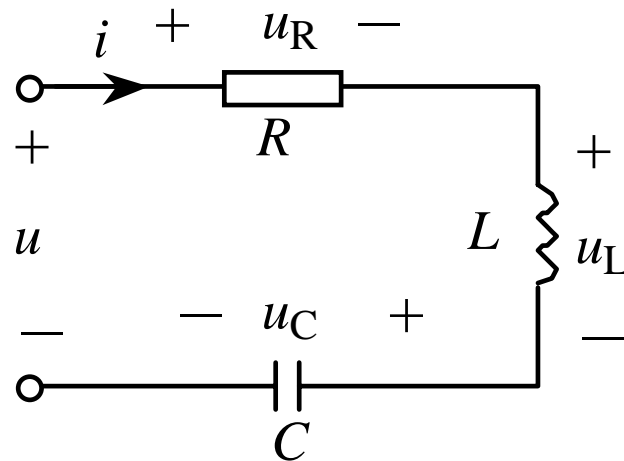
3.6.2 谐振电路

由电阻、电感、电容组成的电路，在正弦电源作用下，当电压与电流同相时，电路呈电阻性，此时电路的工作状态称为谐振。

1、串联谐振

$$\begin{aligned} Z &= R + j(X_L - X_C) \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{aligned}$$

当 $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ 时， $\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = 0$



电压与电流同相，电路呈电阻性，电路谐振。

谐振角频率： $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振频率： f_0

$$2\pi\sqrt{LC}$$

特性阻抗： $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

品质因数： $Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

电路串联谐振时的主要特征：

(1) 阻抗 $Z=R$ ，外加电压 U 一定时，电流具有最大值 $I_0=U/R$ ， I_0 称为串联谐振电流。

(2) 电压与电流同相，电路呈现纯电阻性质。

(3) 因为 $X_L=X_C \gg R$ ，故 $U_L=U_C \gg U_R=U$ ，即电感和电容上的电压远远高于电路的端电压。

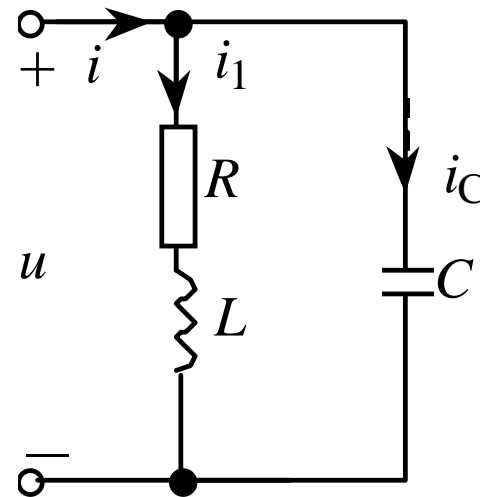
2、并联谐振

$$Z_1 = R + j\omega L, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z = \frac{Z_1 Z_C}{Z_1 + Z_C} = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\because \omega L \gg R,$$

$$\therefore Z \approx \frac{\frac{L}{C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{\frac{RC}{L} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})}$$



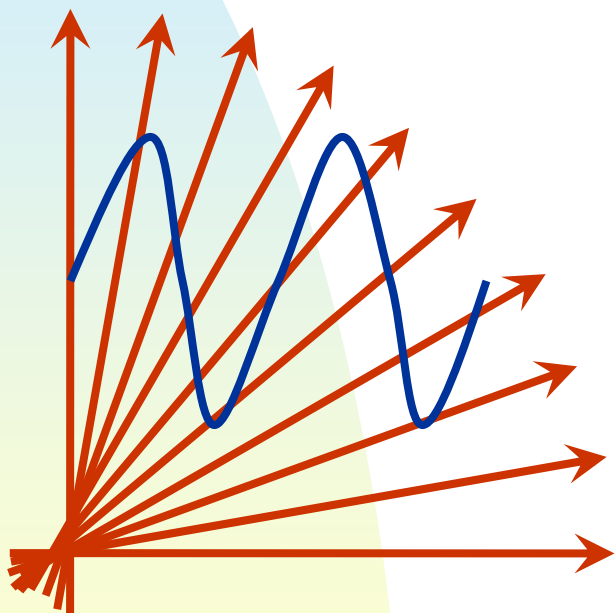
谐振时，阻抗的虚部为零，故有： $\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$

谐振角频率为： $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振频率为： $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

在 $\omega L \gg R$ 的情况下，并联谐振电路与串联谐振电路的谐振频率相同。并联谐振时， $\varphi = 0$ ，电压与电流同相，阻抗为 $Z = \frac{L}{RC}$ ，阻抗的模最大，在外加电压一定时，电路的总电流最小。

电工技术基础



主编

制作

2004年7月



第4章 三相正弦电路分析

学习要点

- 三相电源及三相负载的正确联接
- 对称三相交流电路电压、电流和功率计算
- 三相四线制电路中中线的作用
- 安全用电的常识和重要性
- 接零、接地保护的作用和使用条件
- 静电保护和电气防火、防爆的常识



第4章 三相正弦电路分析

- 4.1 三相正弦交流电源
- 4.2 三相电路中负载的联接
- 4.3 安全用电



4.1 三相正弦交流电

由3个频率相同、振幅相同、相位互差120°的正弦电压源所构成的电源称为三相电源。由三相电源供电的电路称为三相电路。

4.1.1 三相交流电的产生

三相电源由三相交流发电机产生的。在三相交流发电机中有3个相同的绕组。3个绕组的首端分别用A、B、C表示，末端分别用X、Y、Z表示。这3个绕组分别称为A相、B相、C相，所产生的三相电压分别为：

$$u_A = \sqrt{2}U_p \sin \omega t$$

$$u_B = \sqrt{2}U_p \sin(\omega t - 120^\circ)$$

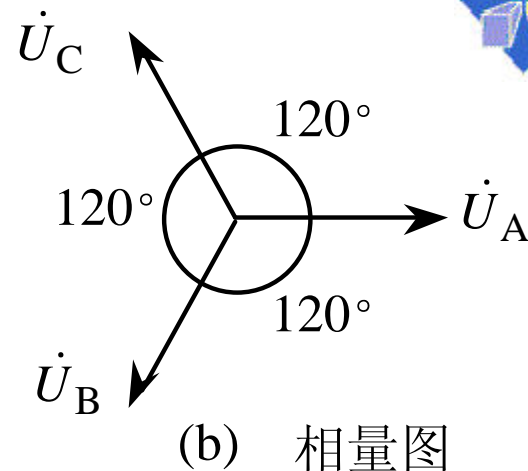
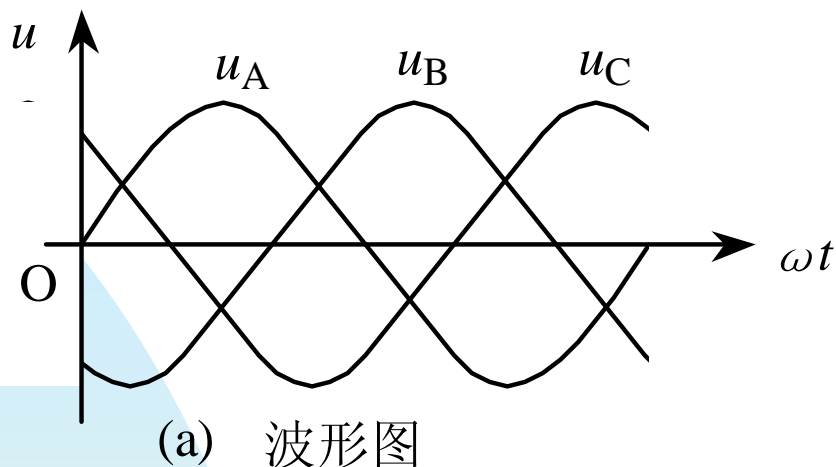
$$u_C = \sqrt{2}U_p \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$\dot{U}_A = U_p \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U_p \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U_p \angle 120^\circ$$





对称三相电源：三个电压★ 同幅值★ 同频率★ 相位互差120°

任一瞬间对称三相电源3个电压瞬时值之和或相量之和为零。

$$u_A + u_B + u_C = 0$$

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

三个电压达最大值的先后次序叫相序，图示相序为A→B→C。



4.1.2 三相电源的联接

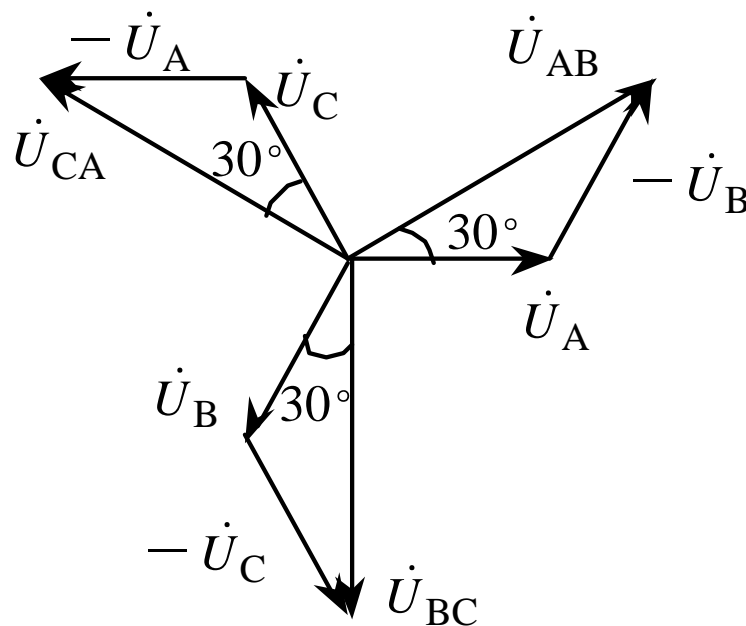
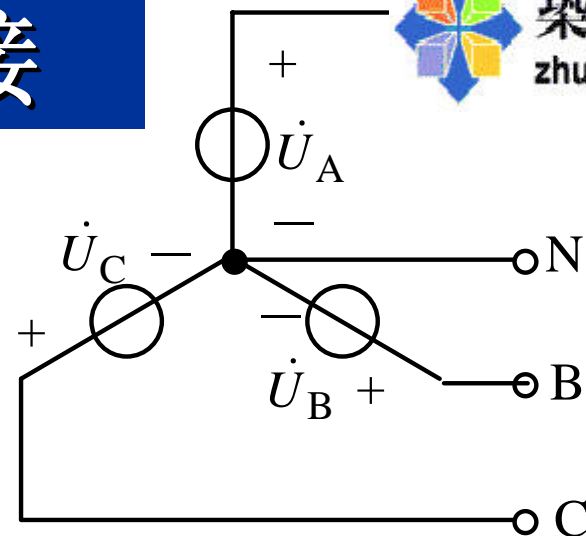
星形连接：3个末端连接在一起引出中线，由3个首端引出3条火线。

每个电源的电压称为相电压
火线间电压称为线电压。

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$$



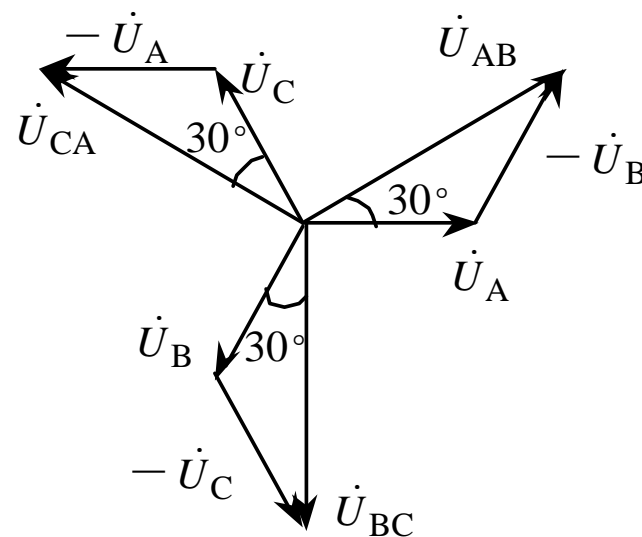
由相量图可得：

$$U_l = \sqrt{3}U_p$$

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A \angle 30^\circ = \sqrt{3}U_p \angle 30^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B \angle 30^\circ = \sqrt{3}U_p \angle -90^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C \angle 30^\circ = \sqrt{3}U_p \angle 150^\circ \text{V}$$



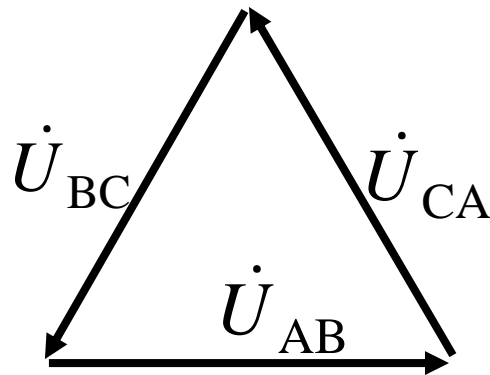
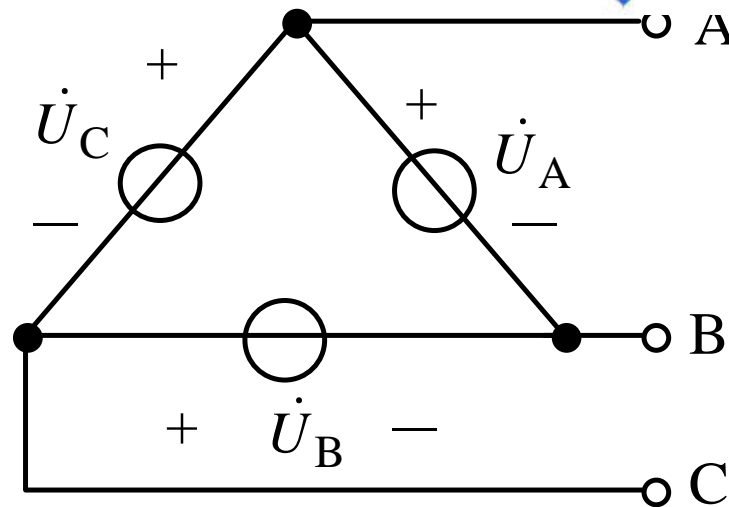
可见，三个线电压幅值相同，频率相同，相位相差 120° 。



三角形连接：将三相绕组的首、末端依次相连，从3个点引出3条火线。

$$U_l = U_p$$

注：此种接法如一相接反，将造成严重后果。





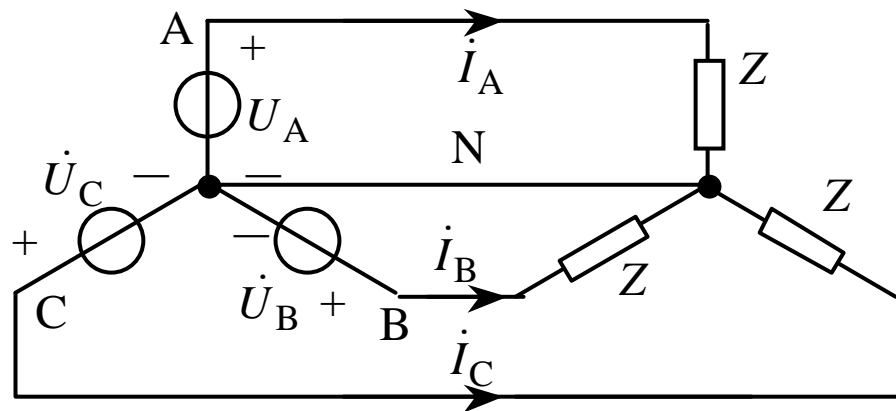
4.2 三相电路中负载的联接

4.2.1 负载星形联接

相电流：负载中的电流。

线电流：火线中的电流。

$$I_l = I_p$$



在三相电路中，每相负载中的电流应该一相一相地计算。在忽略导线阻抗的情况下，各相负载承受的电压就是电源对称的相电压，因此各相电流为：

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_a}, \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_b}, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_c}$$





如果三相负载是对称的，即 $Z_a = Z_b = Z_c = Z = |Z|$

则：

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{U_p \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle -\varphi_z$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = \frac{U_p \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle (-120^\circ - \varphi_z)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z} = \frac{U_p \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle (120^\circ - \varphi_z)$$

中线中没有电流，即 $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$

三相功率： $P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \varphi_z = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi_z$

$$Q = \sqrt{3}U_l I_l \sin \varphi_z$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}U_l I_l$$



4.2.2 负载三角形联接

相
电
流

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{U_p \angle 0^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle -\varphi_z$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{U_p \angle -120^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle (-120^\circ - \varphi_z)$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{U_p \angle 120^\circ}{|Z| \angle \varphi_z} = \frac{U_p}{|Z|} \angle (120^\circ - \varphi_z)$$

线
电
流

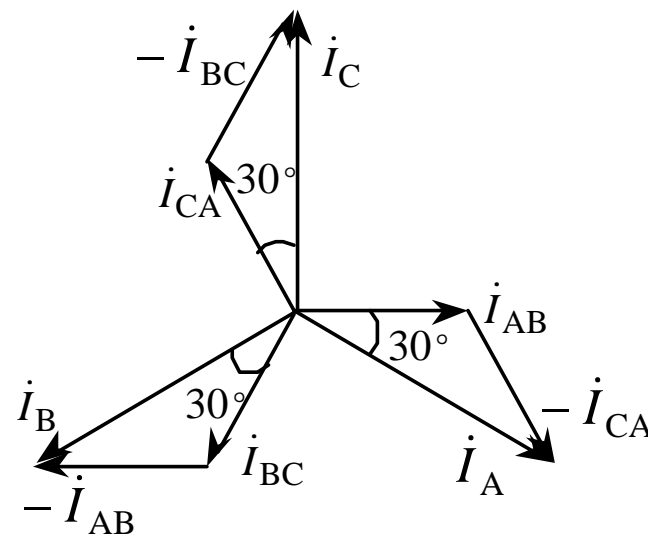
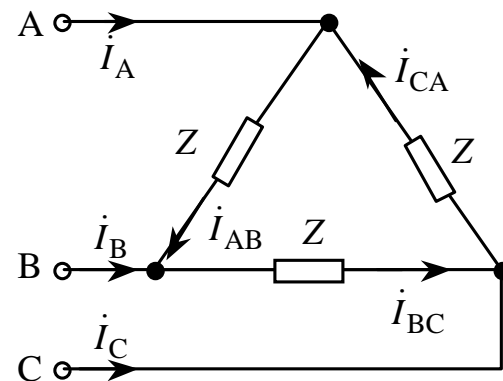
$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = \sqrt{3} I_{AB} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = \sqrt{3} I_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = \sqrt{3} I_{CA} \angle -30^\circ$$

$$I_l = \sqrt{3} I_p$$

$$P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \varphi_z = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_z$$





例：对称三相三线制的线电压 $U_l = 100\sqrt{3}$ V，
每相负载阻抗为 $Z = 10\angle 60^\circ \Omega$ ，求负载为星形及三角形两种情况下的电流和三相功率。

解：（1）负载星形连接时，相电压的有效值为：

$$U_p = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = 100 \text{ V}$$

设 $\dot{U}_A = 100\angle 0^\circ \text{ V}$ 。线电流等于相电流，为：

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = \frac{100\angle -120^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\angle -180^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z} = \frac{100\angle 120^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\angle 60^\circ \text{ A}$$

三相总功率为：

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi_z = \sqrt{3} \times 100\sqrt{3} \times 10 \times \cos 60^\circ = 1500 \text{ W}$$



(2) 当负载为三角形连接时, 相电压等于线电压,
设 $\dot{U}_{AB} = 100\sqrt{3}\angle 0^\circ \text{ V}$ 。相电流为:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{100\sqrt{3}\angle 0^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\sqrt{3}\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{100\sqrt{3}\angle -120^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\sqrt{3}\angle -180^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{100\sqrt{3}\angle 120^\circ}{10\angle 60^\circ} = 10\sqrt{3}\angle 60^\circ \text{ A}$$

线电流为:

$$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ = 30\angle -90^\circ$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3}\dot{I}_{BC}\angle -30^\circ = 30\angle -210^\circ = 30\angle 150^\circ$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3}\dot{I}_{CA}\angle -30^\circ = 30\angle 30^\circ$$

三相总功率为:

$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi_z = \sqrt{3} \times 100\sqrt{3} \times 30 \times \cos 60^\circ = 4500 \text{ W}$$

由此可知, 负载由星形连接改为三角形连接后, 相电流增加到原来的 $\sqrt{3}$ 倍, 线电流增加到原来的3倍, 功率增加也到原来的3倍。



4.3 安全用电

4.3.1 触电方式及其防护

安全电压：36V和12V两种。一般情况下可采用36V的安全电压，在非常潮湿的场所或容易大面积触电的场所，如坑道内、锅炉内作业，应采用12V的安全电压。

1、直接接触电及其防护

直接接触电又可分为单相触电和两相触电。两相触电非常危险，单相触电在电源中性点接地的情况下也是很危险的。其防护方法主要是对带电导体加绝缘、变电所的带电设备加隔离栅栏或防护罩等设施。

2、间接触电及其防护

间接触电主要有跨步电压触电和接触电压触电。虽然危险程度不如直接接触电的情况，但也应尽量避免。防护的方法是将设备正常时不带电的外露可导电部分接地，并装设接地保护等。



4.3.2 接地与接零

电气设备的保护接地和保护接零是为了防止人体接触绝缘损坏的电气设备所引起的触电事故而采取的有效措施。

1. 保护接地

电气设备的金属外壳或构架与土壤之间作良好的电气连接称为接地。可分为工作接地和保护接地两种。

工作接地是为了保证电器设备在正常及事故情况下可靠工作而进行的接地，如三相四线制电源中性点的接地。

保护接地是为了防止电器设备正常运行时，不带电的金属外壳或框架因漏电使人体接触时发生触电事故而进行的接地。适用于中性点不接地的低压电网。

2. 保护接零

在中性点接地的电网中，由于单相对地电流较大，保护接地就不能完全避免人体触电的危险，而要采用保护接零。将电气设备的金属外壳或构架与电网的零线相连接的保护方式叫保护接零。



4.3.3 静电防护与电气防火防



1. 静电的危害及其防护

静电防护措施：

- （1）利用控制工艺过程和控制工艺过程中所用材料的选择，使之不产生静电或少产生静电；
- （2）采取接地、增湿、加入抗静电添加剂等措施，加速静电的泄漏；
- （3）利用感应中和器、高压中和器、放射线中和器等装置，加速静电的中和；
- （4）改善生产环境，利用封闭的方法限制危害的产生，减小易燃易爆物散发的浓度。



2. 电气防火防爆

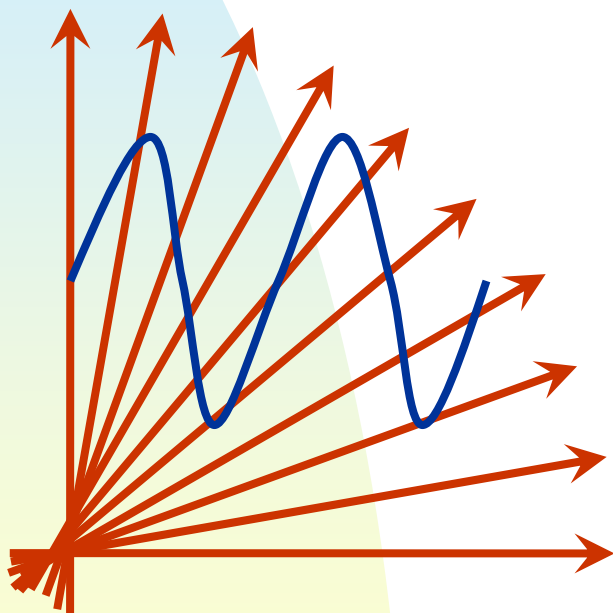
电气防火防爆措施：

严格遵守电气设备的铭牌值、操作规程、勤于观察和检测设备的运行情况、温升情况，以及设备的定期维修等，都可防止事故的发生。

在易发生火灾危险的场所，应按国家有关技术规范选用封闭型、防尘型、防滴型或防爆型等电器设备。另外，可安装预防报警装置等监测设备，防止灾害的发生。

一旦发生火灾，要积极组织扑救。根据不同的情况，采用相应的灭火方法。电气设备在切断电源后的灭火方法与扑救一般的火灾相同。在无法切断电源或者不能确定是否已切断电源的情况下，应采用带电灭火的方法，应用不导电的灭火剂带电灭火。

电工技术基础



主编

制作

2004年7月

第5章 一阶动态电路分析



学习要点

- 一阶电路的三要素分析法
- 暂态和稳态以及时间常数的意义
- 一阶电路的经典分析法
- 零输入响应、零状态响应和全响应





第5章 一阶动态电路分析

- 5.1 换路定理
- 5.2 一阶动态电路分析方法
- 5.3 零输入响应和零状态响应
- 5.4 微分电路和积分电路



5.1 换路定理



5.1.1 电路产生过渡过程的原因

含有动态元件电容 C 和电感 L 的电路称为动态电路。动态电路的伏安关系是用微分或积分方程表示的。通常用微分形式。

一阶电路：用一阶微分方程来描述的电路。一阶电路中只含有一个动态元件。本章着重于无源和直流一阶电路。

过渡过程：电路从一个稳定状态过渡到另一个稳定状态，电压、电流等物理量经历一个随时间变化的过程。

产生过渡过程的条件：电路结构或参数的突然改变。

产生过渡过程的原因：能量不能跃变，电感及电容能量的存储和释放需要时间，从而引起过渡过程。



5.1.2 换路定理

换路：电路工作条件发生变化，如电源的接通或切断，电路连接方法或参数值的突然变化等称为换路。

换路定理：电容上的电压 u_C 及电感中的电流 i_L 在换路前后瞬间的值是相等的，即：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

必须注意：只有 u_C 、 i_L 受换路定理的约束而保持不变，电路中其他电压、电流都可能发生跃变。



例：图示电路原处于稳态， $t=0$ 时开关S闭合， $U_S=10V$ ， $R_1=10\Omega$ ， $R_2=5\Omega$ ，求初始值 $u_C(0_+)$ 、 $i_1(0_+)$ 、 $i_2(0_+)$ 、 $i_C(0_+)$ 。由于在直流稳态电路中，电容C相当于开路，因此 $t=0^-$ 时电容两端电压分别为：

$$u_C(0_-) = U_S = 10V$$

在开关S闭合后瞬间，根据换路定理有：

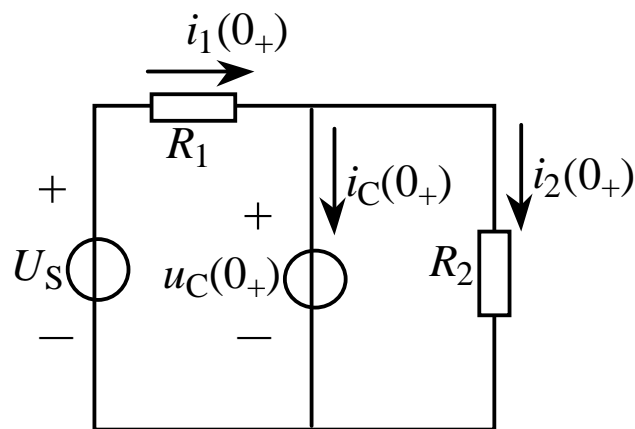
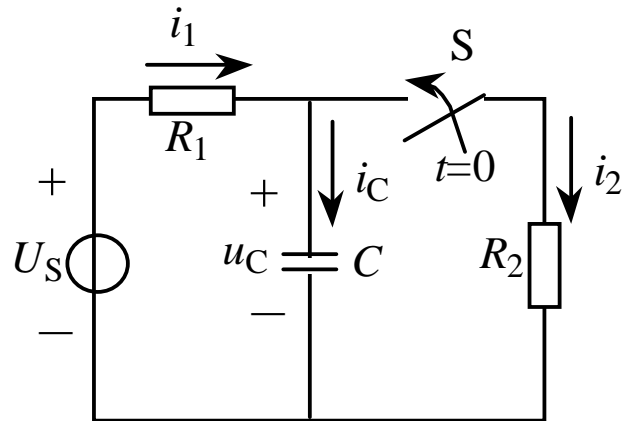
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10V$$

由此可画出开关S闭合后瞬间即时的等效电路，如图所示。由图得：

$$i_1(0_+) = \frac{U_S - u_C(0_+)}{R_1} = \frac{10 - 10}{10} = 0A$$

$$i_2(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_2} = \frac{10}{5} = 2A$$

$$i_C(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = 0 - 2 = -2A$$





例：图示电路原处于稳态， $t=0$ 时开关S闭合，求初始 $u_C(0_+)$ 、 $i_C(0_+)$ 和 $u(0_+)$ 。

解：由于在直流稳态电路中，电感 L 相当于短路、电容 C 相当于开路，因此 $t=0_-$ 时电感支路电流和电容两端电压分别为：

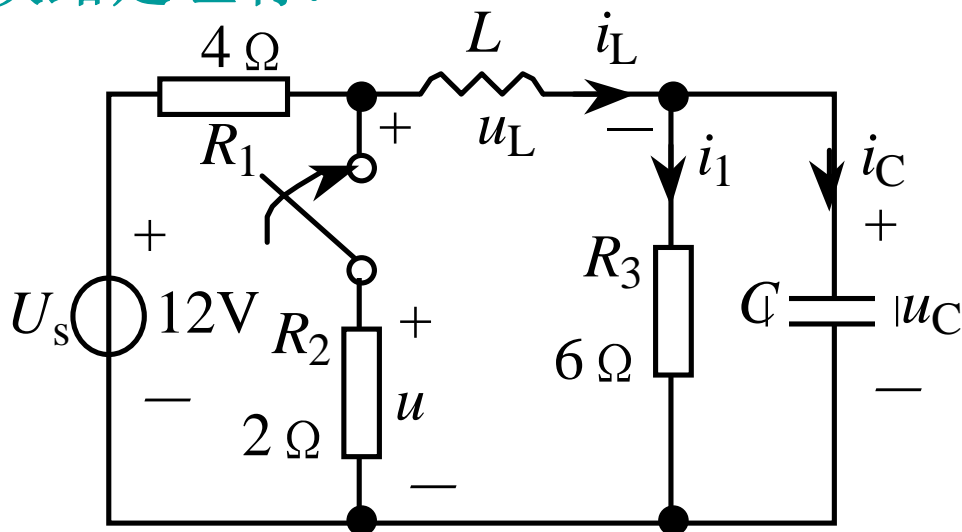
$$i_L(0_-) = \frac{U_s}{R_1 + R_3} = \frac{12}{4 + 6} = 1.2\text{A}$$

$$u_C(0_-) = i_1(0_-)R_3 = i_L(0_-)R_3 = 1.2 \times 6 = 7.2\text{V}$$

在开关S闭合后瞬间，根据换路定理有：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1.2\text{A}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 7.2\text{V}$$





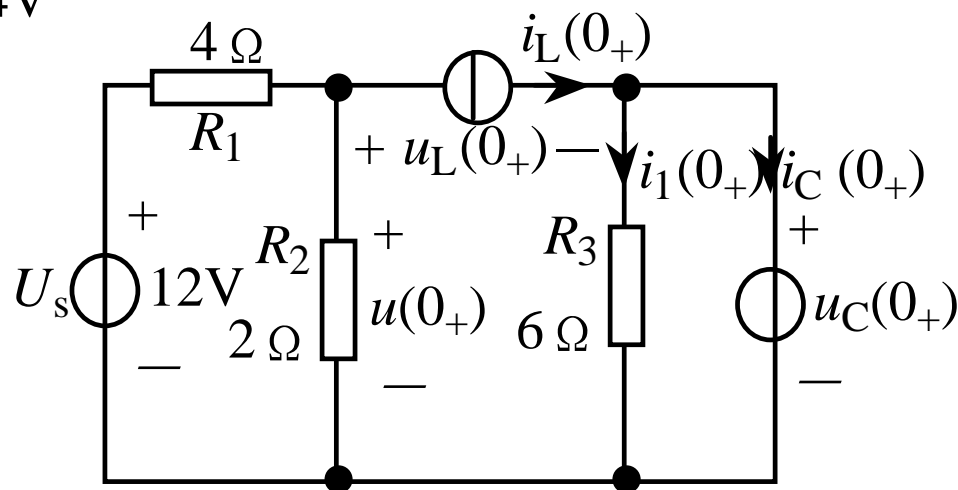
由此可画出开关S闭合后瞬间即时的等效电路，如图
由图得：

$$i_1(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{R_3} = \frac{7.2}{6} = 1.2\text{A}$$

$$i_C(0_+) = i_L(0_+) - i_1(0_+) = 1.2 - 1.2 = 0\text{A}$$

$u(0_+)$ 可用节点电压法由 $t=0_+$ 时的电路求出，为：

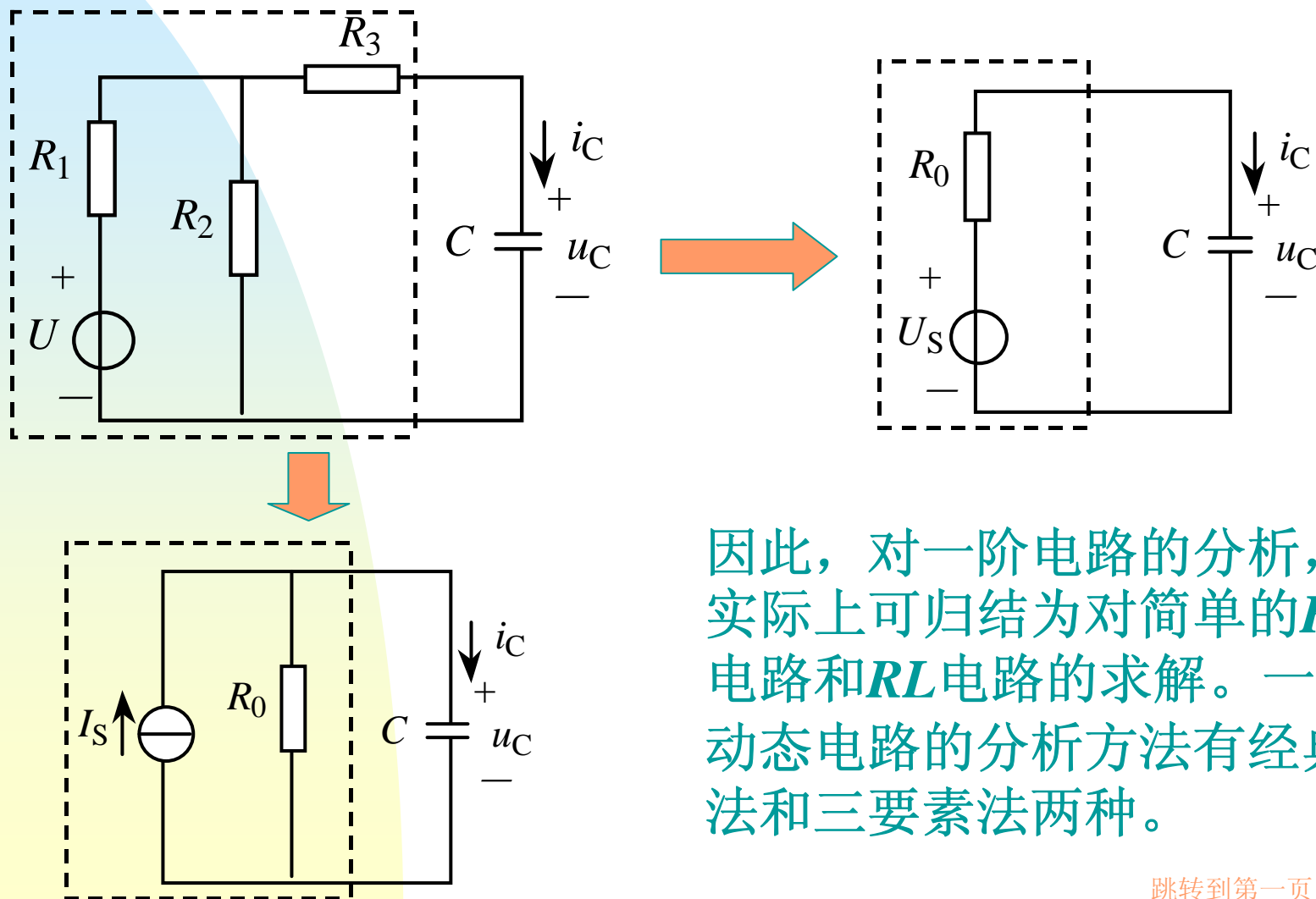
$$u(0_+) = \frac{\frac{U_s}{R_1} - i_L(0_+)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{12}{4} - 1.2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = 2.4\text{V}$$



5.2 一阶动态电路的分析方



任何一个复杂的一阶电路，总可以用戴维南定理或诺顿定理将其等效为一个简单的 RC 电路或 RL 电路。



因此，对一阶电路的分析，实际上可归结为对简单的 RC 电路和 RL 电路的求解。一阶动态电路的分析方法有经典法和三要素法两种。



5.2.1 经典分析法

1. RC电路分析

图示电路， $t=0$ 时开关S闭合。根据KVL，得回路电压方程为：

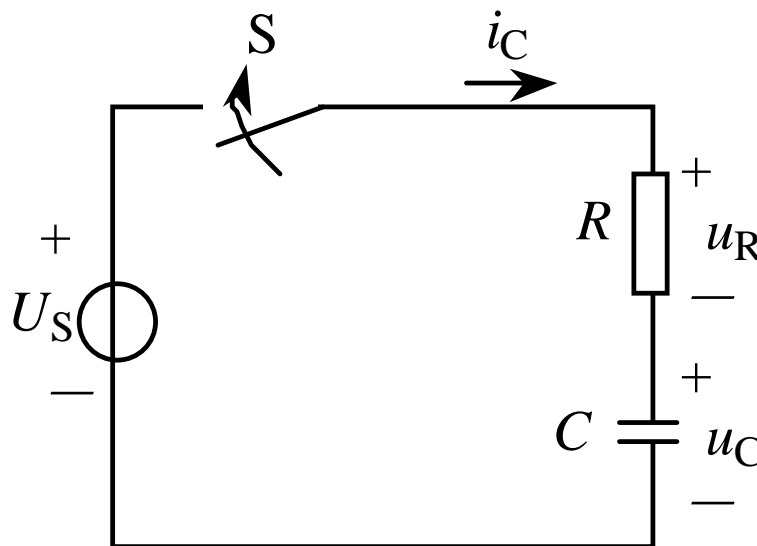
$$u_R + u_C = U_S$$

而： $i_C = C \frac{du_C}{dt}$

$$u_R = Ri_C = RC \frac{du_C}{dt}$$

从而得微分方程：

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s$$





解微分方程，得：

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}$$

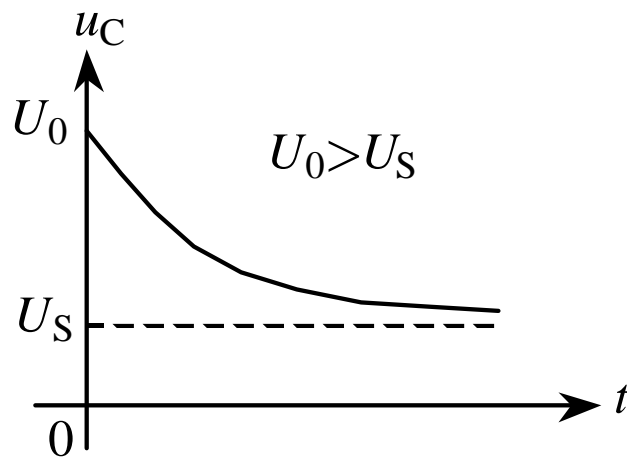
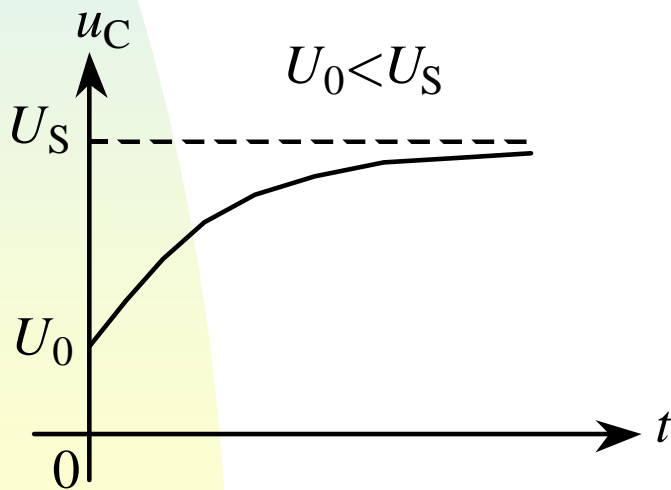
其中 $u_C' = U_S$ 为 $t \rightarrow \infty$ 时 u_C 的值，称为稳态分量。

$$u_C'' = (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} = (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}}$$

只存在于暂态过程中， $t \rightarrow \infty$ 时 $u_C'' \rightarrow 0$ ，称为暂态分量。

RC 称为时间常数，决定过渡过程的快慢。

波形图：
:



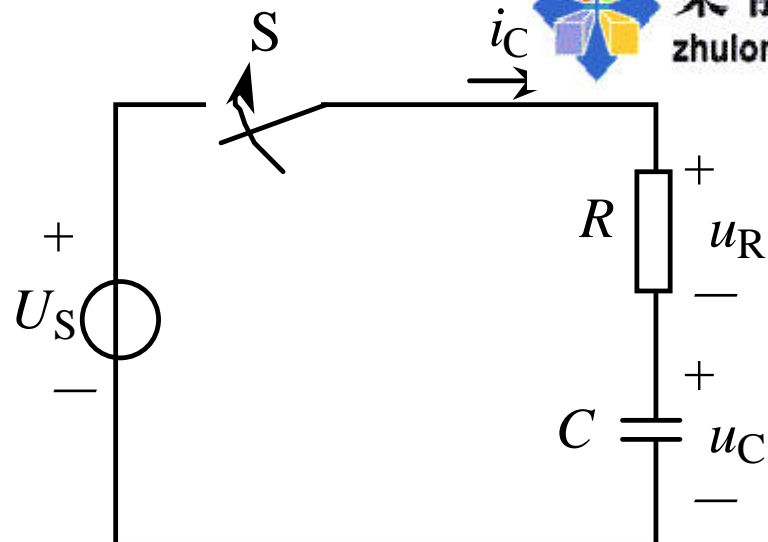


电路中的电流为:

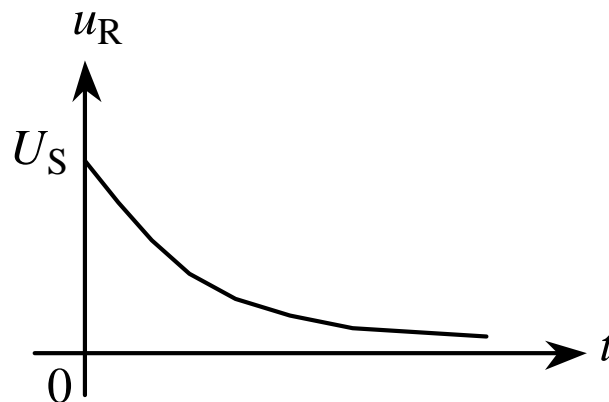
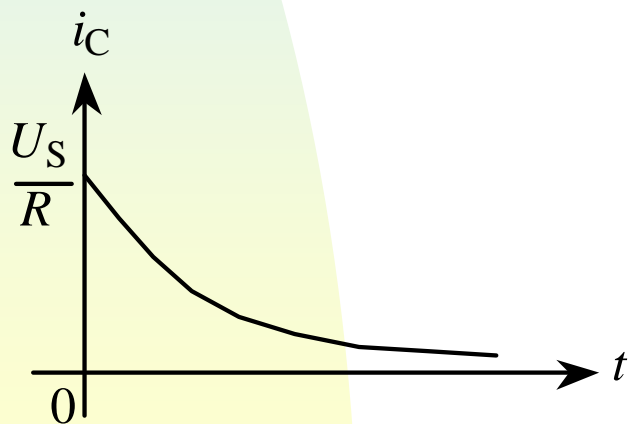
$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

电阻上的电压为:

$$u_R = Ri_C = U_S e^{-\frac{t}{\tau}} = U_S e^{-\frac{t}{RC}}$$



i_C 与 u_R 的波形



2. RL电路分析

图示电路， $t=0$ 时开关S闭合。根据KVL，得回路电压方程为：

$$u_R + u_L = U_S$$

因为： $u_L = L \frac{di_L}{dt}$

$$u_R = Ri_L$$

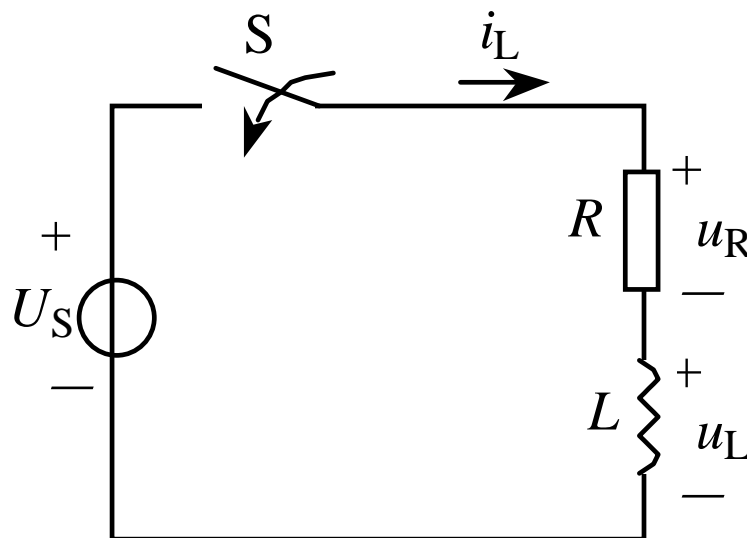
从而得微分方

程： $\frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{U_S}{R}$

解之得： $i_L = \underbrace{\frac{U_S}{R}}_{\text{稳态分量}} + \underbrace{\left(I_0 - \frac{U_S}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{暂态分量}}$

稳态分量

暂态分量



式中 $\tau = L/R$ 为时间常数

经典法求解一阶电路的步骤：

- (1) 利用基尔霍夫定律和元件的伏安关系，根据换路后的电路列出微分方程；
- (2) 求微分方程的特解，即稳态分量；
- (3) 求微分方程的补函数，即暂态分量；
- (4) 将稳态分量与暂态分量相加，即得微分方程的全解；
- (5) 按照换路定理求出暂态过程的初始值，从而定出积分常数。



例：图(a)所示电路原处于稳态， $t=0$ 时开关S闭合，求闭合后的电容电压 u_C 和通过 3Ω 电阻的电流 i 。

解：用戴微南定理将图(a)所示开关闭合后的电路等效为图(b)，图中：

$$U_S = \frac{6}{6+3} \times 12 = 8V$$

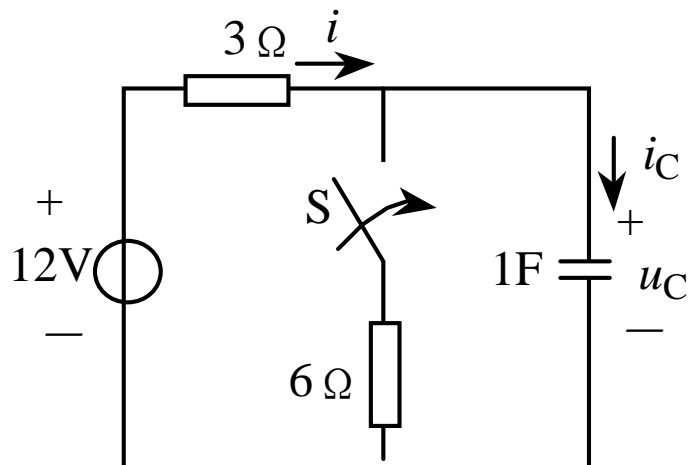
$$R = \frac{6 \times 3}{6+3} = 2\Omega$$

对图(b)列微分方程：

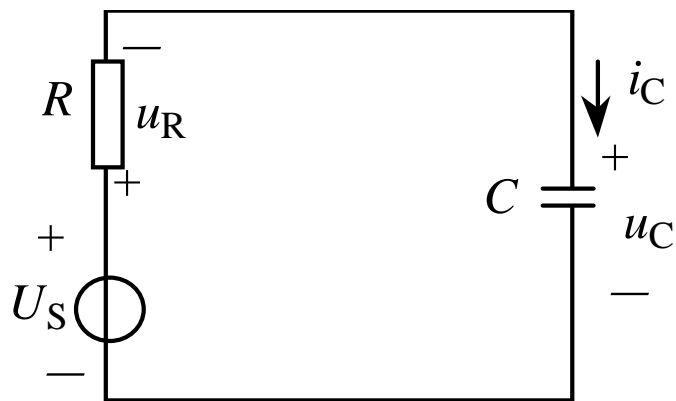
$$2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 8$$

解微分方程：

$$u_C = 8 + Ae^{-0.5t}$$



(a)



(b)





由图(a)求 u_C 的初始值为:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 12\text{V}$$

积分常数为:

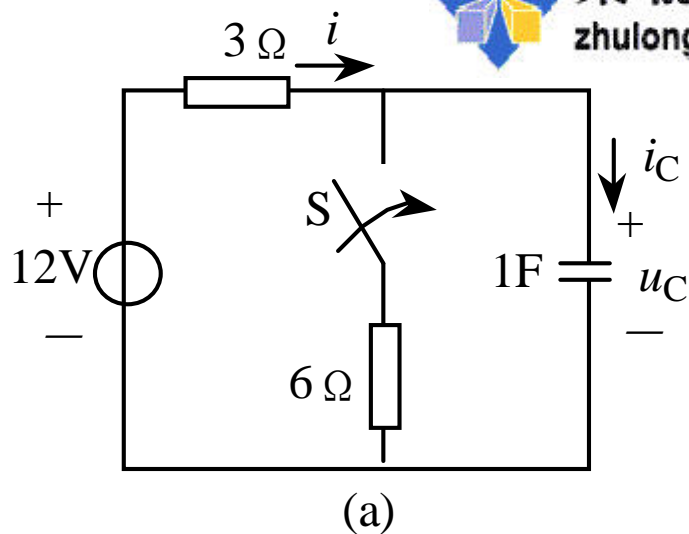
$$A = 12 - 8 = 4$$

所以, 电容电压为:

$$u_C = 8 + 4e^{-0.5t}\text{V}$$

通过 3Ω 电阻的电流为:

$$i = \frac{12 - u_C}{3} = \frac{12 - (8 + 4e^{-0.5t})}{3} = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}e^{-0.5t}\text{A}$$



5.2.2 三要素分析法

求解一阶电路任一支路电流或电压的三要素公式为：

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中， $f(0_+)$ 为待求电流或电压的初始值， $f(\infty)$ 为待求电流或电压的稳态值， τ 为电路的时间常数。

对于 RC 电路，时间常数为：

$$\tau = RC$$

对于 RL 电路，时间常数为：

$$\tau = \frac{L}{R}$$



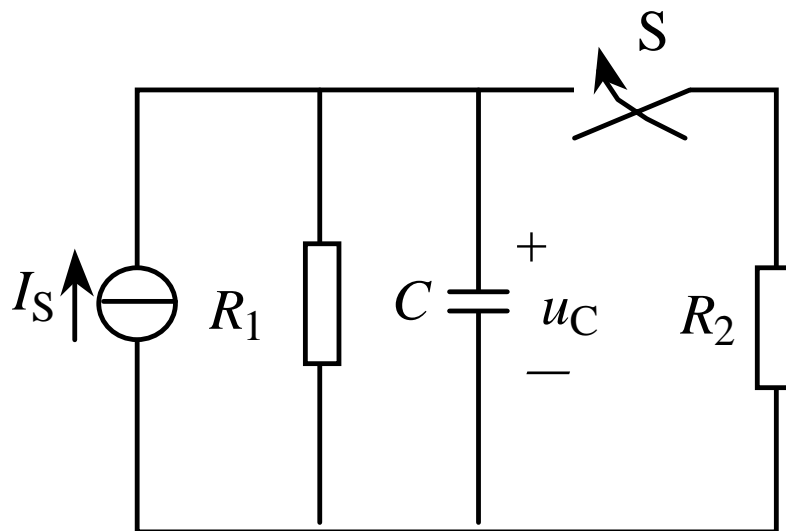
例：图示电路， $I_S=10\text{mA}$ ， $R_1=20\text{k}\Omega$ ， $R_2=5\text{k}\Omega$ ， C 。开关S闭合之前电路已处于稳态，在 $t=0$ 时开关S闭合。试用三要素法求开关闭合后的 u_C 。

解：（1）求初始值。因为开关S闭合之前电路已处于稳态，故在瞬间电容C可看作开路，因此：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = I_S R_1 = 10 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3 = 200\text{V}$$

（2）求稳态值。当 $t=\infty$ 时，电容C同样可看作开路，因此：

$$\begin{aligned} u_C(\infty) &= I_S \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ &= 10 \times 10^{-3} \times \frac{20 \times 5 \times 10^3}{20 + 5} \\ &= 40\text{V} \end{aligned}$$





(3) 求时间常数 τ 。将电容支路断开，恒流源开路

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\text{k}\Omega$$

时间常数为：

$$\tau = RC = 4 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6} = 0.4\text{s}$$

(4) 求 u_C 。利用三要素公式，得：

$$u_C = 40 + (200 - 40)e^{-\frac{t}{0.4}} = 40 + 160e^{-2.5t}\text{V}$$





例：图示电路， $U_{S1}=9V$ ， $U_{S2}=6V$ ， $R_1=6\Omega$ ， $R_2=3\Omega$ 。开关S闭合之前电路已处于稳态，在 $t=0$ 时开关S闭合。试用三要素法求开关闭合后的 i_L 和 u_2 。

解：（1）求初始值。因为开关S闭合之前电路已处于稳态，故在瞬间电感 L 可看作短路，因此：

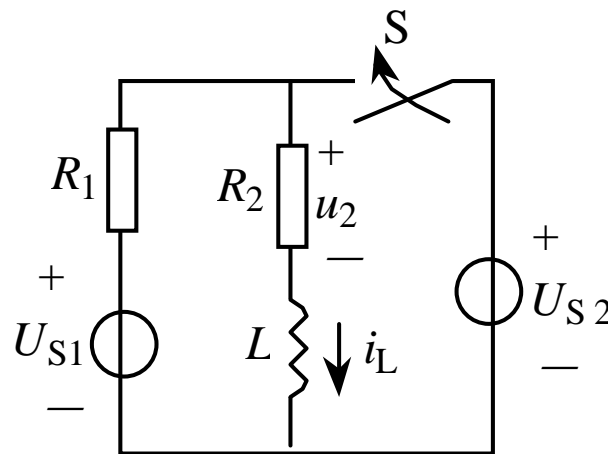
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2} = \frac{9}{6 + 3} = 1A$$

$$u_2(0_+) = R_2 i_L(0_+) = 3 \times 1 = 3V$$

（2）求稳态值。当 $t=\infty$ 时，电感 L 同样可看作短路，因此：

$$i_L(\infty) = \frac{U_{S2}}{R_2} = \frac{6}{3} = 2A$$

$$u_2(\infty) = R_2 i_L(\infty) = 3 \times 2 = 6V$$





(3) 求时间常数 τ 。将电感支路断开，恒压源短路

$$R = R_2 = 3\Omega$$

时间常数为：

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

(4) 求 i_L 和 u_2 。利用三要素公式，得：

$$i_L = 2 + (1 - 2)e^{-3t} = 2 - e^{-3t} \text{ A}$$

$$u_2 = 6 + (3 - 6)e^{-3t} = 6 - 3e^{-3t} \text{ V}$$



5.3 零输入响应和零状态响应



5.3.1 一阶电路响应的分解

根据电路的工作状态，全响应可分解为稳态分量和暂态分量，即：

$$\text{全响应} = \text{稳态分量} + \text{暂态分量}$$

根据激励与响应的因果关系，全响应可分解为零输入响应和零状态响应，即：

$$\text{全响应} = \text{零输入响应} + \text{零状态响应}$$

零输入响应是输入为零时，由初始状态产生的响应，仅与初始状态有关，而与激励无关。零状态响应是初始状态为零时，由激励产生的响应，仅与激励有关，而与初始状态无关。





将一阶 RC 电路中电容电压 u_C 随时间变化的规律改写:

$$u_C = \underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{U_S (1 - e^{-\frac{t}{RC}})}_{\text{零状态响应}}$$

零输入响应

零状态响应

将一阶 RL 电路中电感电流 i_L 随时间变化的规律改写为:

$$i_L = \underbrace{I_0 e^{-\frac{R}{L}t}}_{\text{零输入响应}} + \underbrace{\frac{U_S}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})}_{\text{零状态响应}}$$

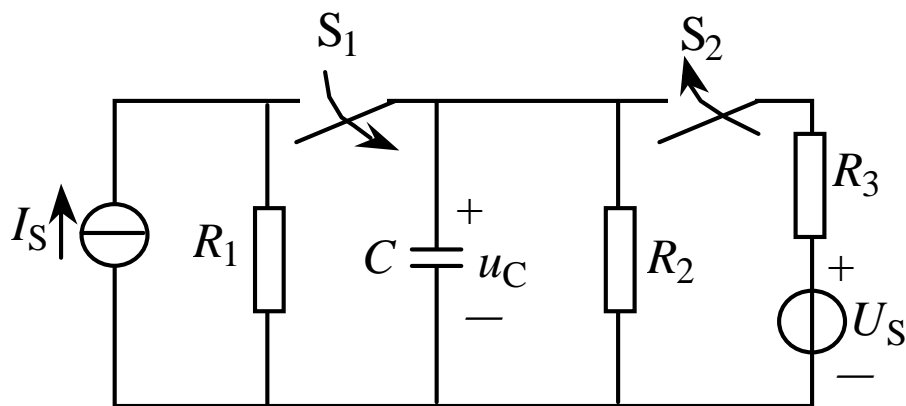
零输入响应

零状态响应





例：图示电路有两个开关 S_1 和 S_2 ， $t < 0$ 时 S_1 闭合， S_2 开路，电路处于稳态。 $t = 0$ 时 S_1 打开， S_2 闭合。已知 $I_S = 2.5\text{A}$ ， $U_S = 12\text{V}$ ， $R_1 = 2\Omega$ ， $R_2 = 3\Omega$ ， $R_3 = 6\Omega$ ， $C = 1\text{F}$ 。求换路后的电容电压 u_C ，并指出其稳态分量、暂态分量、零输入响应、零状态响应，画出波形图。



解：（1）全响应=稳态分量+暂态分量

稳态分量
$$u'_C = u_C(\infty) = \frac{R_2}{R_2 + R_3} U_S = \frac{3}{3 + 6} \times 12 = 4\text{V}$$

初始值
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = I_S \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2.5 \times \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 3\text{V}$$



时间常数

$$\tau = RC = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \times 1 = 2\text{s}$$

暂态分量

$$u_C'' = [u_C(0_+) - u_C(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = (3 - 4) e^{-\frac{t}{2}} = -e^{-0.5t} \text{V}$$

全响应

$$u_C = u_C' + u_C'' = 4 - e^{-0.5t} \text{V}$$

(2) 全响应=零输入响应+零状态响应

零输入响应

$$u_C' = u_C(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} = 3e^{-\frac{t}{2}} = 3e^{-0.5t} \text{V}$$

零状态响应

$$u_C'' = u_C(\infty) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 4 \left(1 - e^{-\frac{t}{2}} \right) = 4(1 - e^{-0.5t}) \text{V}$$

全响应

$$u_C = u_C' + u_C'' = 3e^{-0.5t} + 4(1 - e^{-0.5t}) = 4 - e^{-0.5t} \text{V}$$



5.3.2 一阶电路的零输入响应

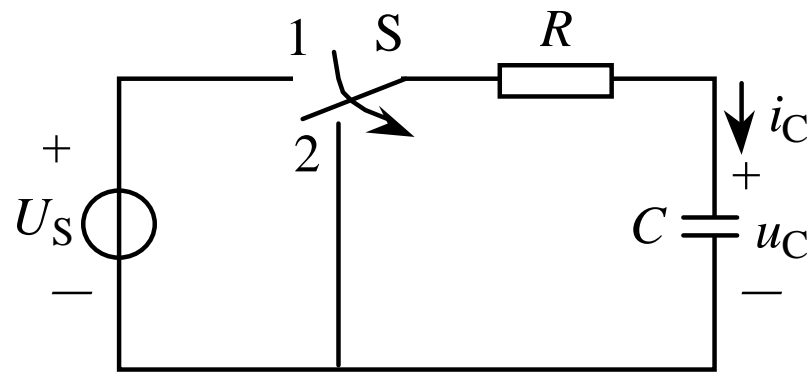
1. 一阶RC电路的零输入响应

图示电路，换路前开关S置于位置1，电容上已充有电压。 $t=0$ 时开关S从位置1拨到位置2，使RC电路脱离电源。根据换路定理，电容电压不能突变。于是，电容电压由初始值开始，通过电阻R放电，在电路中产生放电电流 i_C 。随着时间增长，电容电压 u_C 和放电电流 i_C 将逐渐减小，最后趋近于零。这样，电容存储的能量全部被电阻所消耗。可见电路换路后的响应仅由电容的初始状态所引起，故为零输入响应。

由初始值 $u_C(0_+) = U_0$ ，稳态值 $u_C(\infty) = 0$ ，时间常数

$\tau = RC$ ，运用三要素法得电容电压：

$$u_C = u_C(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

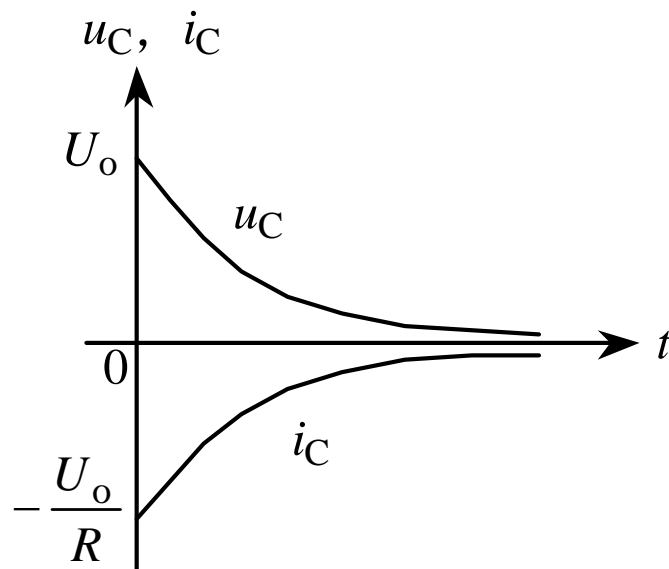




放电电流

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = i_C(0_+) e^{-\frac{t}{RC}}$$

放电过程的快慢是由时间常数 τ 决定。 τ 越大，在电容电压的初始值 U_0 一定的情况下， C 越大，电容存储的电荷越多，放电所需的时间越长；而 R 越大，则放电电流就越小，放电所需的时间也就越长。相反， τ 越小，电容放电越快，放电过程所需的时间就越短。



从理论上讲，需要经历无限长的时间，电容电压 u_C 才衰减到零，电路到达稳态。但实际上， u_C 开始时衰减得较快，随着时间的增加，衰减得越来越慢。经过 $t=(3\sim5)\tau$ 的时间， u_C 已经衰减到可以忽略不计的程度。这时，可以认为暂态过程已经基本结束，电路到达稳定状态。

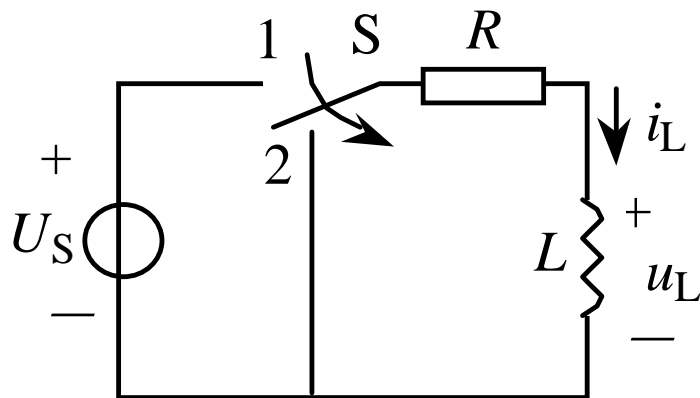


2. 一阶 RL 电路的零输入响应

图示电路，换路前开关 S 置于位置1，电路已处于稳态，电感中已有电流。在 $t=0$ 时，开关 S 从位置1拨到位置2，使 RL 电路脱离电源。根据换路定理，电感电流不能突变。于是，电感由初始储能开始，通过电阻 R 释放能量。随着时间的增长，电感电流 i_L 将逐渐减小，最后趋近于零。这样，电感存储的能量全部被电阻所消耗。可见电路换路后的响应仅由电感的初始状态所引起，故为零输入响应。

由初始值 $i_L(0_+)=I_0$ ，稳态值 $i_L(\infty)=0$ ，时间常数 $\tau=L/R$ ，运用三要素法得电感电流：

$$i_L = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

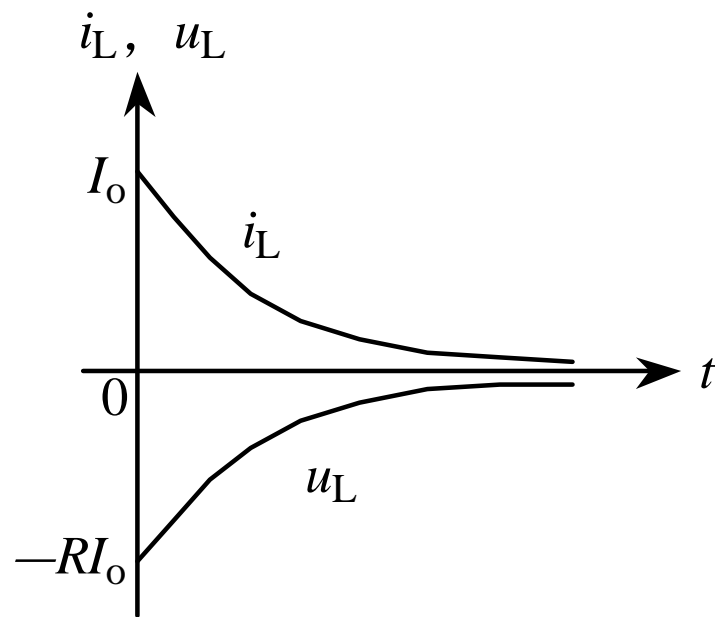




电感两端的电压

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{R}{L}t} = u_L(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

RL电路暂态过程的快慢也是由时间常数 τ 来决定的。 τ 越大，暂态过程所需的时间越长。相反， τ 越小，暂态过程所需的时间就越短。且经过 $t=(3\sim 5)\tau$ 的时间， i_L 已经衰减到可以忽略不计的程度。这时，可以认为暂态过程已经基本结束，电路到达稳定状态。





5.3.3 一阶电路的零状态响应

1. 一阶RC电路的零状态响应

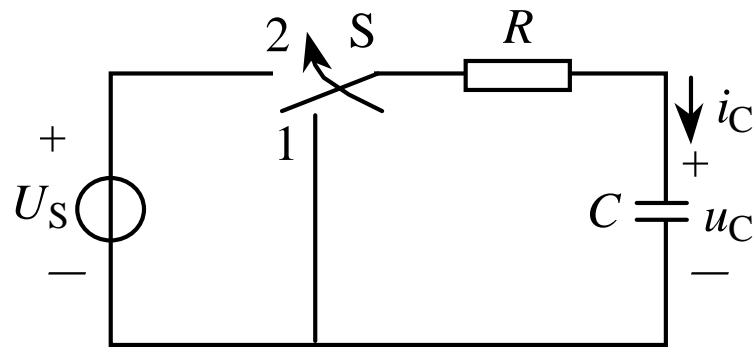
图示电路，换路前开关S置于位置1，电路已处于稳态，电容没有初始储能。 $t=0$ 时开关S从位置1拨到位置2，RC电路接通电压源 U_S 。根据换路定理，电容电压不能突变。于是 U_S 通过 R 对 C 充电，产生充电电流 i_C 。随着时间增长，电容电压 u_C 逐渐升高，充电电流 i_C 逐渐减小。最后电路到达稳态时，电容电压等于 U_S ，充电电流等于零。可见电路换路后的初始储能为零，响应仅由外加电源所引起，故为零状态响应。

由初始值 $u_C(0_+)=0$ ，稳态值

$u_C(\infty)=U_S$ ，时间常数

$\tau=RC$ ，运用三要素法得电容电压：

$$u_C = u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

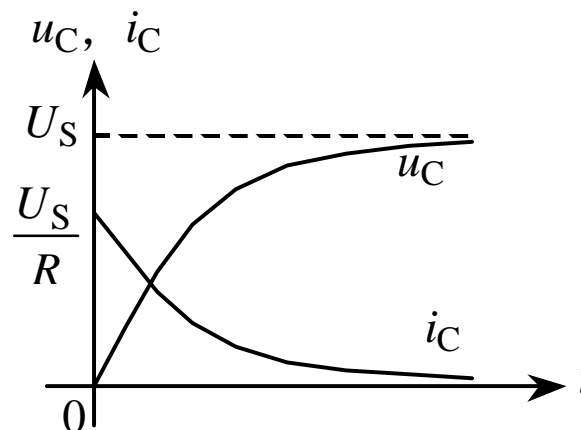




充电电流

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = i_C(0_+) e^{-\frac{t}{RC}}$$

RC电路充电过程的快慢也是由时间常数 τ 来决定的， τ 越大，电容充电越慢，过渡过程所需的时间越长；相反， τ 越小，电容充电越快，过渡过程所需的时间越短。同样，可以根据实际需要来调整电路中的元件参数或电路结构，以改变时间常数的大小。

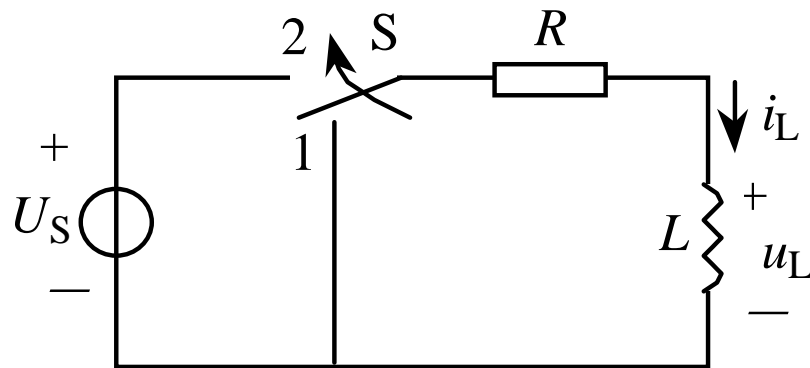


2. 一阶 RL 电路的零状态响应

图示电路，换路前开关 S 置于位置1，电路已处于稳态，电感没有初始储能。 $t=0$ 时开关 S 从位置1拨到位置2， RL 电路接通电压源 U_S 。根据换路定理，电感电流不能突变。于是 U_S 通过 R 对 L 供电，产生电流 i_L 。随着时间增长，电感电流 i_L 逐渐增大，最后电路到达稳态时，电感电流等于 U_S/R 。可见电路换路后的初始储能为零，响应仅由外加电源所引起，故为零状态响应。

由初始值 $i_L(0_+)=0$ ，稳态值
 $i_L(\infty)=U_S/R$ ，时间常数
 $\tau=L/R$ ，运用三要素法得
 电感电流：

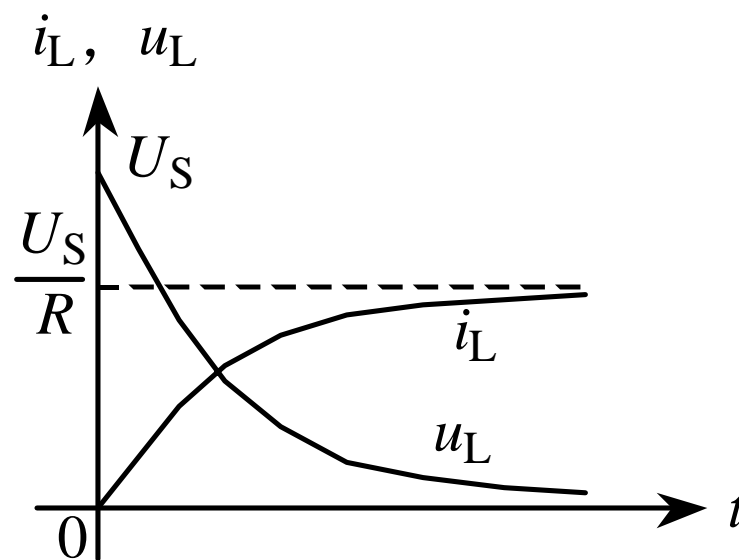
$$i_L = \frac{U_S}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{U_S}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$





电感两端的电压
$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = U_S e^{-\frac{R}{L}t} = u_L(0_+) e^{-\frac{R}{L}t}$$

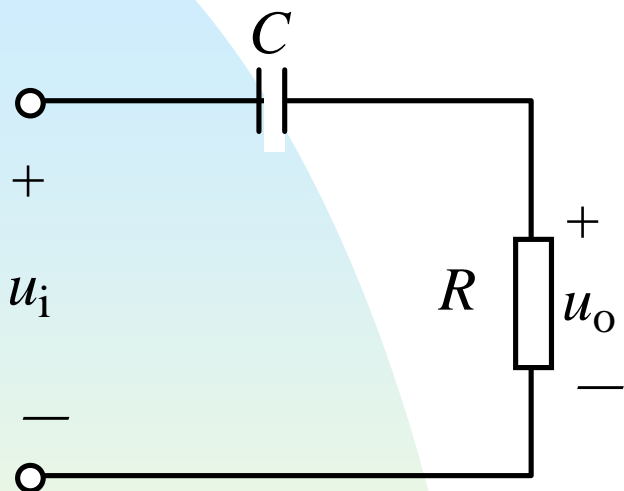
RL电路暂态过程的快慢也是由时间常数 τ 来决定的。 τ 越大，暂态过程所需的时间越长。相反， τ 越小，暂态过程所需的时间就越短。且经过 $t=(3\sim 5)\tau$ 的时间， i_L 已经衰减到可以忽略不计的程度。这时，可以认为暂态过程已经基本结束，电路到达稳定状态。



5.4 微分电路与积分电路



5.4.1 微分电路

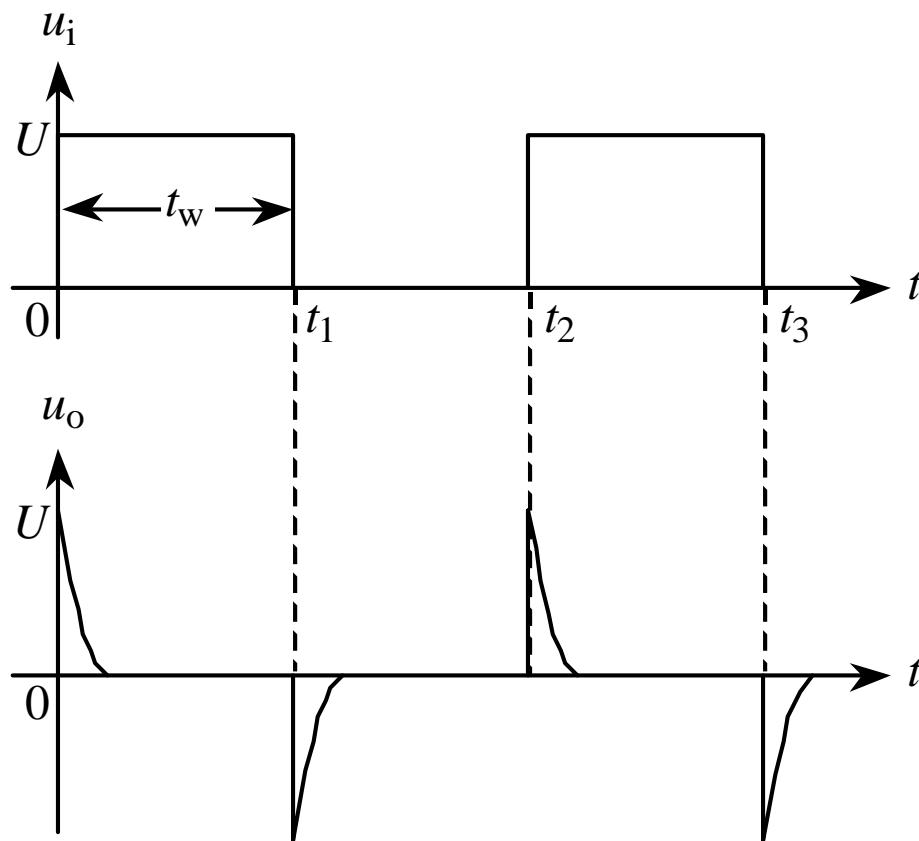


$$u_o \approx Ri = RC \frac{du_C}{dt} = RC \frac{du_i}{dt}$$

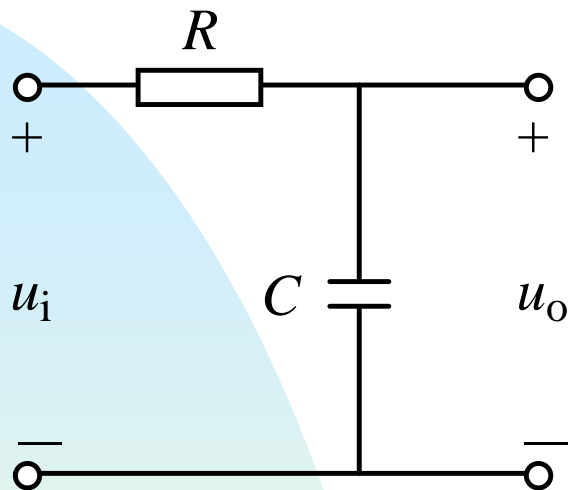
条件:

(1) 时间常数 $\tau \ll t_w$;

(2) 输出电压从电阻两端取出。



5.4.2 积分电路

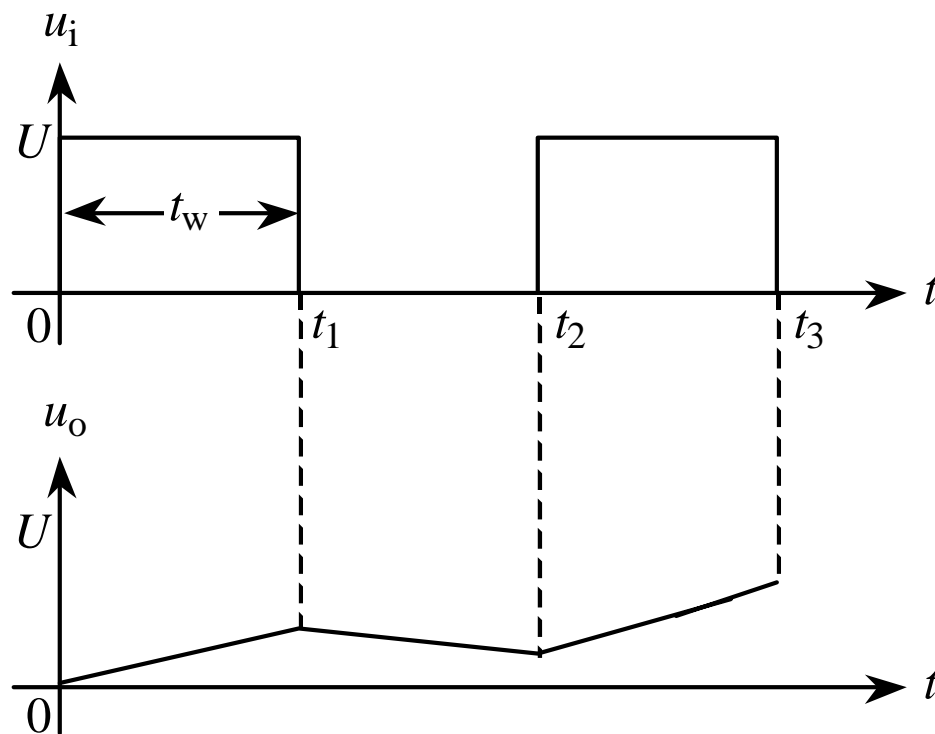


$$u_o = u_C = \frac{1}{C} \int i dt \approx \frac{1}{RC} \int u_i dt$$

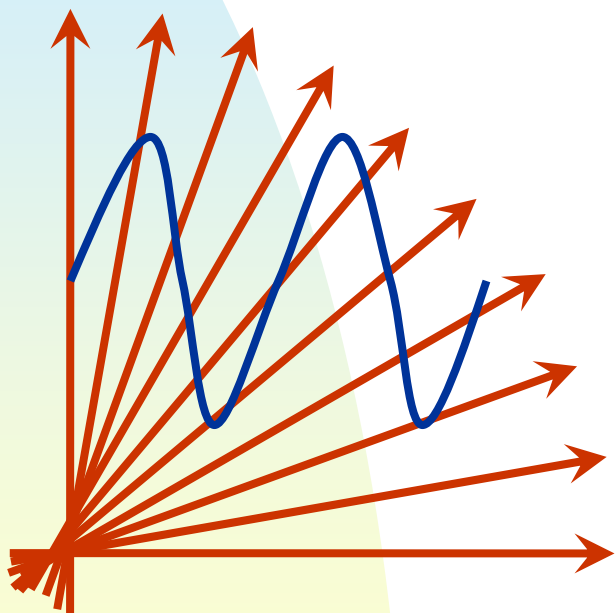
条件:

(1) 时间常数 $\tau \gg t_w$;

(2) 输出电压从电容两端取出。



电工技术基础



主编

制作

2004年7月



第6章 磁路和变压器

学习要点

- 磁路的概念、物理量和定律
- 交流铁心线圈电路的分析
- 变压器工作原理

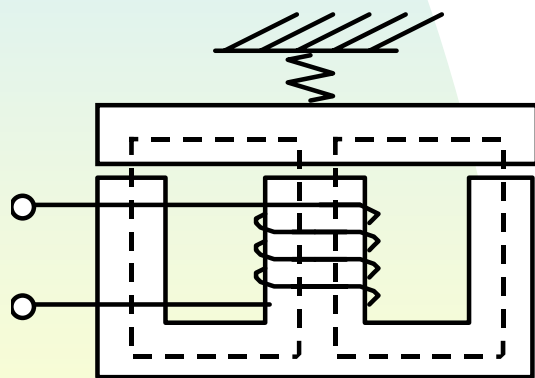


第6章 磁路和变压器

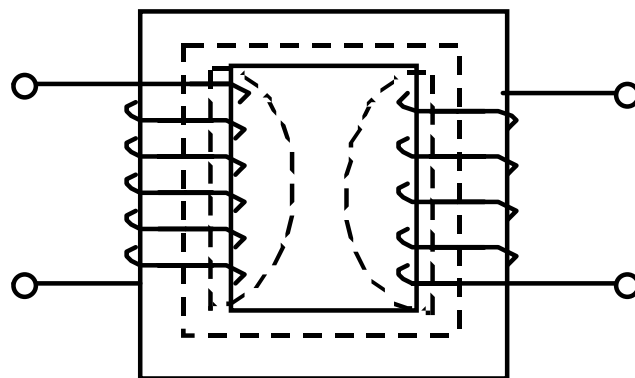
- 6.1 磁路
- 6.2 交流铁心线圈电路
- 6.3 变压器

6.1 磁路

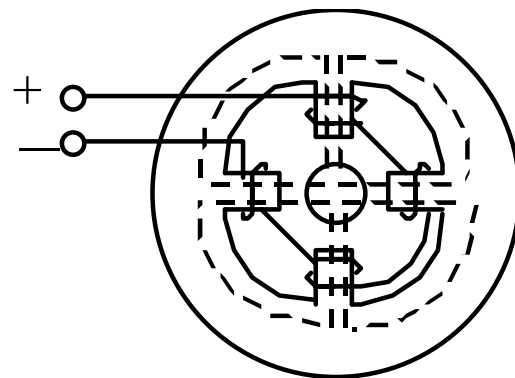
实际电路中有大量电感元件的线圈中有铁心。线圈通电后铁心就构成磁路，磁路又影响电路。因此电工技术不仅有电路问题，同时也有磁路问题。



(a) 电磁铁的磁路



(b) 变压器的磁路



(c) 直流电机的磁路

6.1.1 磁路的基本物理量



1. 磁感应强度 B

磁感应强度 B 是表示磁场内某点磁场强弱及方向的物理量。 B 的大小等于通过垂直于磁场方向单位面积的磁力线数目， B 的方向用右手螺旋定则确定。单位是特斯拉(T)。

2. 磁通 Φ

均匀磁场中磁通 Φ 等于磁感应强度 B 与垂直于磁场方向的面积 S 的乘积，单位是韦伯(Wb)。

$$\Phi = BS$$



3. 磁导率 μ

磁导率 μ 表示物质的导磁性能，单位是亨/米(H/m)。

真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

非铁磁物质的磁导率与真空极为接近，铁磁物质的磁导率远大于真空的磁导率。相对磁导率 μ_r ：物质磁导率与真空磁导率的比值。非铁磁物质 μ_r 近似为1，铁磁物质的 μ_r 远大于1。

4. 磁场强度 H

$$H = \frac{B}{\mu}$$

或 $B = \mu H$

磁场强度只与产生磁场的电流以及这些电流分布有关，而与磁介质的磁导率无关，单位是安 / 米（**A / m**）。是为了简化计算而引入的辅助物理量。



6.1.2 磁场的基本定律

1. 安培环路定律

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Sigma I$$

计算电流代数和时，与绕行方向符合右手螺旋定则的电流取正号，反之取负号。

若闭合回路上各点的磁场强度相等且其方向与闭合回路的切线方向一致，则：

$$Hl = \Sigma I = NI = F$$

$F=NI$ 称为磁动势，单位是安（A）。



2. 磁路欧姆定律

$$\Phi = BS = \mu HS = \mu \frac{NI}{l} S = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{F}{R_m}$$

$R_m = \frac{l}{\mu S}$ 称为磁阻，表示磁路对磁通的阻碍作用。

因铁磁物质的磁阻 R_m 不是常数，它会随励磁电流 I 的改变而改变，因而通常不能用磁路的欧姆定律直接计算，但可以用于定性分析很多磁路问题。

3. 电磁感应定律

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

式中 N 为线圈匝数。感应电动势的方向由 $\frac{d\Phi}{dt}$ 的符号与感应电动势的参考方向比较而定出。当 $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ，即穿过线圈的磁通增加时， $e < 0$ ，这时感应电动势的方向与参考方向相反，表明感应电流产生的磁场要阻止原磁场的增加；当 $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ ，即穿过线圈的磁通减少时， $e > 0$ ，这时感应电动势的方向与参考方向相同，表明感应电流产生的磁场要阻止原磁场的减少。

6.1.3 铁磁材料的磁性能

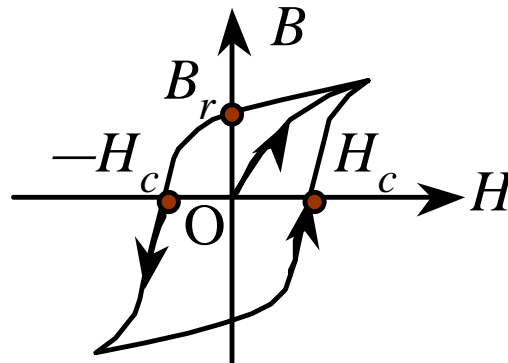
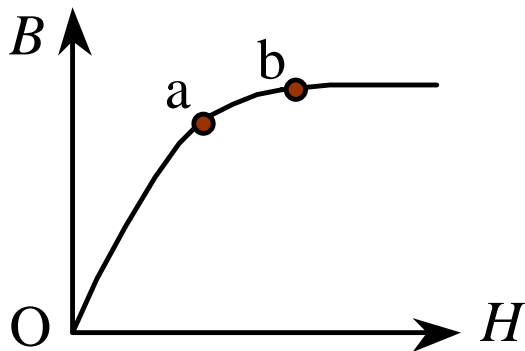


高导磁性：磁导率可达 $10^2 \sim 10^4$ ，由铁磁材料组成的磁路磁阻很小，在线圈中通入较小的电流即可获得较大的磁通。

磁饱和性： B 不会随 H 的增强而无限增强， H 增大到一定值时， B 不能继续增强。

磁滞性：铁心线圈中通过交变电流时， H 的大小和方向都会改变，铁心在交变磁场中反复磁化，在反复磁化的过程中， B 的变化总是滞后于 H 的变化。





铁磁材料的类型：

软磁材料：磁导率高，磁滞特性不明显，矫顽力和剩磁都小，磁滞回线较窄，磁滞损耗小。

硬磁材料：剩磁和矫顽力均较大，磁滞性明显，磁滞回线较宽。

矩磁材料：只要受较小的外磁场作用就能磁化到饱和，当外磁场去掉，磁性仍保持，磁滞回线几乎成矩形。



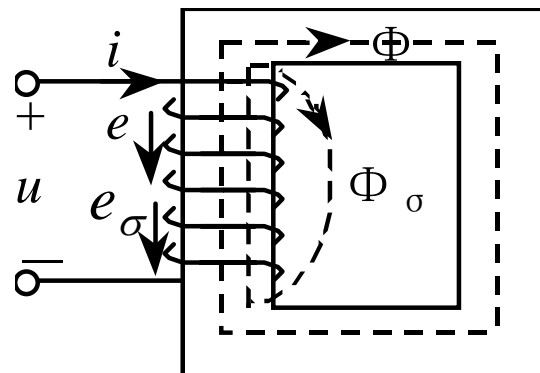


6.2 交流铁心线圈电路

6.2.1 电磁关系

设线圈的电阻为 R ，主磁电动势为 e 和漏感电动势为 e_σ ，由KVL，有：

$$u + e + e_\sigma = iR$$



设主磁通按正弦规律变化： $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ ，则：

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\omega N \Phi_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

e 的有效值为：

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega N \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \Phi_m$$



设漏磁电感为 L_{σ} ,

$$e_{\sigma} = -L_{\sigma} \frac{di}{dt}$$

则:

$$\therefore u = iR + (-e_{\sigma}) + (-e) = iR + L_{\sigma} \frac{di}{dt} + N \frac{d\Phi}{dt} = u_R + u_{\sigma} + u'$$

写成相量形式:

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_{\sigma}\dot{I} + \dot{U}' = \dot{U}_R + \dot{U}_{\sigma} + \dot{U}'$$

式中 $X_{\sigma} = \omega L_{\sigma}$ 为漏磁感抗, 简称漏抗。由于线圈的电阻 R 和漏磁通 Φ_{σ} 都很小, R 上的电压和漏感电动势 e_{σ} 也很小, 与主磁电动势比较可以忽略不计。于是:

$$u \approx -e = u' = N \frac{d\Phi}{dt}$$

表明在忽略线圈电阻 R 及漏磁通 Φ_{σ} 的条件下, 当线圈匝数 N 及电源频率 f 为一定时, 主磁通的幅值 Φ_m 由励磁线圈外的电压有效值 U 确定, 与铁心的材料及尺寸无关。

6.2.2 功率损耗

$$P = UI \cos \varphi = \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R + I^2 R_0$$

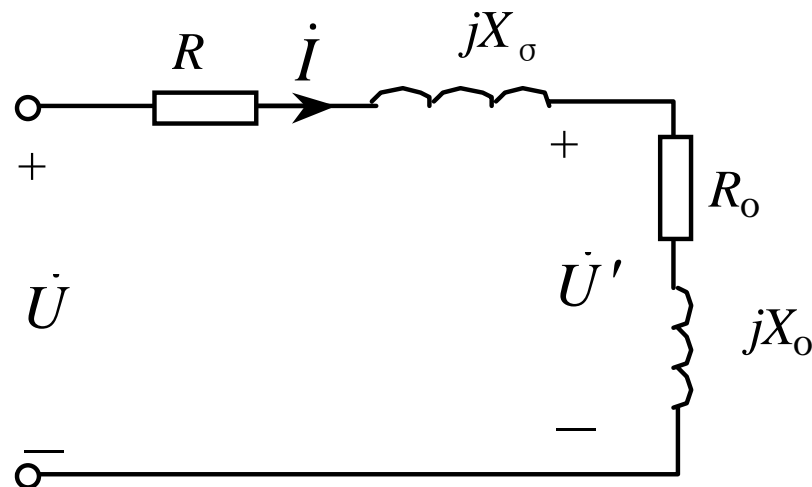
式中 I 是线圈电流， R 是线圈电阻， R_0 是和铁损相应的等效电阻。

铜损 $\Delta P_{\text{Cu}} = I^2 R$ 由线圈导线发热引起。

铁损 $\Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R_0$ 主要是由磁滞和涡流产生的。

等效电路：

图中 X_0 是反映线圈能量储放的等效感抗。



例：有一铁心线圈，接到 $U = 220 \text{ V}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 的交流电源上，测得电流 $I = 2 \text{ A}$ ，功率 $P = 50 \text{ W}$ 。

(1) 不计线圈电阻及漏磁通，试求铁心线圈等效电路的 R_o 及 X_o ；

(2) 若线圈电阻 $R = 1 \Omega$ ，试计算该线圈的铜损及铁损。

解：(1) 由 $P = UI \cos \varphi$ ，得：
$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI} = \arccos \frac{50}{220 \times 2} = 83.5^\circ$$

阻抗：
$$Z = R_o + jX_o = \frac{U}{I} \angle \varphi = \frac{220}{2} \angle 83.5^\circ = 110 \angle 83.5^\circ = 12.5 + j109.3 \Omega$$

$$R_o = 12.5 \Omega, \quad X_o = 109.3 \Omega$$

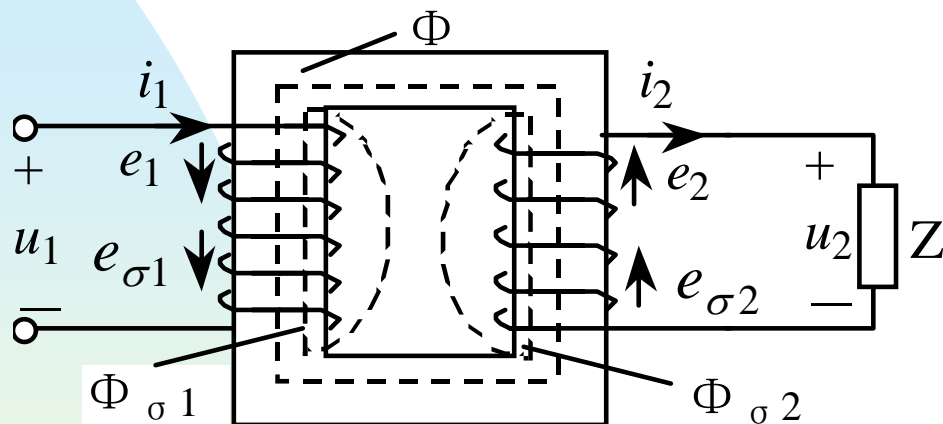
(2) 铜损：
$$\Delta P_{\text{Cu}} = I^2 R = 2^2 \times 1 = 4 \text{ W}$$

铁损：
$$\Delta P_{\text{Fe}} = P - \Delta P_{\text{Cu}} = 50 - 4 = 46 \text{ W}$$

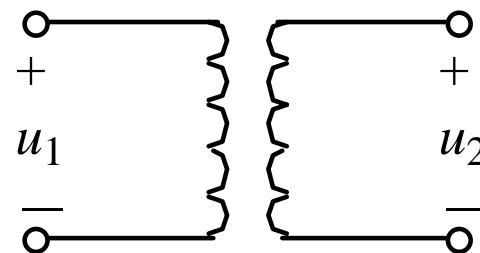
或：
$$\Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R'_o = 2^2 \times (12.5 - 1) = 46 \text{ W}$$

6.3 变压器

6.3.1 变压器的工作原理



(a) 变压器结构示意图



(b) 变压器的符号

原绕组匝数为 N_1 ，电压 u_1 ，电流 i_1 ，主磁电动势 e_1 ，漏磁电动势 $e_{\sigma 1}$ ；副绕组匝数为 N_2 ，电压 u_2 ，电流 i_2 ，主磁电动势 e_2 ，漏磁电动势 $e_{\sigma 2}$ 。



1. 电压变换

原绕组的电压方

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_{\sigma 1} \dot{I}_1 - \dot{E}_1$$

程忽略电阻 R_1 和漏抗 $X_{\sigma 1}$ 的电压，

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$$

则：

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f N_1 \Phi_m$$

副绕组的电压方

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - R_2 \dot{I}_2 - jX_{\sigma 2} \dot{I}_2$$

程空载时副绕组电流 $\dot{I}_2 = 0$ ，电压 $\dot{U}_{20} = \dot{E}_2$

$$U_{20} = E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m$$

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

k 称为变压器的变
比。





在负载状态下，由于副绕组的电阻 R_2 和漏抗 $X_{\sigma 1}$ 很小，其上的电压远小于 E_2 ，仍有：

$$\dot{U}_2 \approx \dot{E}_2$$

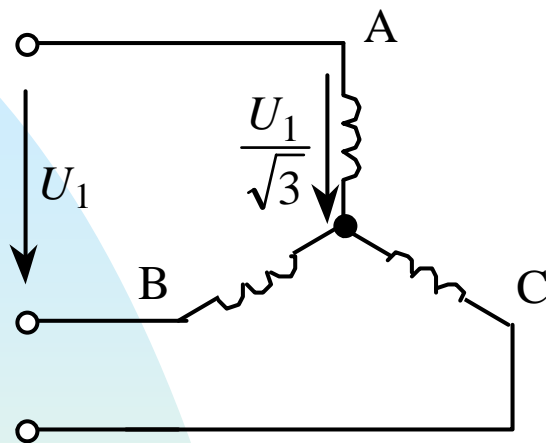
$$U_2 \approx E_2 = 4.44 f N_2 \Phi_m$$

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

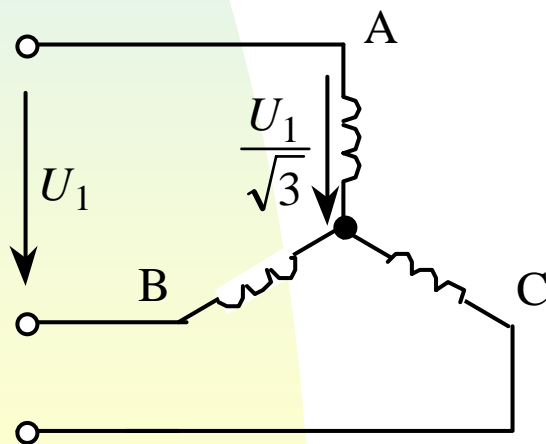
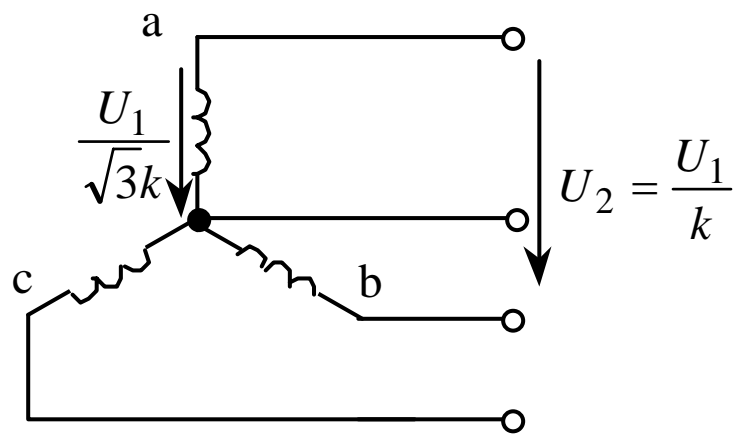




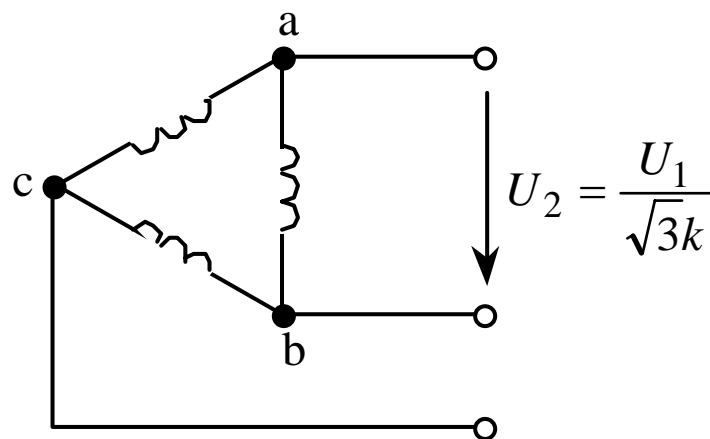
三相变压器的两种接法及电压的变换



(a) Y/Y₀ 连接



(b) Y/Δ 连接



2. 电流变换

由 $U_1 \approx E_1 = 4.44 N_1 f \Phi_m$ 可知， U_1 和 f 不变时， E_1 和 Φ_m 也都基本不变。因此，有负载时产生主磁通的原、副绕组的合成磁动势（ $i_1 N_1 + i_2 N_2$ ）和空载时产生主磁通的原绕组的磁动势 $i_0 N_1$ 基本相等，即：

$$i_1 N_1 + i_2 N_2 = i_0 N_1$$

$$\dot{I}_1 N_1 + \dot{I}_2 N_2 = \dot{I}_0 N_1$$

空载电流 i_0 很小，可忽略不计。

$$\dot{I}_1 N_1 \approx -\dot{I}_2 N_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$

3. 阻抗变换

设接在变压器副绕组的负载阻抗 Z 的模为 $|Z|$ ，则：

$$|Z| = \frac{U_2}{I_2}$$

Z 反映到原绕组的阻抗模 $|Z'|$

$$|Z'| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{\frac{I_2}{k}} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = k^2 |Z|$$



例：设交流信号源电压 $U = 100 \text{ V}$ ，内阻 $R_o = 800 \Omega$ ，负载

(1) 将负载直接接至信号源，负载获得多大功率？

(2) 经变压器进行阻抗匹配，求负载获得的最大功率是多少？变压器变比是多少？

解：(1) 负载直接接信号源时，负载获得功率为：

$$P = I^2 R_L = \left(\frac{U}{R_o + R_L} \right)^2 R_L = \left(\frac{100}{800 + 8} \right)^2 \times 8 = 0.123 \text{ W}$$

(2) 最大输出功率时， R_L 折算到原绕组应等于 $R_o = 800 \Omega$ 。负载获得的最大功率为：

$$P_{\max} = I^2 R'_L = \left(\frac{U}{R_o + R'_L} \right)^2 R'_L = \left(\frac{100}{800 + 800} \right)^2 \times 800 = 3.125 \text{ W}$$

变压器变比为：

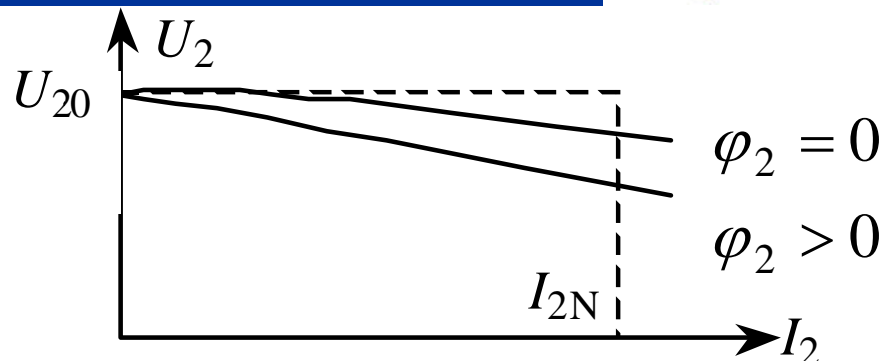
$$k = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_o}{R_L}} = \sqrt{\frac{800}{8}} = 10$$



6.3.2 变压器的工作特性

1. 外特性

$$\Delta U = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\%$$



电压变化率反映电压 U_2 的变化程度。通常希望 U_2 的变动愈小愈好，一般变压器的电压变化率约在5%左右。

2. 损耗与效率

损耗: $\Delta P = \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}}$

铜损: $\Delta P_{\text{Cu}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$

铁损: ΔP_{Fe} 包括磁滞损耗和涡流损耗。

效率: $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}$

3. 额定值

(1) 额定电压 U_N : 指变压器副绕组空载时各绕组的电压。三相变压器是指线电压。

(2) 额定电流 I_N : 指允许绕组长时间连续工作的线电流。

(3) 额定容量 S_N : 在额定工作条件下变压器的视在功率。

单相变压器:
三相变压器:

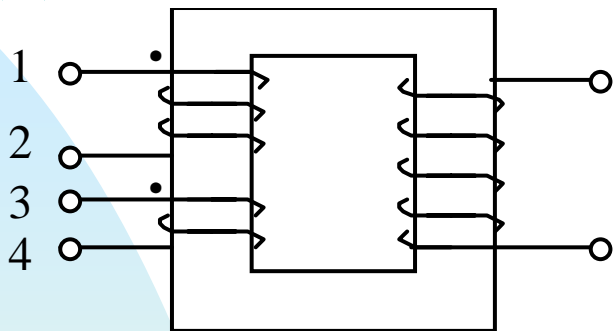
$$S_N = U_{2N} I_{2N} \approx U_{1N} I_{1N}$$

$$S_N = \sqrt{3} U_{2N} I_{2N} \approx \sqrt{3} U_{1N} I_{1N}$$

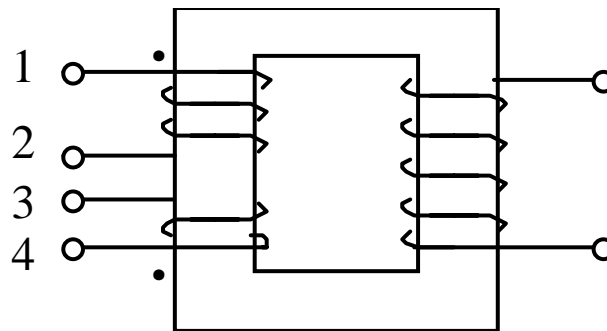
6.3.3 变压器线圈极性测试



(1) 同极性端的标记

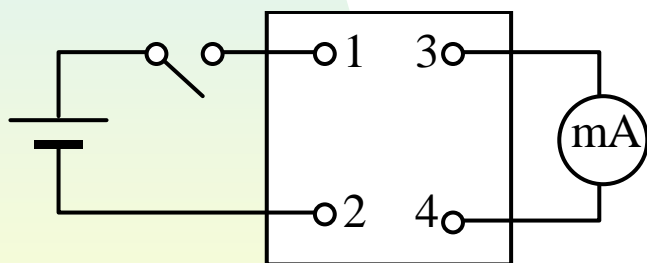


(a) 正接

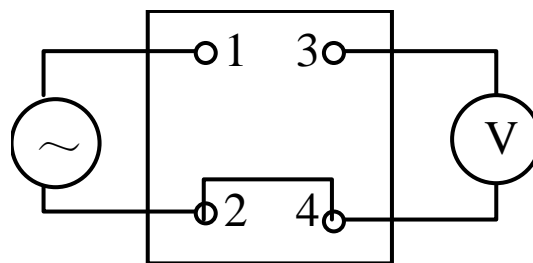


(b) 反接

(2) 同极性端的测定



(a) 直流法



(b) 交流法

毫安表的指针正偏1和3是同极性端；反偏1和4是同极性端

$U_{13}=U_{12}-U_{34}$ 时1和3是同极性端； $U_{13}=U_{12}+U_{34}$ 时1和4是同极性端。



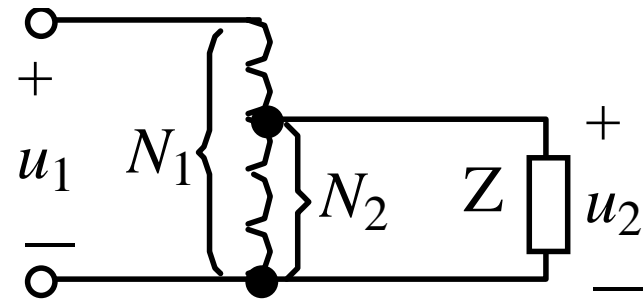
6.3.4 特殊变压器

1. 自耦变压器

特点：副绕组是原绕组的一部分，原、副压绕组不但有磁的联系，也有电的联系。

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

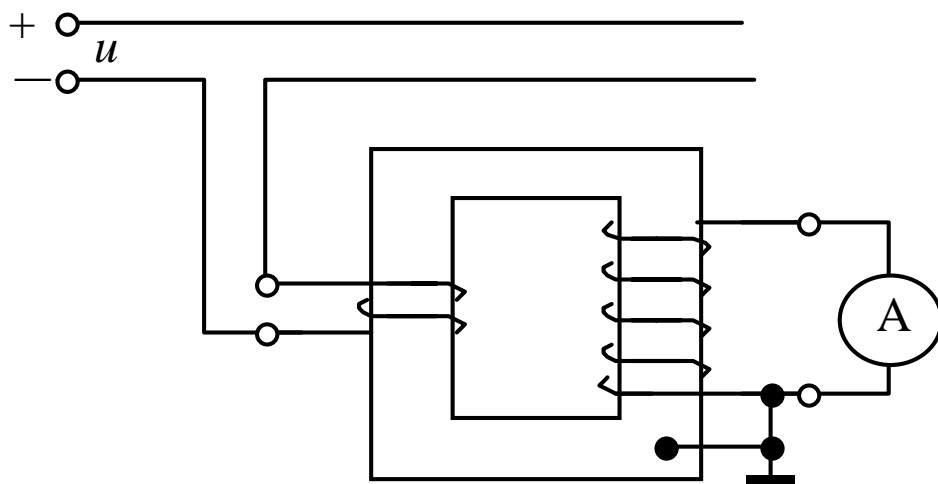
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$



2. 仪用互感器

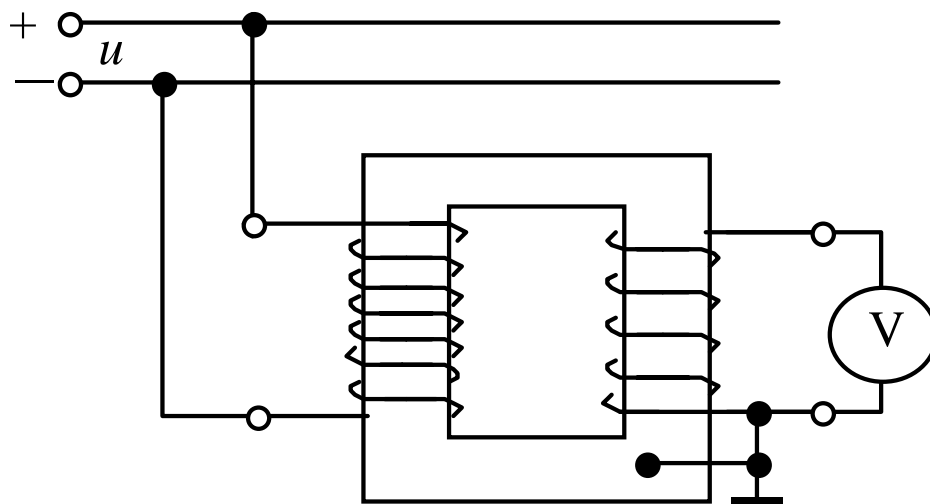
(1) 电流互感器：原绕组线径较粗，匝数很少，与被测电路负载串联；副绕组线径较细，匝数很多，与电流表及功率表、电度表、继电器的电流线圈串联。用于将大电流变换为小电流。使用时副绕组电路不允许开路。

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$



(2)电压互感器：电压互感器的原
匝数很多，并联于待测电路两端；副绕组
匝数较少，与电压表及电度表、功率表、
继电器的电压线圈并联。用于将高电压变
换成低电压。使用时副绕组不允许短路。

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$



电工技术基础

2004年7月



第7章 电动机

学习要点

- 三相异步电动机的转动原理
- 三相异步电动机使用方法
- 三相异步电动机的运行和控制方法
- 三相异步电动机的机械特性
- 单相异步电动机的转动原理
- 直流电动机的转动原理
- 步进电动机的转动原理



第7章 电动机



- 7.1 三相异步电动机的结构及转动原理
- 7.2 三相异步电动机的电磁转矩和机械特性
- 7.3 三相异步电动机的运行与控制
- 7.4 三相异步电动机的选择与使用
- 7.5 单相异步电动机
- 7.6 直流电动机
- 7.7 步进电动机





7.1 三相异步电动机的结构及转动原理

7.1.1 三相异步电动机的结构

三相异步电动机由定子和转子构成。定子和转子都有铁心和绕组。定子的三相绕组为AX、BY、CZ。转子分为鼠笼式和绕线式两种结构。鼠笼式转子绕组有铜条和铸铝两种形式。绕线式转子绕组的形式与定子绕组基本相同，3个绕组的末端连接在一起构成星形连接，3个始端连接在3个铜集电环上，起动变阻器和调速变阻器通过电刷与集电环和转子绕组相连接。



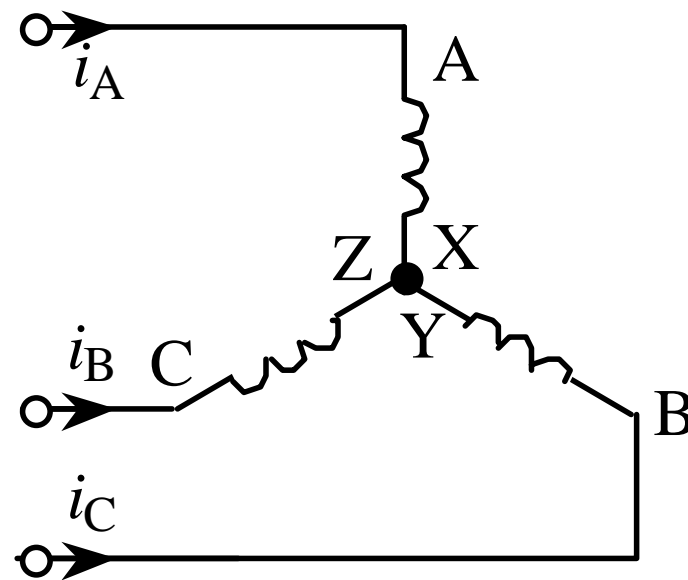
7.1.2 旋转磁场的产生

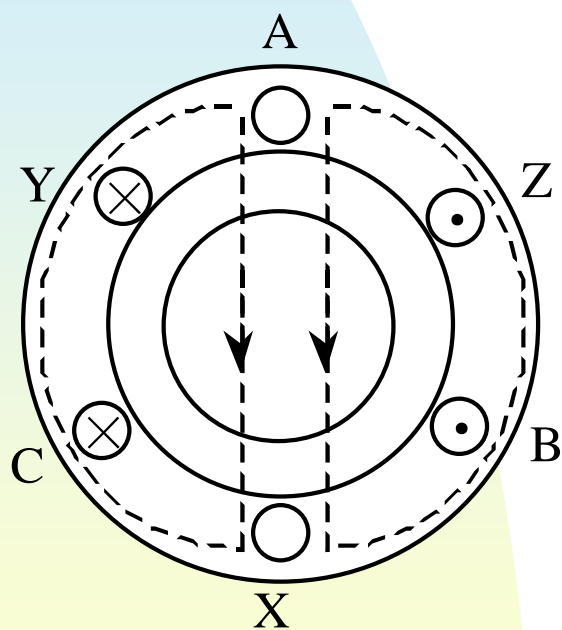
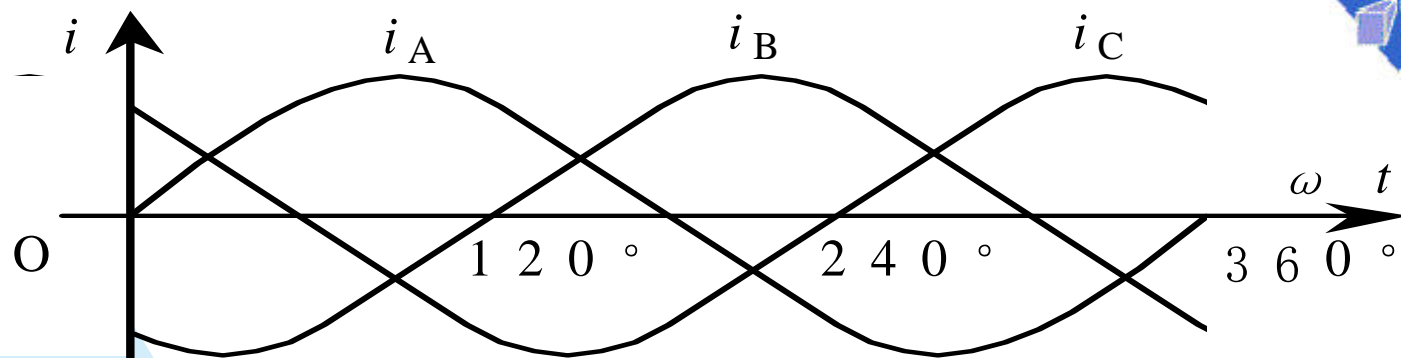
把三相定子绕组接成星形接到对称三相电源，定子绕组中便有对称三相电流流过。

$$i_A = \sqrt{2}I_p \sin \omega t$$

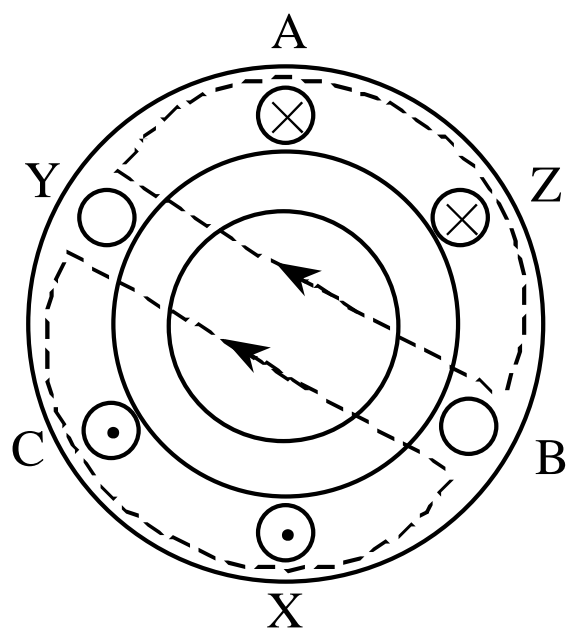
$$i_B = \sqrt{2}I_p \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_C = \sqrt{2}I_p \sin(\omega t + 120^\circ)$$

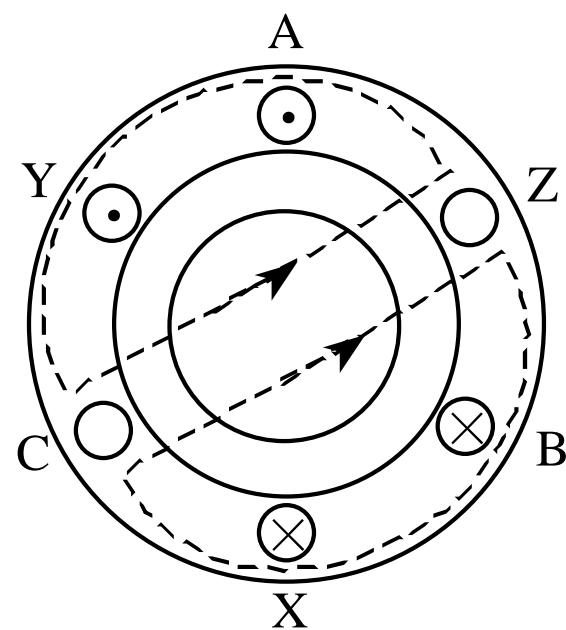




(a) $\omega t = 0^\circ$



(b) $\omega t = 120^\circ$



(c) $\omega t = 240^\circ$

结论:

(1) 在对称的三相绕组中通入三相电流，可以产生在空间旋转的合成磁场。

(2) 磁场旋转方向与电流相序一致。电流相序为A-B-C时磁场顺时针方向旋转；电流相序为A-C-B时磁场逆时针方向旋转。

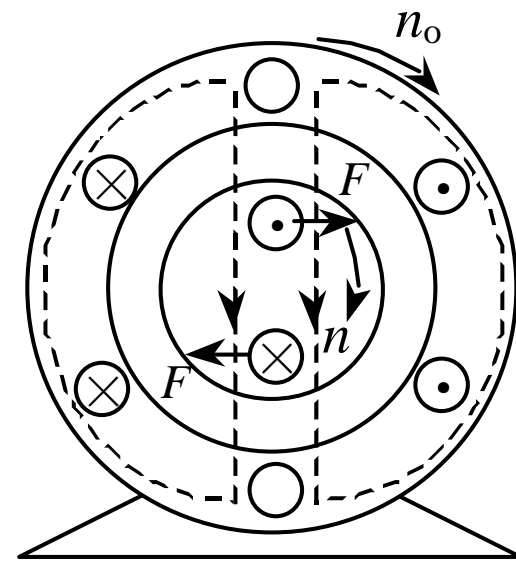
(3) 磁场转速(同步转速)与电流频率有关，改变电流频率可以改变磁场转速。对两极(一对磁极)磁场，电流变化一周，则磁场旋转一周。同步转速 n_0 与磁场磁极对数 p 的关系为：

$$n_0 = \frac{60 f_1}{p} \text{ r/min}$$



7.1.3 三相异步电动机的转动原理

静止的转子与旋转磁场之间有相对运动，在转子导体中产生感应电动势，并在形成闭合回路的转子导体中产生感应电流，其方向用右手定则判定。转子电流在旋转磁场中受到磁场力 F 的作用， F 的方向用左手定则判定。电磁力在转轴上形成电磁转矩。电磁转矩的方向与旋转磁场的方向一致。





电动机在正常运转时，其转速 n 总小于同步转速 n_0 ，因而称为异步电动机。又因为产生电磁转矩的电流是电磁感应所产生的，所以也称为感应电动机。

异步电动机同步转速和转子转速的差值与同步转速之比称为转差率，用 s 表示，即：

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \times 100\%$$

转差率是异步电动机的一个重要参数。
异步电动机在额定负载下运行时的转差率约为1%~9%。



例：有一台 4 极感应电动机，电压频率为 50 Hz，
转速为 1440 r / min，试求这台感应电动机的转差率。

解：因为磁极对数 $p = 2$ ，所以同步转速为：

$$n_0 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \times 50}{2} = 1500 \text{ r/min}$$

转差率为：

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \times 100\% = \frac{1500 - 1440}{1500} \times 100\% = 4\%$$



7.2 三相异步电动机的 电磁转矩和机械特性

7.2.1 三相异步电动机的电路分析

1. 定子电路分析

$$\begin{aligned} u_1 &= i_1 R_1 + (-e_{\sigma 1}) + (-e_1) \\ &= i_1 R_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned}$$

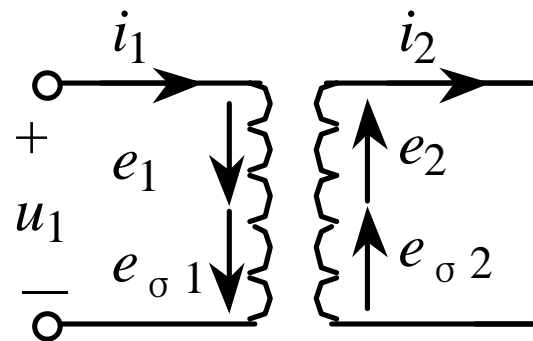
$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 R_1 + (-\dot{E}_{\sigma 1}) + (-\dot{E}_1) = \dot{I}_1 R_1 + j\dot{I}_1 X_1 + (-\dot{E}_1)$$

忽略 R_1 和 X_1 上的压降,

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$$

则:

$$U_1 \approx E_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_m$$



2. 转子电路分析

$$e_2 = i_2 R_2 + (-e_{\sigma 2}) = i_2 R_2 + L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt}$$

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 R_2 + (-\dot{E}_{\sigma 2}) = \dot{I}_2 R_2 + j\dot{I}_2 X_2$$

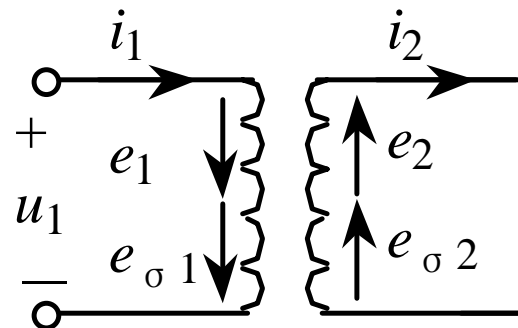
$$\because f_2 = \frac{p(n_o - n)}{60} = \frac{n_o - n}{n_o} \cdot \frac{pn_o}{60} = sf_1$$

$$\therefore E_2 = 4.44 f_2 N_2 \Phi_m = 4.44 sf_1 N_2 \Phi_m = sE_{20}$$

$E_{20} = 4.44 f_1 N_2 \Phi_m$ 为 $n = 0$ 即 $s = 1$ 时的转子电动势。

$$X_2 = \omega_2 L_2 = 2\pi f_2 L_{\sigma 2} = 2\pi s f_1 L_{\sigma 2} = sX_{20}$$

$X_{20} = 2\pi f_1 L_{\sigma 2}$ 为 $n = 0$ 即 $s = 1$ 时的转子漏抗。



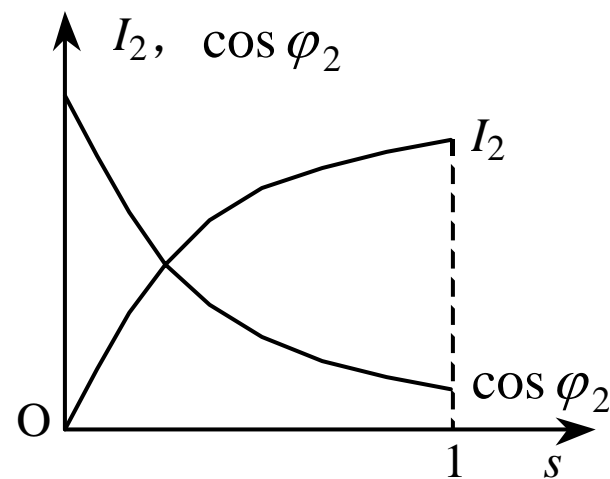
转子每相电流：

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}$$

转子的功率因数为：

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_{20})^2}}$$

可见异步电动机的转子电流和功率因数也都与转差率 s 有关，如图所示。





7.2.2 三相异步电动机的电磁转矩

三相异步电动机的电磁转矩 T 是由旋转磁场的每极磁通 Φ 与转子电流 I_2 相互作用而产生的，故电磁转矩与转子电流的有功分量 $I_2 \cos \varphi_2$ 及定子旋转磁场的每极磁通 Φ 成正比，即：

$$T = K_T \Phi I_2 \cos \varphi_2$$

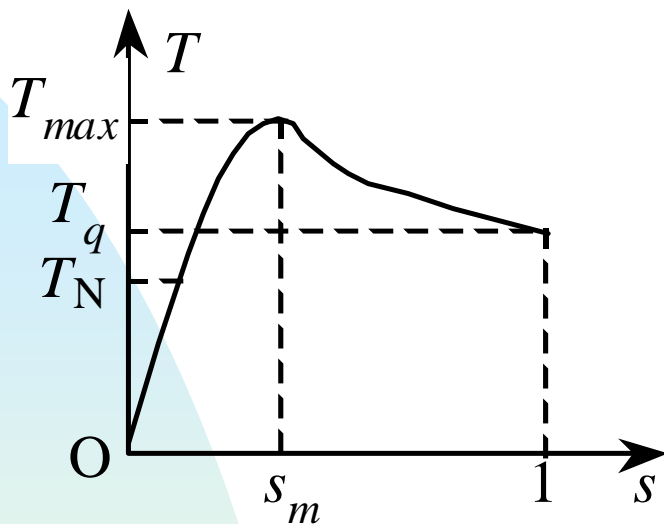
式中 K_T 是一个与电动机结构有关的常数。将 I_2 、 $\cos \varphi_2$ 的表达式及 Φ 与 U_1 的关系式代入上式，得三相异步电动机电磁转矩公式的另一个表示式：

$$T = K \frac{s R_2 U_1^2}{R_2^2 + (s X_{20})^2}$$

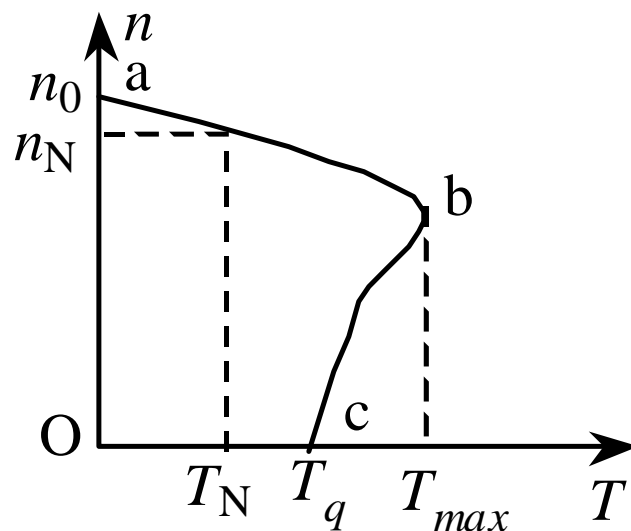
式中 K 是一常数。可见电磁转矩 T 也与转差率 s 有关，并且与定子每相电压 U_1 的平方成正比，电源电压对转矩影响较大。同时，电磁转矩 T 还受到转子电阻 R_2 的影响。



7.2.3 三相异步电动机的机械特性



(a) $T=f(s)$ 曲线



(b) $n=f(T)$ 曲线

1. 起动转矩

电动机刚起动 ($n=0$, $s=1$) 时的转矩称为起动转矩。

$$T_q = K \frac{R_2 U_1^2}{R_2^2 + X_{20}^2}$$





2. 额定转矩

电动机在额定负载下工作时的电磁转矩称为额定转矩，忽略空载损耗转矩，则额定转矩等于机械负载转矩。

$$T_N = T_2 = 9550 \frac{P_N}{n_N}$$

式中 P_N 是电动机的额定功率，单位为kW； n_N 是电动机的额定转速，单位是r/min。



例：有两台功率都为 $P_N = 7.5 \text{ kW}$ 的三相异步
一台 $U_N = 380 \text{ V}$ 、 $n_N = 962 \text{ r/min}$ ， 另一台 $U_N = 380 \text{ V}$ 、
 $n_N = 1450 \text{ r/min}$ ， 求两台电动机的额定转矩。

解： 第一台：

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{7.5}{962} = 74.45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

第二台：

$$T_N = 9550 \frac{P_N}{n_N} = 9550 \times \frac{7.5}{1450} = 49.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3. 最大转矩

对应于最大转矩的转差率 s_m 可由

$\frac{dT}{ds} = 0$ 求得，为 $s_m = \frac{R_2}{X_{20}}$ 。最大转矩为：

$$T_{\max} = K \frac{U_1^2}{2X_{20}}$$

过载系数：

$$\lambda = \frac{T_{\max}}{T_N}$$

一般三相异步电动机的 $\lambda = 1.8 \sim 2.2$ 。

7.3 三相异步电动机的运行与控制



7.3.1 三相异步电动机的起动

1. 直接起动

直接起动是利用闸刀开关或接触器将电动机直接接到额定电压上的起动方式，又叫全压起动。

优点：起动简单。

缺点：起动电流较大，将使线路电压下降，影响负载正常工作。

适用范围：电动机容量在10kW以下，并且小于供电变压器容量的20%



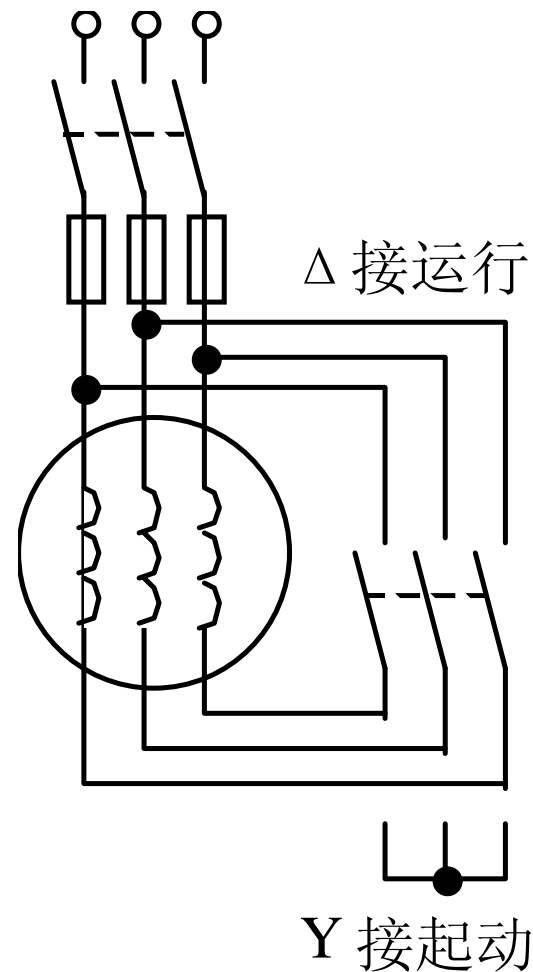
2. 降压启动

Y- Δ 换接启动：在启动时将定子绕组连接成星形，通电后电动机运转，当转速升高到接近额定转速时再换接成三角形。

适用范围：正常运行时定子绕组是三角形连接，且每相绕组都有两个引出端子的电动机。

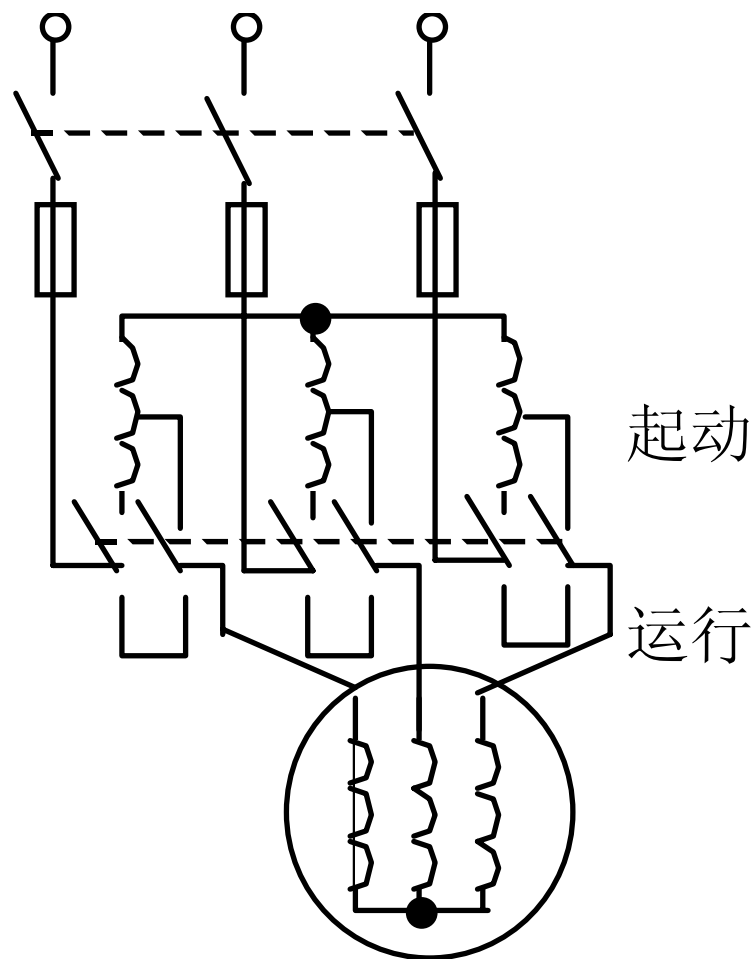
优点：启动电流为全压启动时的 $1/3$ 。

缺点：启动转矩均为全压启动时的 $1/3$ 。



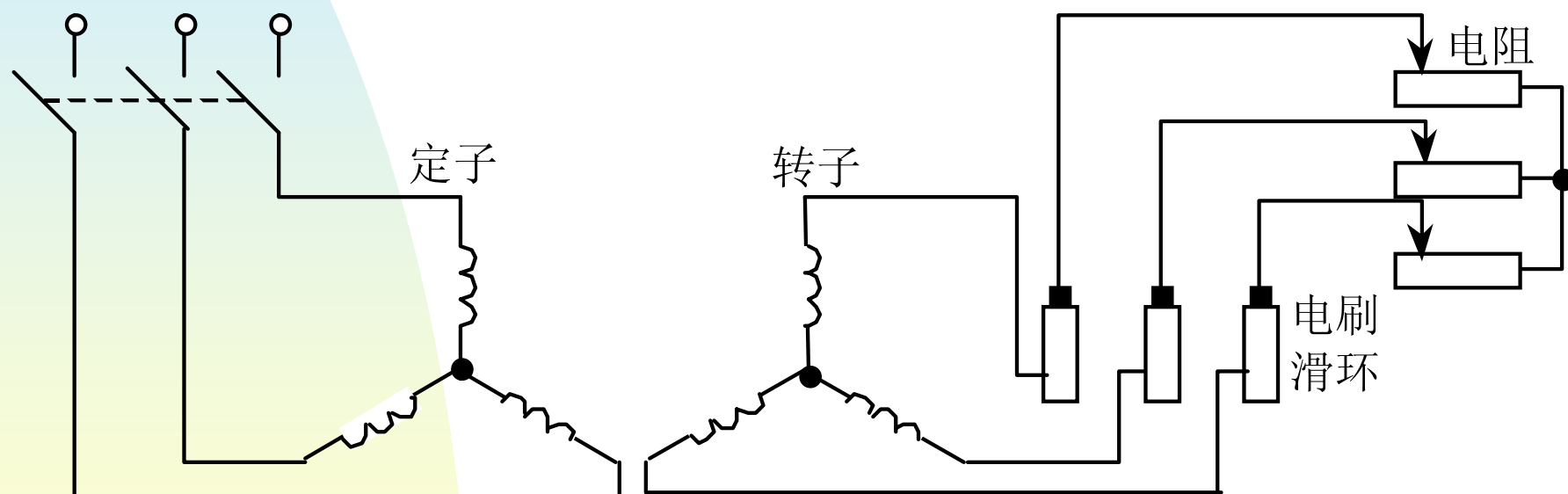


自耦降压启动：利用三相自耦变压器将电动机在启动过程中的端电压降低，以达到减小启动电流的目的。自耦变压器备有40%、60%、80%等多种抽头，使用时要根据电动机启动转矩的要求具体选择。





绕线式异步电动机转子绕组串入附加电阻后，既可以降低起动电流，又可以增大起动转矩。



7.3.2 三相异步电动机的调速



三相异步电动机的转速：

$$n = (1 - s)n_o = (1 - s) \frac{60f_1}{p}$$

1. 变极调速

通过改变电动机的定子绕组所形成的磁极对数 p 来调速。因磁极对数只能是按1、2、3、...、的规律变化，所以用这种方法调速，电动机的转速不能连续、平滑地进行调节。



2. 变频调速

通过变频器把频率为**50Hz**工频的三相交流电源变换成为频率和电压均可调节的三相交流电源，然后供给三相异步电动机，从而使电动机的速度得到调节。变频调速属于无级调速，具有机械特性曲线较硬的特点。

3. 变转差率调速

通过改变转子绕组中串接调速电阻的大小来调整转差率实现平滑调速的，又称为变阻调速。调速电阻的接法与起动电阻相同。这种方法只适用于绕线式异步电动机。

7.3.3 三相异步电动机的反转



因为三相异步电动机的转动方向是由旋转磁场的方向决定的，而旋转磁场的转向取决于定子绕组中通入三相电流的相序。因此，要改变三相异步电动机的转动方向非常容易，只要将电动机三相供电电源中的任意两相对调，这时接到电动机定子绕组的电流相序被改变，旋转磁场的方向也被改变，电动机就实现了反转。



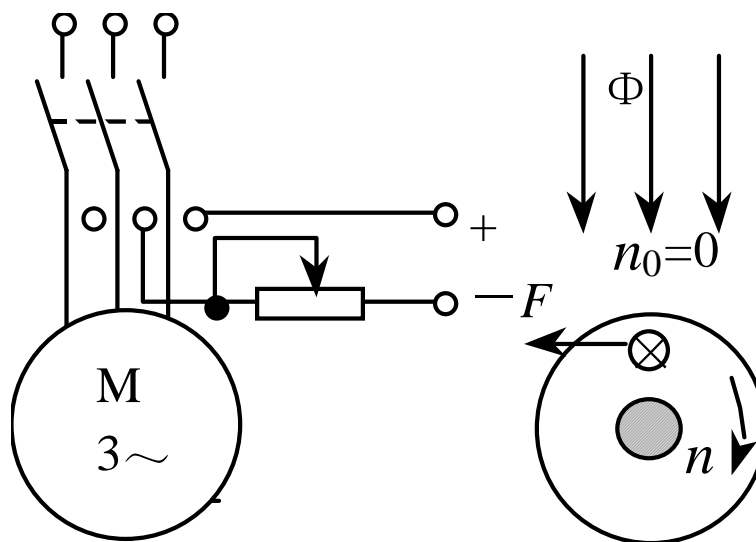
7.3.4 三相异步电动机的制动



1. 能耗制动

电动机定子绕组切断三相电源后迅速接通直流电源。感应电流与直流电产生的固定磁场相互作用，产生的电磁转矩方向与电动机转子转动方向相反，起到制动作用。

特点：是制动准确、平稳，但需要额外的直流电源。

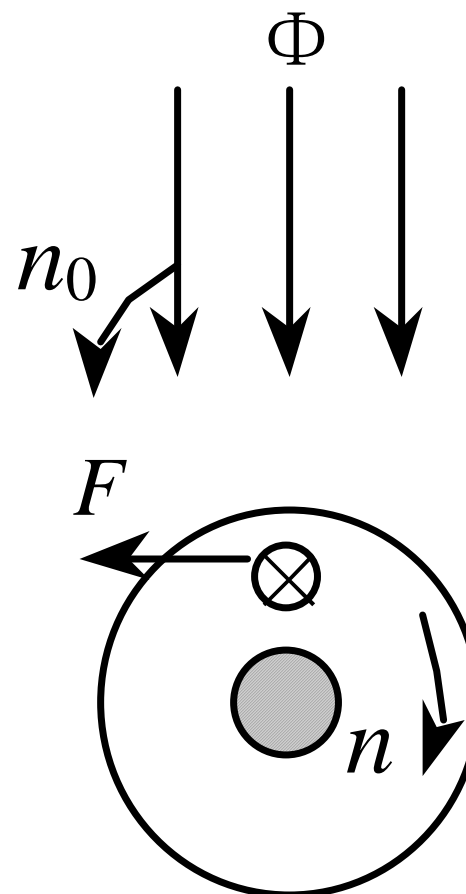
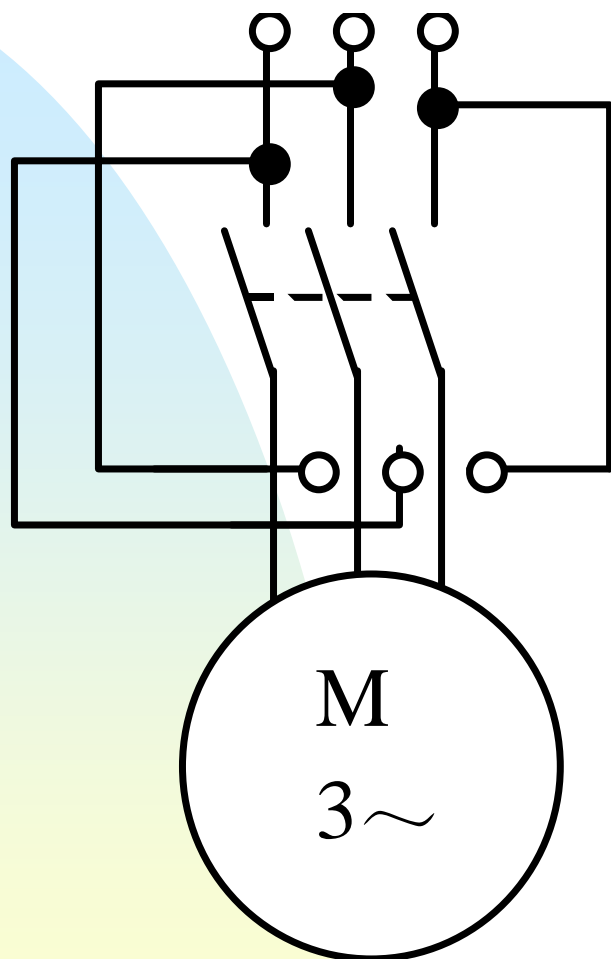


2. 反接制动

电动机停车时将三相电源中的任意两相对调，使电动机产生的旋转磁场改变方向，电磁转矩方向也随之改变，成为制动转矩。

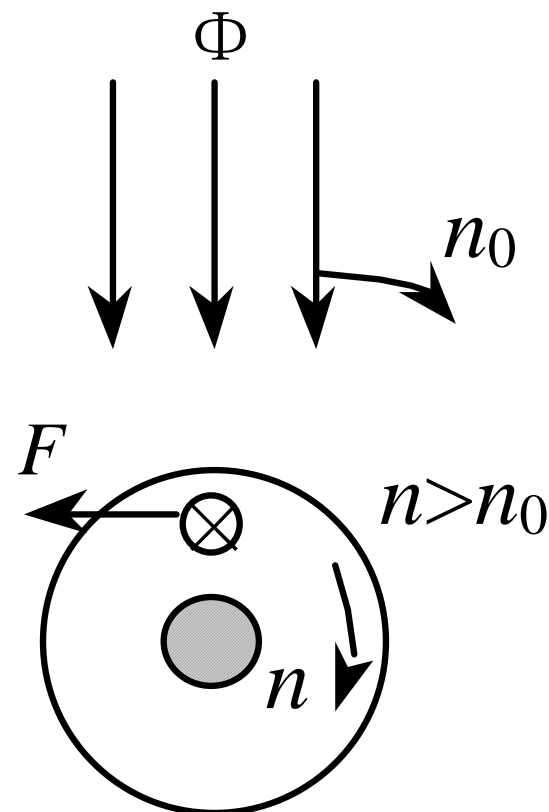
注意：当电动机转速接近为零时，要及时断开电源防止电动机反转。

特点：简单，制动效果好，但由于反接时旋转磁场与转子间的相对运动加快，因而电流较大。对于功率较大的电动机制动时必须在定子电路（鼠笼式）或转子电路（绕线式）中接入电阻，用以限制电流。



3. 发电反馈制动

电动机转速超过旋转磁场的转速时，电磁转矩的方向与转子的运动方向相反，从而限制转子的转速，起到了制动作用。因为当转子转速大于旋转磁场的转速时，有电能从电动机的定子返回给电源，实际上这时电动机已经转入发电机运行，所以这种制动称为发电反馈制动。





7.4 三相异步电动机的 选择与使用

7.4.1 三相异步电动机的铭牌

三相异步电动机

型 号	Y132M-4	功 率	7.5kW	频 率	50Hz
电 压	380V	电 流	15.4A	接 法	Δ
转 速	1440r/min	绝缘等级	B	工作方式	连续
	年 月 日	编 号			××电机厂

型
号:

三相异步电动机 Y 132 M—4 磁极数（4 极）
机座中心高度（132mm） 机座长度代号（中机座）





功率：电动机在铭牌规定条件下正常工作轴上输出的机械功率，称为额定功率或容量。

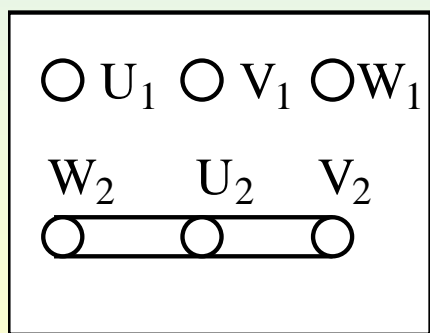
电压：电动机的额定线电压。

电流：电动机在额定状态下运行时的线电流。

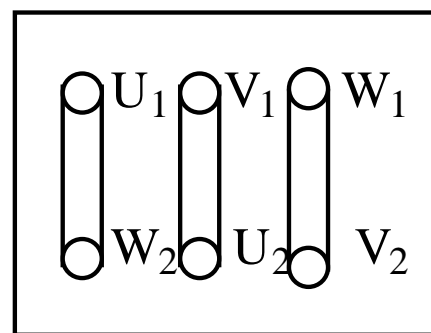
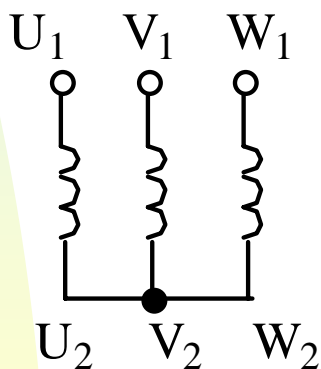
频率：电动机所接交流电源的频率。。

转速：额定转速。

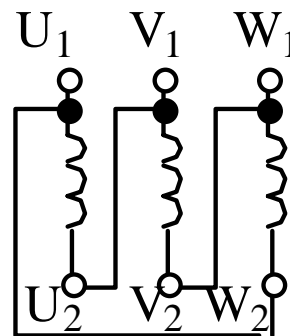
接线方法：



(a) 星型连接



(b) 三角形连接



7.4.2 三相异步电动机的选择



合理选择电动机关系到生产机械的安全运行和投资效益。可根据生产机械所需功率选择电动机的容量，根据工作环境选择电动机的结构形式，根据生产机械对调速、起动的要求选择电动机的类型，根据生产机械的转速选择电动机的转速。



7.4.3 电动机的安装与接地



电动机的安装应遵循如下原则：

(1) 有大量尘埃、爆炸性或腐蚀性气体、环境温度 40°C 以上以及水中作业等场所，应该选择具有合适防护型式的电动机。

(2) 一般场所安装电动机，要注意防止潮气。不得已的情况下要抬高基础，安装换气扇排潮。

(3) 通风条件要良好。环境温度过高会降低电动机的效率，甚至使电动机过热烧毁。

(4) 灰尘少。灰尘会附在电动机的线圈上，使电动机绝缘电阻降低、冷却效果恶化。

(5) 安装地点要便于对电动机的维护、检查。



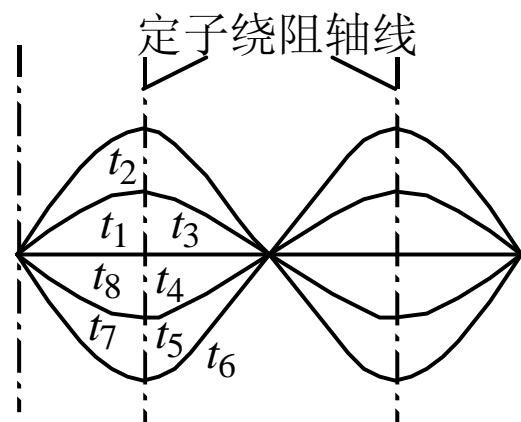
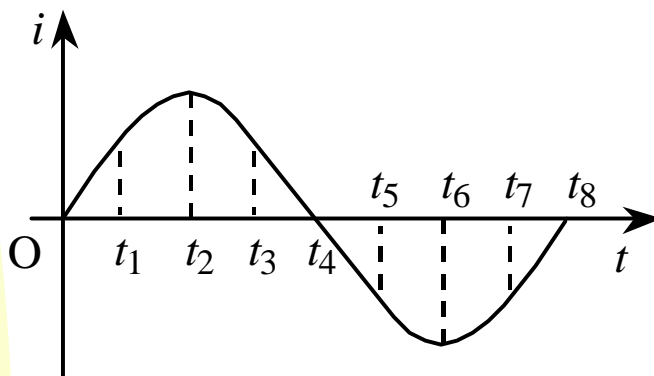
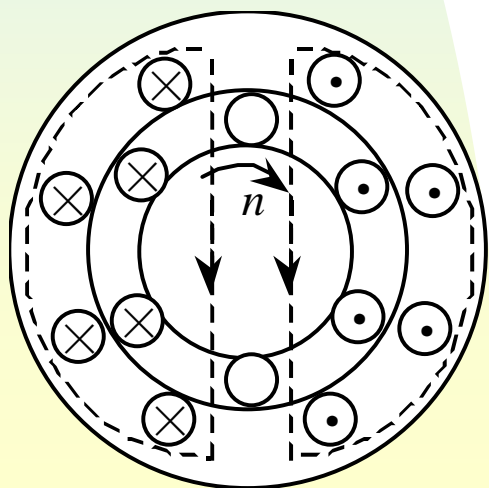
电动机的绝缘如果损坏，运行中机壳会带电。一旦机壳带电而电动机又没有良好的接地装置，当操作人员接触到机壳时，就会发生触电事故。因此，电动机的安装、使用一定要有接地保护。在电源中性点直接接地系统，采用保护接中性线，在电动机密集地区应将中性线重复接地。在电源中性点不接地系统，应采用保护接地。



7.5 单相异步电动机

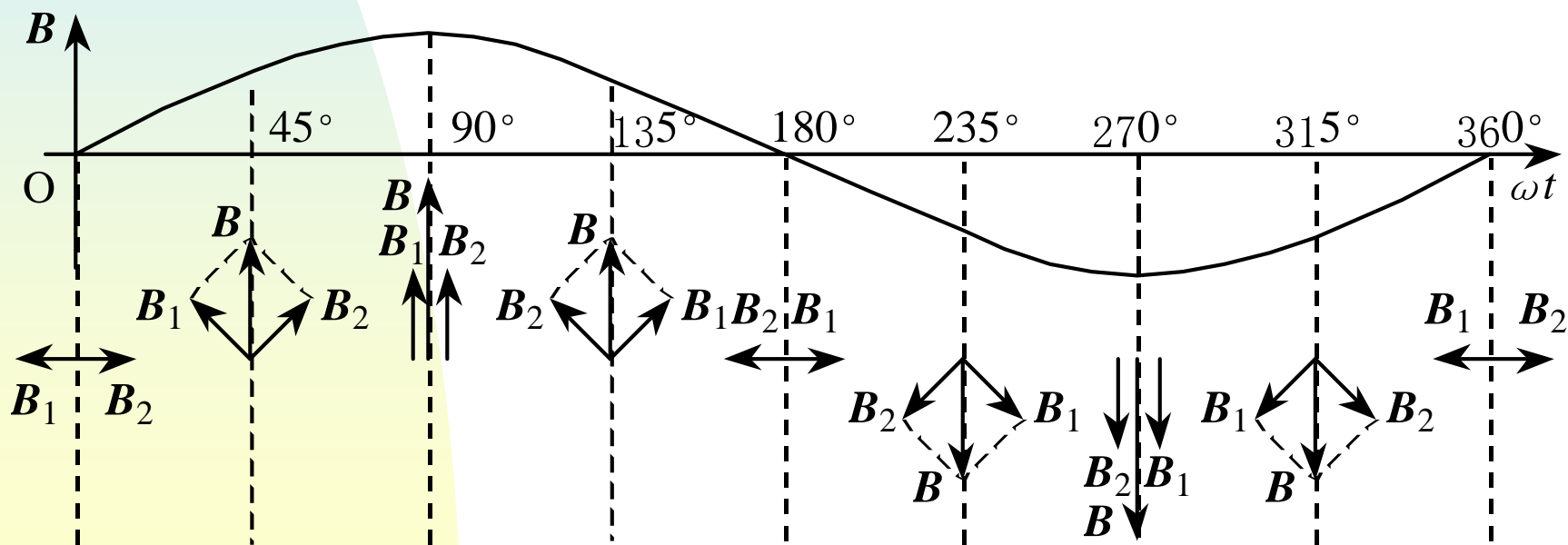
7.5.1 单相异步电动机的工作原理与特性

在单相异步电动机的定子绕组通入单相交流电，电动机内产生一个大小及方向随时间沿定子绕组轴线方向变化的磁场，称为脉动磁场。





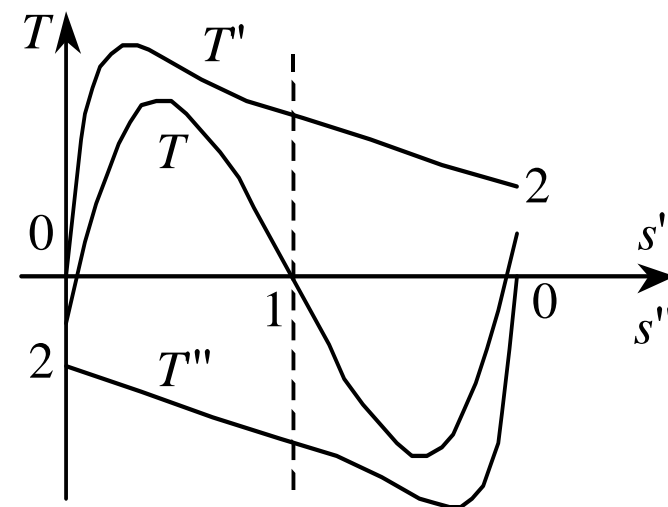
脉动磁场可以分解为两个大小一样、转速相等反的旋转磁场 B_1 、 B_2 。顺时针方向转动的旋转磁场 B_1 对转子产生顺时针方向的电磁转矩；逆时针方向转动的旋转磁场 B_2 对转子产生逆时针方向的电磁转矩。由于在任何时刻这两个电磁转矩都大小相等、方向相反，所以电动机的转子是不会转动的，也就是说单相异步电动机的起动转矩为零。





但一旦让单相异步电动机转动起来，由于顺时针旋转磁场 B_1 和逆时针旋转磁场 B_2 产生的合成电磁转矩不再为零，在这个合成转矩的作用下，即使不需要其它的外在因素，单相异步电动机仍将沿着原来的运动方向继续运转。

由于单相异步电动机总有一个反向的制动转矩存在，所以其效率和负载能力都不及三相异步电动机。



单相异步电动机的机械特性



7.5.2 单相异步电动机的起动

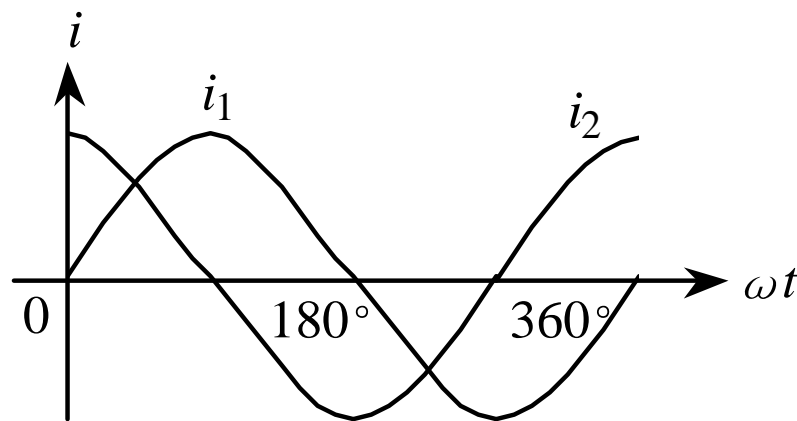
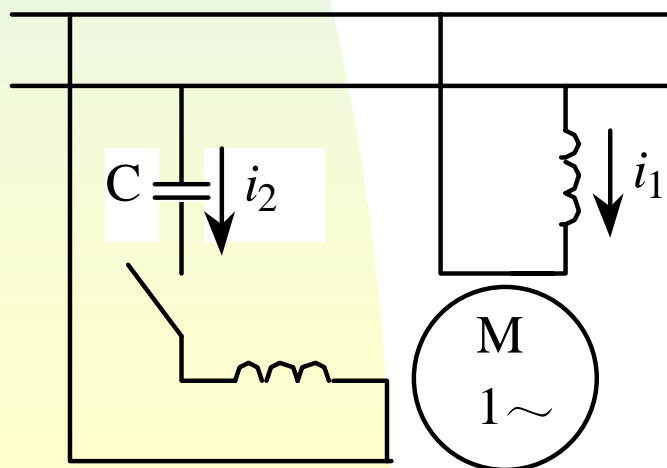


1. 分相法

电容分相式异步电动机的定子有两个绕组：一个是工作绕组（主绕组）；另一个是起动绕组（副绕组），两个绕组在空间互成 90° 。起动绕组与电容 C 串联，使起动绕组电流 i_2 和工作绕组电流 i_1 产生 90° 相位差，即：

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin \omega t$$

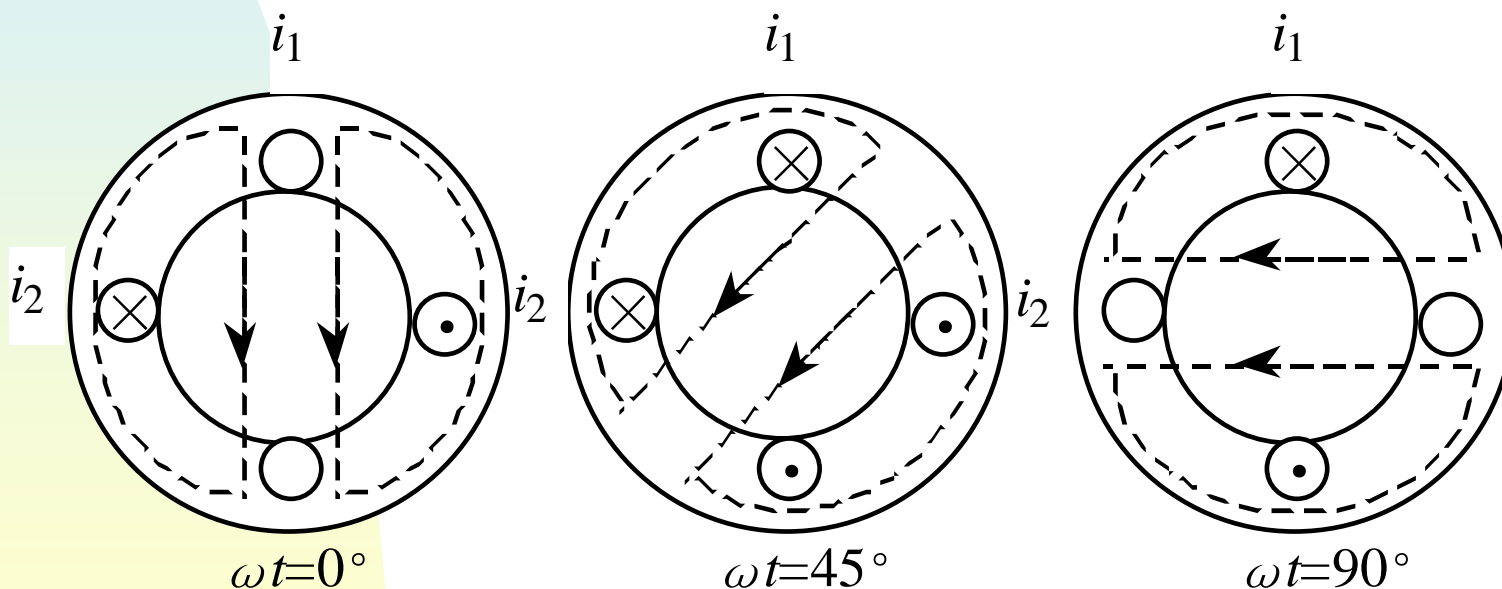
$$i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin(\omega t + 90^\circ)$$





下图所示分别为 $\omega t=0^\circ$ 、 45° 、 90° 成磁场的方向，由图可见该磁场随着时间的增长顺时针方向旋转。这样一来，单相异步电动机就可以在该旋转磁场的作用下起动了。

。





2. 罩极法

罩极法是在单相异步电动机定子磁极的极面上约 $1/3$ 处套装了一个铜环（短路环），套有短路环的磁极部分叫做罩极。当定子绕组通入电流产生脉动磁场后，有一部分磁通穿过铜环，使铜环内产生感应电动势和感应电流。根据楞次定律，铜环中的感应电流所产生的磁场，阻止铜环部分磁通的变化，结果使得没套铜环的那部分磁极中的磁通与套有铜环的这部分磁极内的磁通有了相位差，罩极外的磁通超前罩极内的磁通一个相位角。随着定子绕组中电流变化率的改变，单相异步电动机定子磁场的方向也就不断发生变化，在电动机内形成了一个旋转磁场。在这个旋转磁场的作用下，电动机的转子就能够启动起来了。



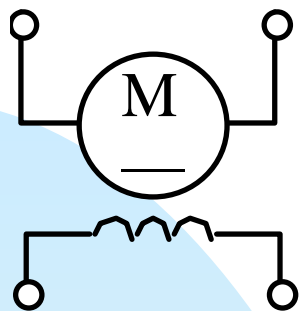
7.6 直流电动机

7.6.1 直流电动机的结构及分类

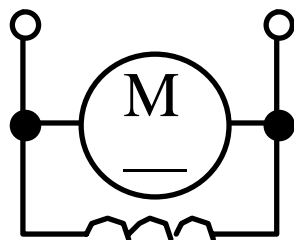
三相异步电动机也由定子和转子构成。

定子的主要作用是产生磁场，包括主磁极、换向磁极、机座和电刷等。主磁极由铁心和励磁线圈组成，用于产生一个恒定的主磁场。换向磁极安装在两个相邻的主磁极之间，用来减小电枢绕组换向时产生的火花。电刷装置的作用是通过与换向器之间的滑动接触，把直流电压、直流电流引入或引出电枢绕组。

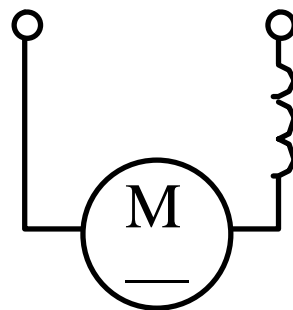
转子由电枢铁心、电枢绕组和换向器等组成。电枢铁心上冲有槽孔，槽内放电枢绕组，电枢铁心也是直流电动机磁路的组成部分。电枢绕组的一端装有换向器，换向器由许多铜质换向片组成一个圆柱体，换向片之间用云母绝缘。换向器是直流电动机的重要构造特征，换向器通过与电刷的摩擦接触，将两个电刷之间固定极性的直流电流变换成为绕组内部的交流电流，以便形成固定方向的电磁转矩。



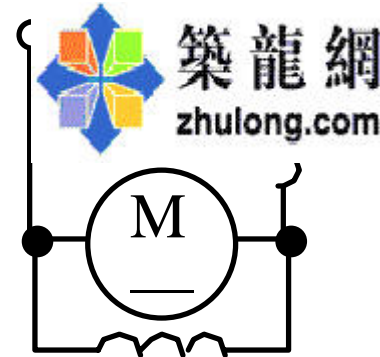
(a) 他励式



(b) 并励式



(c) 串励式



(d) 复励式

他励式电动机构造比较复杂，一般用于对调速范围要求很宽的重型机床等设备中。

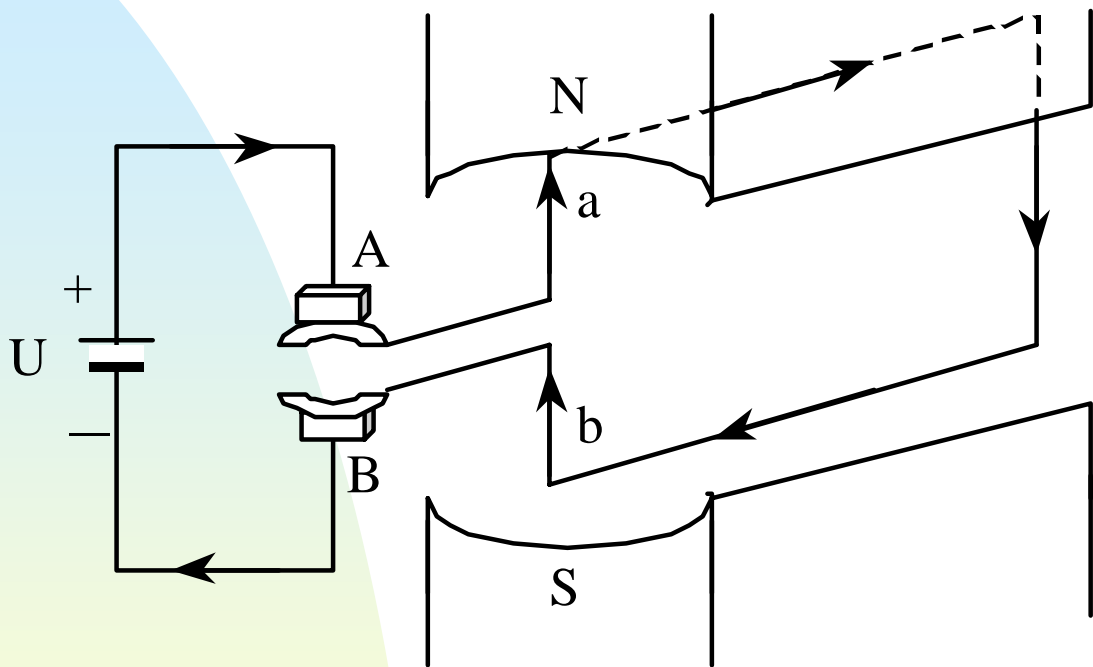
并励式电动机在外加电压一定的情况下，励磁电流产生的磁通将保持恒定不变。起动转矩大，负载变动时转速比较稳定，转速调节方便，调速范围大。

串励式电动机的转速随转矩的增加，呈显著下降的软特性，特别适用于起重设备。

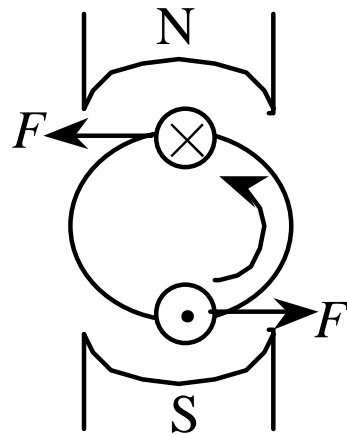
积复励电动机的电磁转矩变化速度较快，负载变化时能够有效克服电枢电流的冲击，比并励式电动机的性能优越，主要用于负载力矩有突然变化的场合。差复励电动机具有负载变化时转速几乎不变的特性，常用于要求转速稳定的机械中。

7.6.2 直流电动机的工作原理和机械特性

1. 直流电动机的转动原理

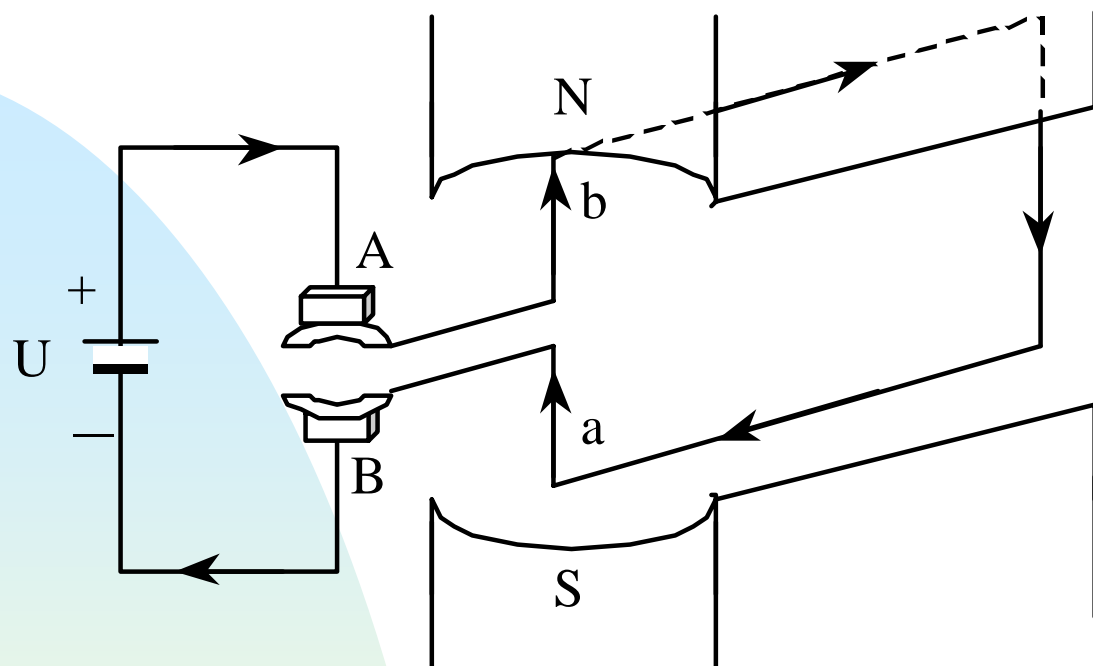


(a) 直流电动机原理图

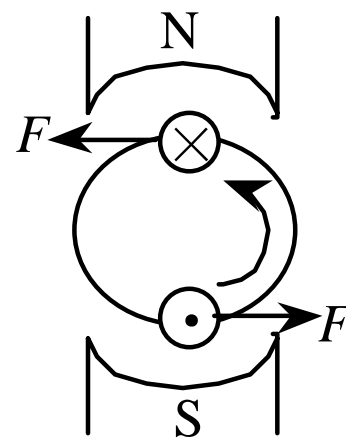


(b) 线圈受力方向

接通直流电压 U 时，直流电流为从 a 边流入， b 边流出，由于 a 边处于 N 极之下， b 边处于 S 极之下，则线圈受到电磁力而形成一个逆时针方向的电磁转矩 T ，使电枢绕组绕轴线方向逆时针转动。



(a) 直流电动机原理图



(b) 线圈受力方向

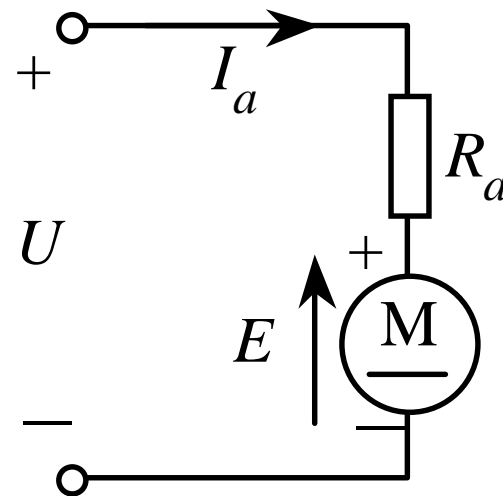
当电枢转动半周后，a边处于S极之下，而b边处于N极之下。由于采用了电刷和换向器装置，此时电枢中的直流电流方向变为从b边流入，从a边流出。电枢仍受到一个逆时针方向的电磁转矩 T 的作用，继续绕轴线方向逆时针转动。

2. 电磁转矩与电压平衡方程

$$T = C_m \Phi I_a$$

$$E = C_e \Phi n$$

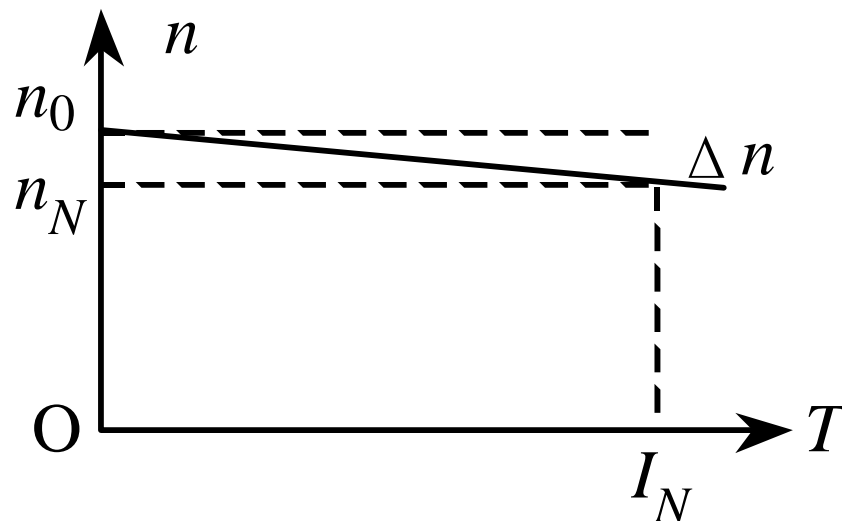
$$U = E + I_a R_a$$



直流电动机电枢等效电路

3. 机械特性

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{E}{C_e \Phi} \\
 &= \frac{U - I_a R_a}{C_e \Phi} \\
 &= \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_a}{C_e \Phi} I_a \\
 &= \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_a}{C_e C_m \Phi^2} T \\
 &= n_0 - \Delta n
 \end{aligned}$$



直流电动机具有
硬的机械特性。

例：一直流电动机额定电压 $U = 110 \text{ V}$ ，
电流 $I_a = 10 \text{ A}$ ，电枢电阻 $R_a = 0.5 \text{ } \Omega$ ，求起动瞬间
的电流及正常运转时的反电动势。

解：直接起动时的起动电流：

$$I_{st} = \frac{U}{R_a} = \frac{110}{0.5} = 220 \text{ A}$$

正常运转时的反电动势：

$$E = U - I_a R_a = 110 - 10 \times 0.5 = 105 \text{ V}$$

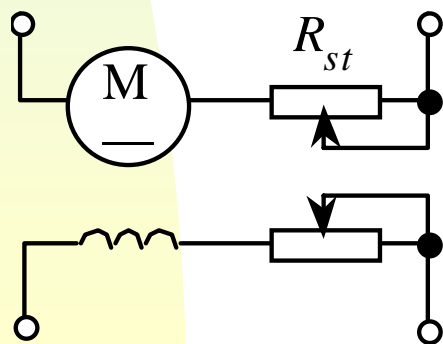
7.6.3 直流电动机的运行与控

1. 直流电动机的起动

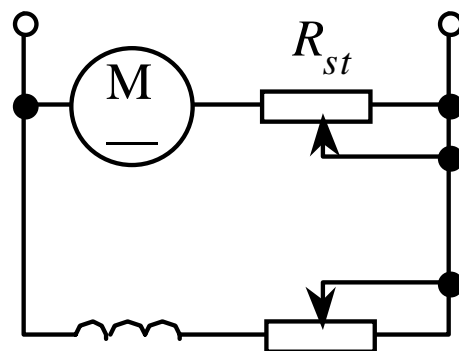
直流电动机直接起动时的起动电流很大，达到额定电流的10~20倍，因此必须限制起动电流。限制起动电流的方法就是起动时在电枢电路中串接起动电阻 R_{st} 。起动电阻的值：

$$R_{st} = \frac{U}{I_{st}} - R_a$$

一般规定起动电流不应超过额定电流的1.5~2.5倍。起动时将起动电阻调至最大，待起动后，随着电动机转速的上升将起动电阻逐渐减小。



(a) 他励式



(b) 并励式

2. 直流电动机的调速

根据直流电动机的转速公式 $n = (U - I_a R_a) / C_e \Phi$ ，可知直流电动机的调速方法有3种：改变磁通 Φ 调速、改变电枢电压 U 调速和电枢串联电阻调速。

改变磁通调速的优点是调速平滑，可做到无级调速；调速经济，控制方便；机械特性较硬，稳定性较好。但由于电动机在额定状态运行时磁路已接近饱和，所以通常只是减小磁通将转速往上调，调速范围较小。

改变电枢电压调速的优点是不改变电动机机械特性的硬度，稳定性好；控制灵活、方便，可实现无级调速；调速范围较宽，可达到6~10。但电枢绕组需要一个单独的可调直流电源，设备较复杂。

电枢串联电阻调速方法简单、方便，但调速范围有限，机械特性变软，且电动机的损耗增大太多，因此只适用于调速范围要求不大的中、小容量直流电动机的调速场合。

3. 直流电动机的制动

直流电动机的制动也有能耗制动、反接制动和发电反馈制动3种。

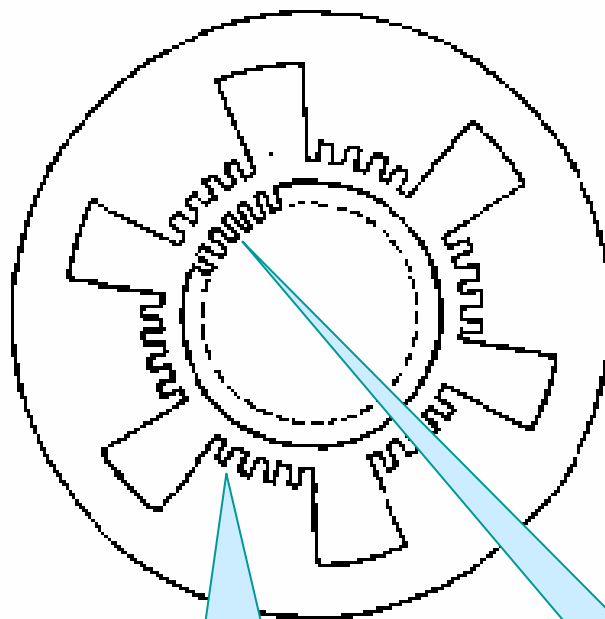
能耗制动是在停机时将电枢绕组接线端从电源上断开后立即与一个制动电阻短接，由于惯性，短接后电动机仍保持原方向旋转，电枢绕组中的感应电动势仍存在并保持原方向，但因为没有外加电压，电枢绕组中的电流和电磁转矩的方向改变了，即电磁转矩的方向与转子的旋转方向相反，起到了制动作用。

反接制动是在停机时将电枢绕组接线端从电源上断开后立即与一个相反极性的电源相接，电动机的电磁转矩立即变为制动转矩，使电动机迅速减速至停转。

发电反馈制动是在电动机转速超过理想空载转速时，电枢绕组内的感应电动势将高于外加电压，使电机变为发电状态运行，电枢电流改变方向，电磁转矩成为制动转矩，限制电机转速过分升高。

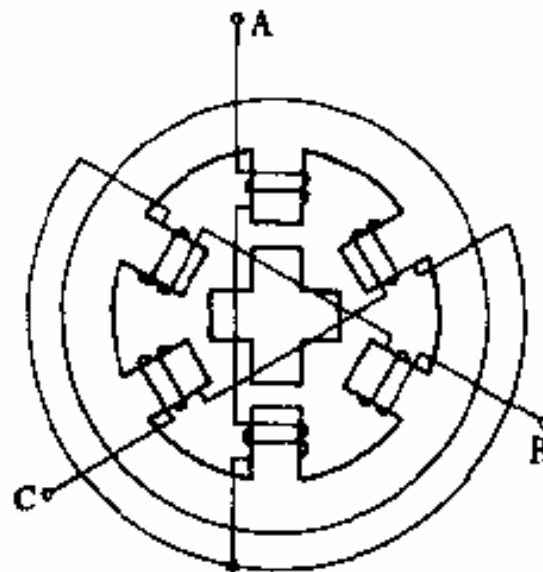
7.7 步进电动机

7.7.1 步进电动机的结构



定子磁极

转子齿

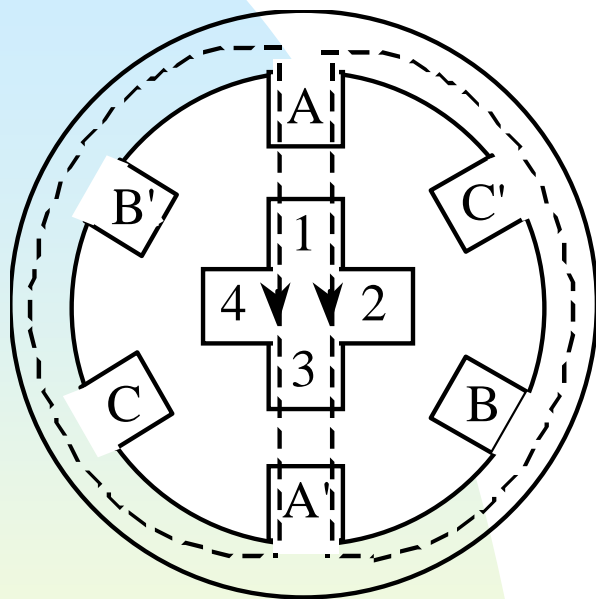


接线方式

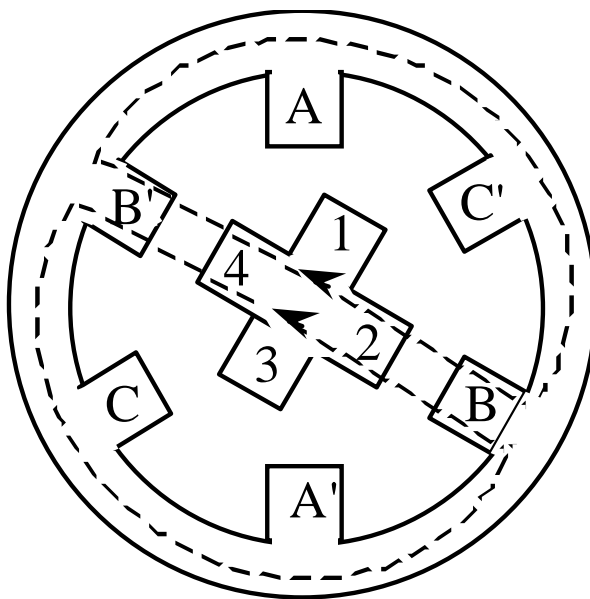
7.7.2 步进电动机的工作原理



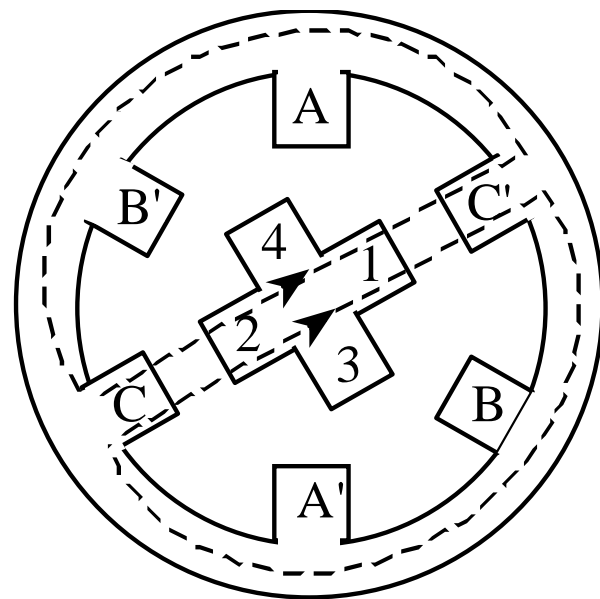
1. 单三拍控制方式



(a) A 相通电



(b) B 相通电



(c) C 相通电

按照**A→B→C→A...**的顺序通电。每改变一次通电状态，转子顺时针方向转**30°**。如果通电顺序改为**A→C→B→A...**，则电动机反转。



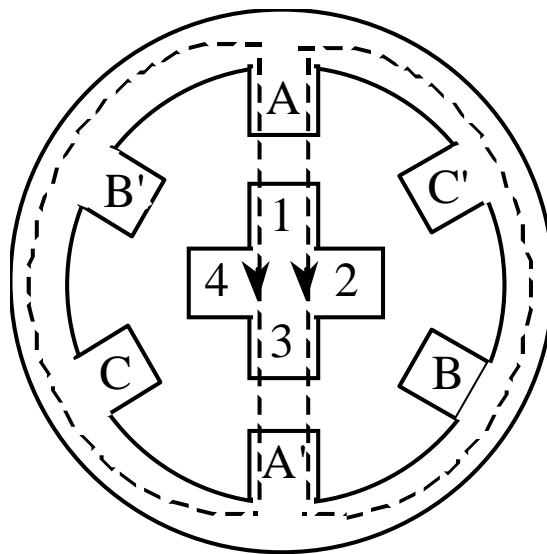
2. 六拍控制方式

按照

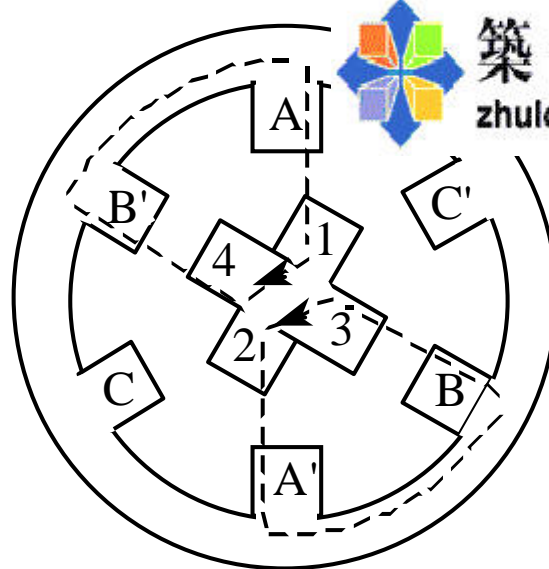
$A \rightarrow AB \rightarrow B \rightarrow B'$

$C \rightarrow C' \rightarrow CA \rightarrow A$

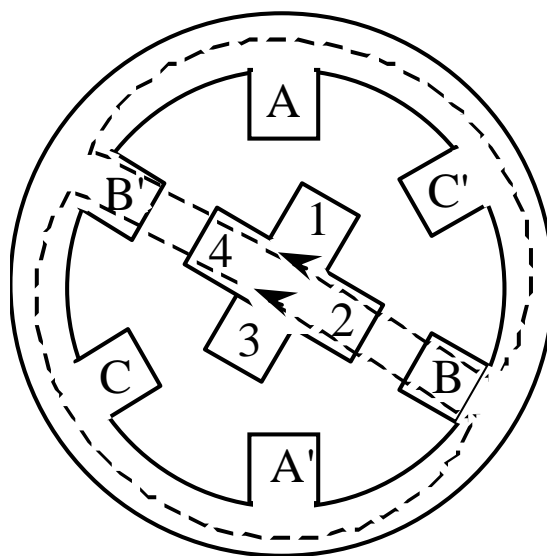
...的顺序通电。每改变一次通电状态，转子顺时针方向转 15° 。若改变通电顺序，则电动机反转。



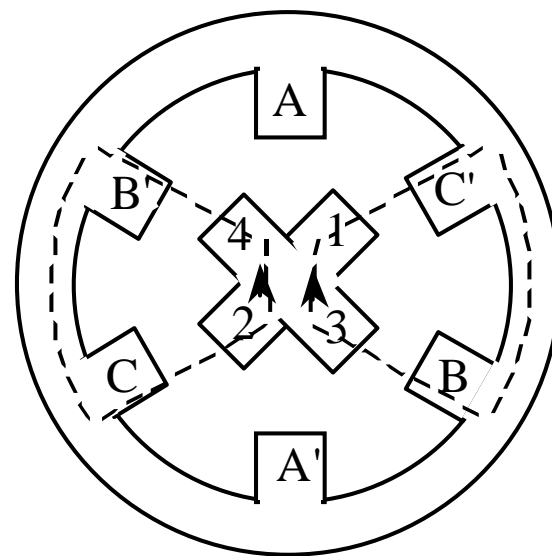
(a) A 相通电



(b) A、B 相通电



(c) B 相通电



(d) B、C 相通电



7.7.3 步进电动机的步距角与转



三相步进电动机的步距角与转子的齿数 z_r 和运行的拍数 m 有如下关系：

$$\theta = \frac{360^\circ}{z_r m}$$

如果脉冲信号的频率为 f ，则步进电动机的转速为：

$$n = \frac{60\theta f}{360^\circ} \text{ r/min}$$





电工技术基础

2004年7月

2007-7-25

第8章 继电接触器控制

学习要点

- 常用控制电器的动作原理及其控制作用
- 鼠笼式三相异步电动机典型控制电路的工作原理

2007-7-25

第8章 继电器控制

- 5.1 常用控制电器
- 5.2 三相异步电动机的基本控制电路

2007-7-25

8.1 常用控制电器

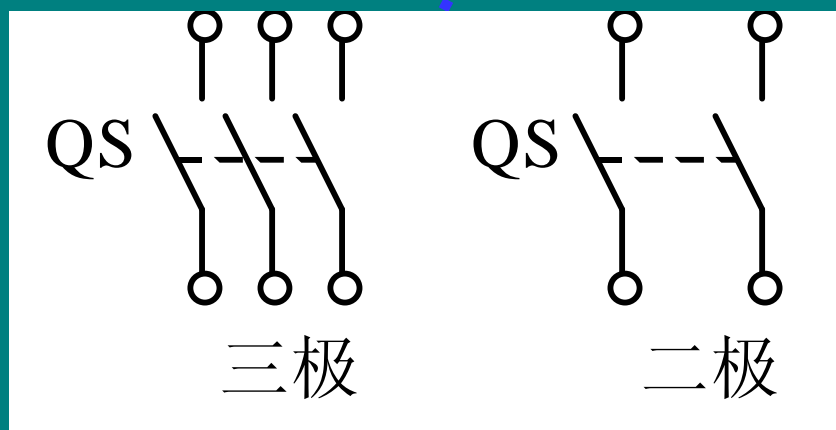
- 对电动机和生产机械实现控制和保护的电工设备叫做控制电器。控制电器的种类很多，按其动作方式可分为手动和自动两类。手动电器的动作是由工作人员手动操纵的，如刀开关、组合开关、按钮等。自动电器的动作是根据指令、信号或某个物理量的变化自动进行的，如中间继电器、交流接触器等。

8.1.1 开关电器

- 开关电器是在控制电路中用于不频繁地接通或断开电路的开关，或用于机床电路电源的引入开关。

1、刀开关

- 刀开关又叫闸刀开关，一般用于不频繁操作的低压电路中，用作接通和切断电源，或用来将电路与电源隔离，有时也用来控制小容量电动机的直接起动与停机。
- 刀开关由闸刀（动触点）、静插座（静触点）、手柄和绝缘底板等组成。



2007-7-25

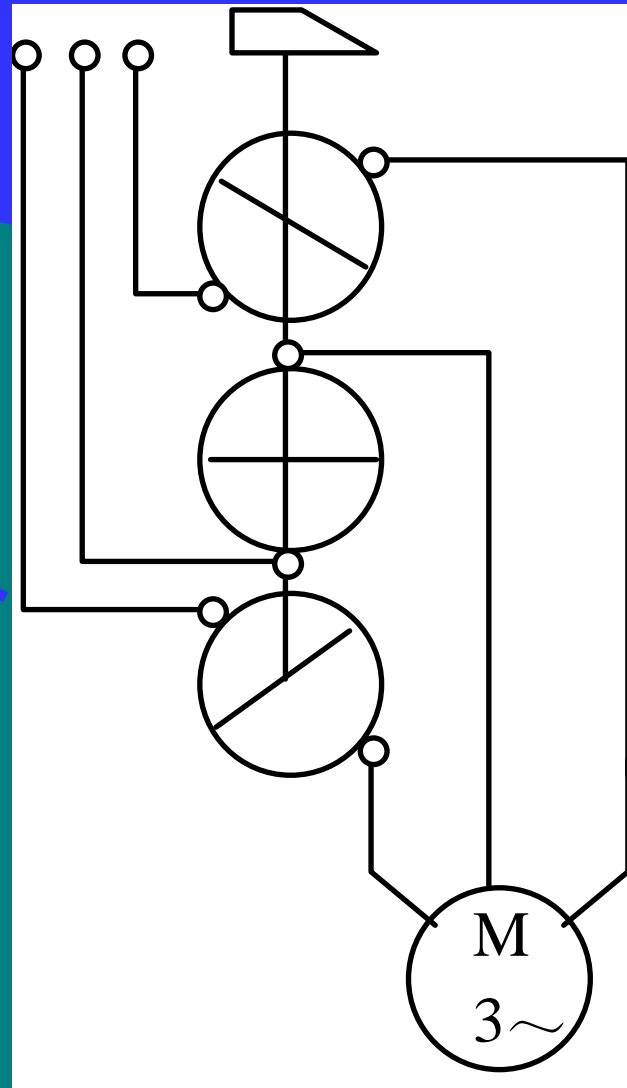


- 刀开关种类很多。按极数分为单极、双极和三极；按结构分为平板式和条架式；按操作方式分为直接手柄操作式、杠杆操作机构式和电动操作机构式；按转换方向分为单投和双投等。
- 刀开关一般与熔断器串联使用，以便在短路或过负荷时熔断器熔断而自动切断电路。
- 刀开关额定电压通常为250V和500V，额定电流在1500A以下。
- 安装刀开关时，电源线应接在静触点上，负荷线接在与闸刀相连的端子上。对有熔断丝的刀开关，负荷线应接在闸刀下侧熔断丝的另一端，以确保刀开关切断电源后闸刀和熔断丝不带电。在垂直安装时，手柄向上合为接通电源，向下拉为断开电源，不能反装。
- 刀开关的选用主要考虑回路额定电压、长期工作电流以及短路电流所产生的动热稳定性等因素。刀开关的额定电流应大于其所控制的最大负荷电流。用于直接起停3 kW及以下的三相异步电动机时，刀开关的额定电流必须大于电动机额定电流的2倍。

2007-7-25

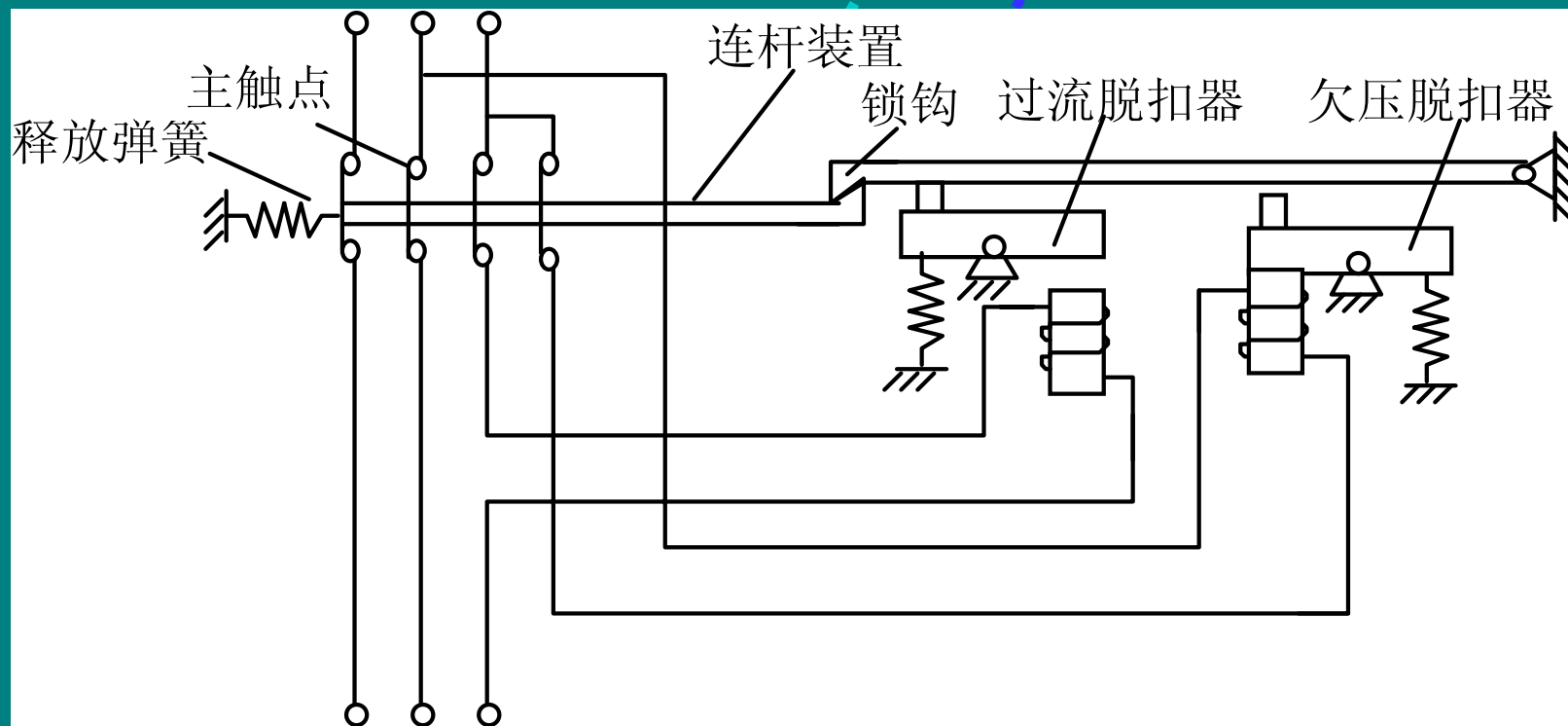
2、组合开关

- 组合开关又叫转换开关，是一种转动式的闸刀开关，主要用于接通或切断电路、换接电源、控制小型鼠笼式三相异步电动机的起动、停止、正反转或局部照明。
- 组合开关有若干个动触片和静触片，分别装于数层绝缘件内，静触片固定在绝缘垫板上，动触片装在转轴上，随转轴旋转而变更通、断位置。



3、自动开关

- 正常情况下过流脱扣器的衔铁是释放着的，严重过载或短路时，线圈因流过大电流而产生较大的电磁吸力，把衔铁往下吸而顶开锁钩，使主触点断开，起过流保护作用。欠压脱扣器在正常情况下吸住衔铁，主触点闭合，电压严重下降或断电时释放衔铁而使主触点断开，实现欠压保护。电源电压正常时，必须重新合闸才能工作。



8.1.2 熔断器

- 熔断器主要作短路或过载保护用，串联在被保护的线路中。线路正常工作时如同一根导线，起通路作用；当线路短路或过载时熔断器熔断，起到保护线路上其他电器设备的作用。
- 选择熔体额定电流的方法如下：
 - (1) 电灯支线的熔体：熔体额定电流 \geq 支线上所有电灯的工作电流之和。
 - (2) 一台电动机的熔体：熔体额定电流 \geq 电动机的起动电流 $\div 2.5$如果电动机起动频繁，则为：熔体额定电流 \geq 电动机的起动电流 $\div (1.6 \sim 2)$
- (3) 几台电动机合用的总熔体：熔体额定电流 $= (1.5 \sim 2.5) \times$ 容量最大的电动机的额定电流 $+ 其余电动机的额定电流之和$

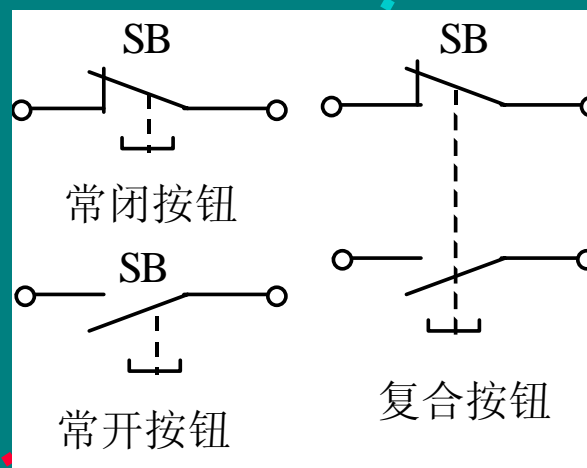
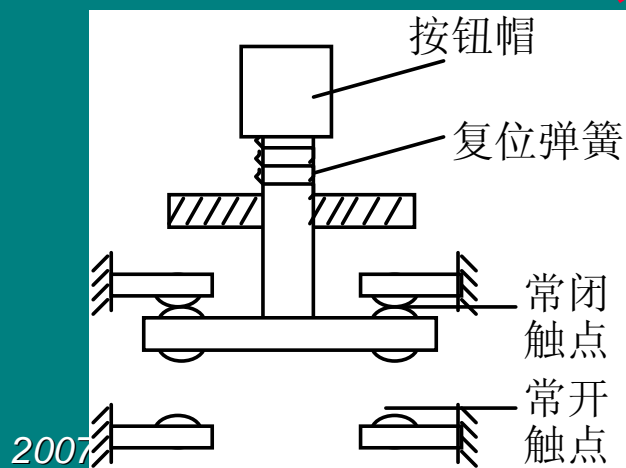
2007-7-25

8.1.3 主令电器

- 主令电器是自动控制系统中用于接通或断开控制电路的电器设备，用以发送控制指令或用作程序控制。

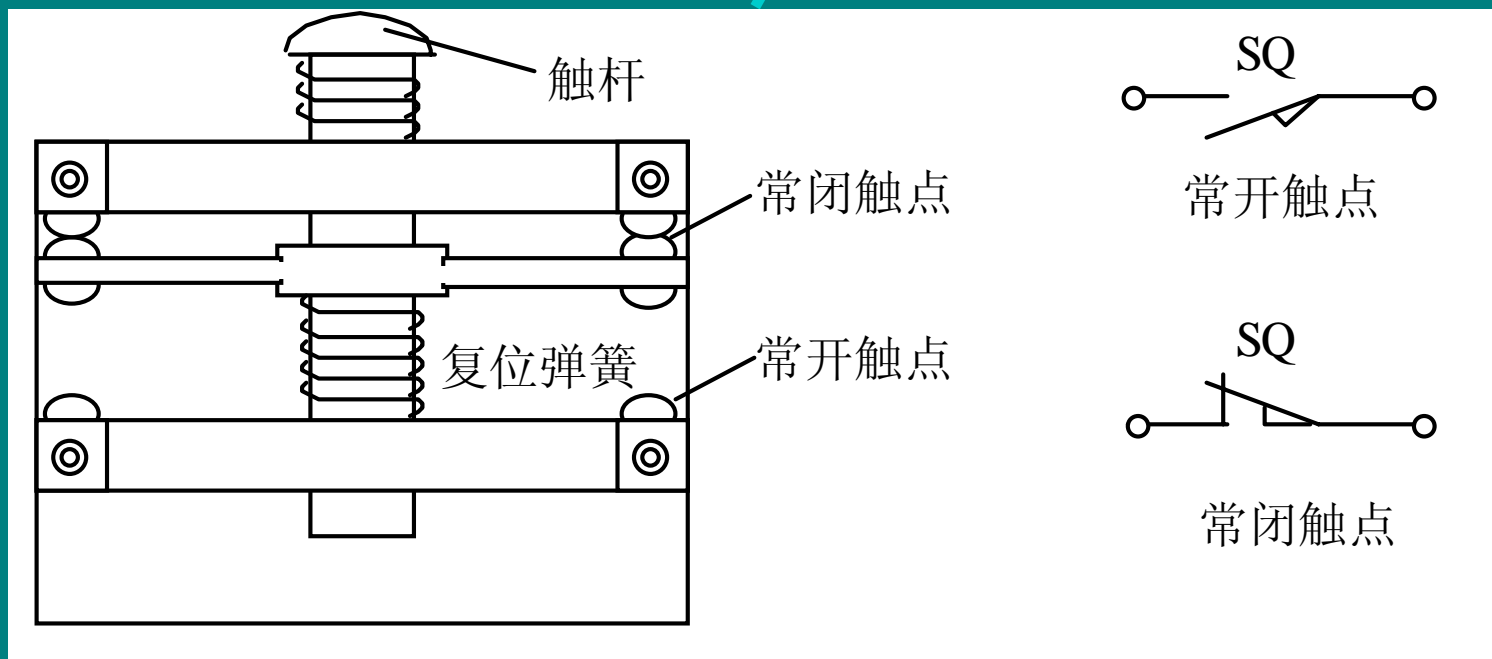
1、按钮

- 按钮的触点分常闭触点（动断触点）和常开触点（动合触点）两种。常闭触点是按钮未按下时闭合、按下后断开的触点。常开触点是按钮未按下时断开、按下后闭合的触点。按钮按下时，常闭触点先断开，然后常开触点闭合；松开后，依靠复位弹簧使触点恢复到原来的位置。



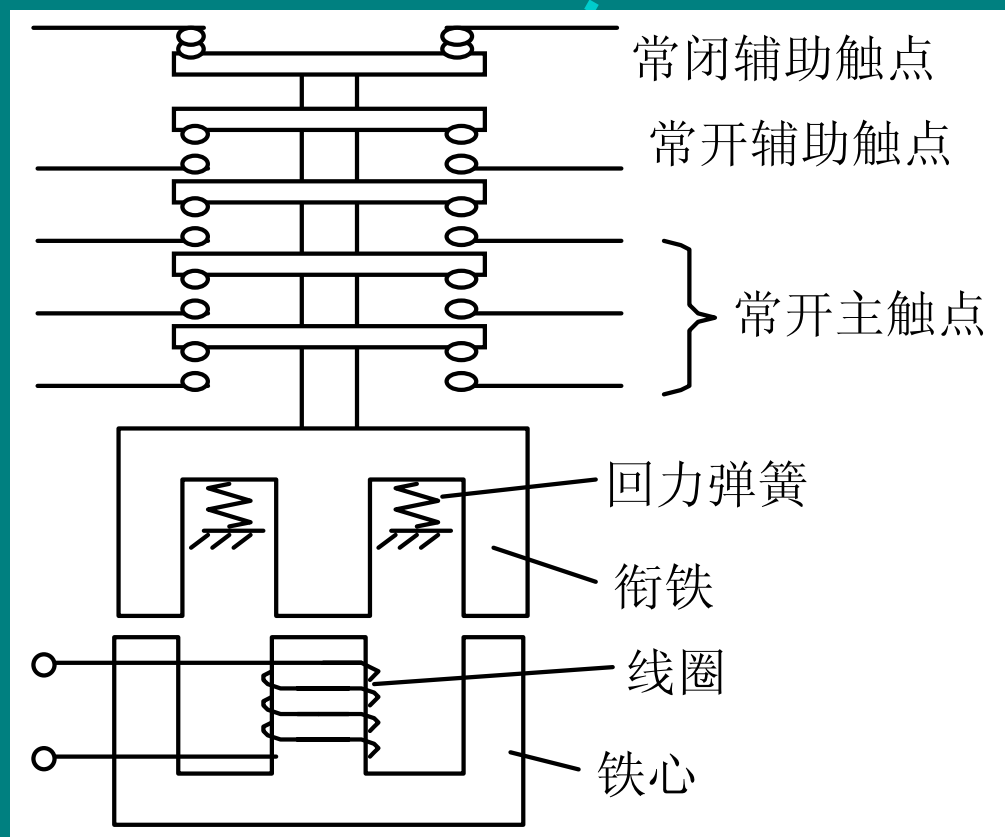
2、行程开关

行程开关也称为位置开关，主要用于将机械位移变为电信号，以实现机械运动的电气控制。当机械的运动部件撞击触杆时，触杆下移使常闭触点断开，常开触点闭合；当运动部件离开后，在复位弹簧的作用下，触杆回复到原来位置，各触点恢复常态。



8.1.4 交流接触器

线圈通电时产生电磁吸引力将衔铁吸下，使常开触点闭合，常闭触点断开。线圈断电后电磁吸引力消失，依靠弹簧使触点恢复到原来的状态。



2007-7-25



根据用途不同，交流接触器的触点分主触点和辅助触点。主触点一般比较大，接触电阻较小，用于接通或分断较大的电流，常接在主电路中；辅助触点一般比较小，接触电阻较大，用于接通或分断较小的电流，常接在控制电路（或称辅助电路）中。有时为了接通和分断较大的电流，在主触点上装有灭弧装置，以熄灭由于主触点断开而产生的电弧，防止烧坏触点。

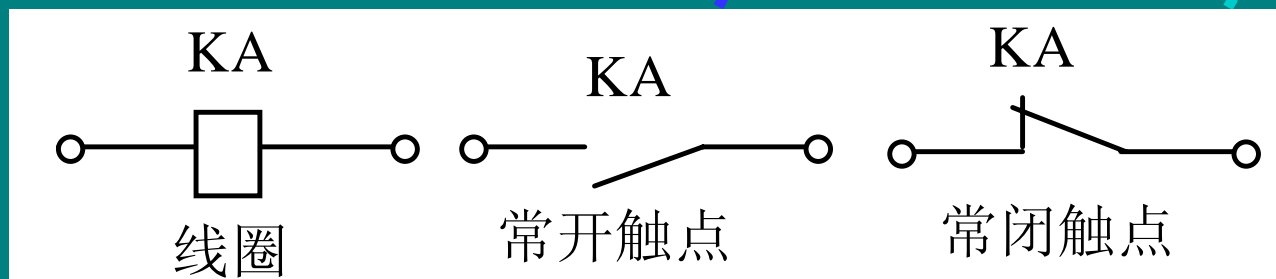
接触器是电力拖动中最主要的控制电器之一。在设计它的触点时已考虑到接通负荷时的起动电流问题，因此，选用接触器时主要应根据负荷的额定电流来确定。如一台Y112M-4三相异步电动机，额定功率4kW，额定电流为8.8A，选用主触点额定电流为10A的交流接触器即可。除电流之外，还应满足接触器的额定电压不小于主电路额定电压。

8.1.5 继电器

继电器是一种根据特定输入信号而动作的自动控制电器，其种类很多，有中间继电器、热继电器、时间继电器等类型。

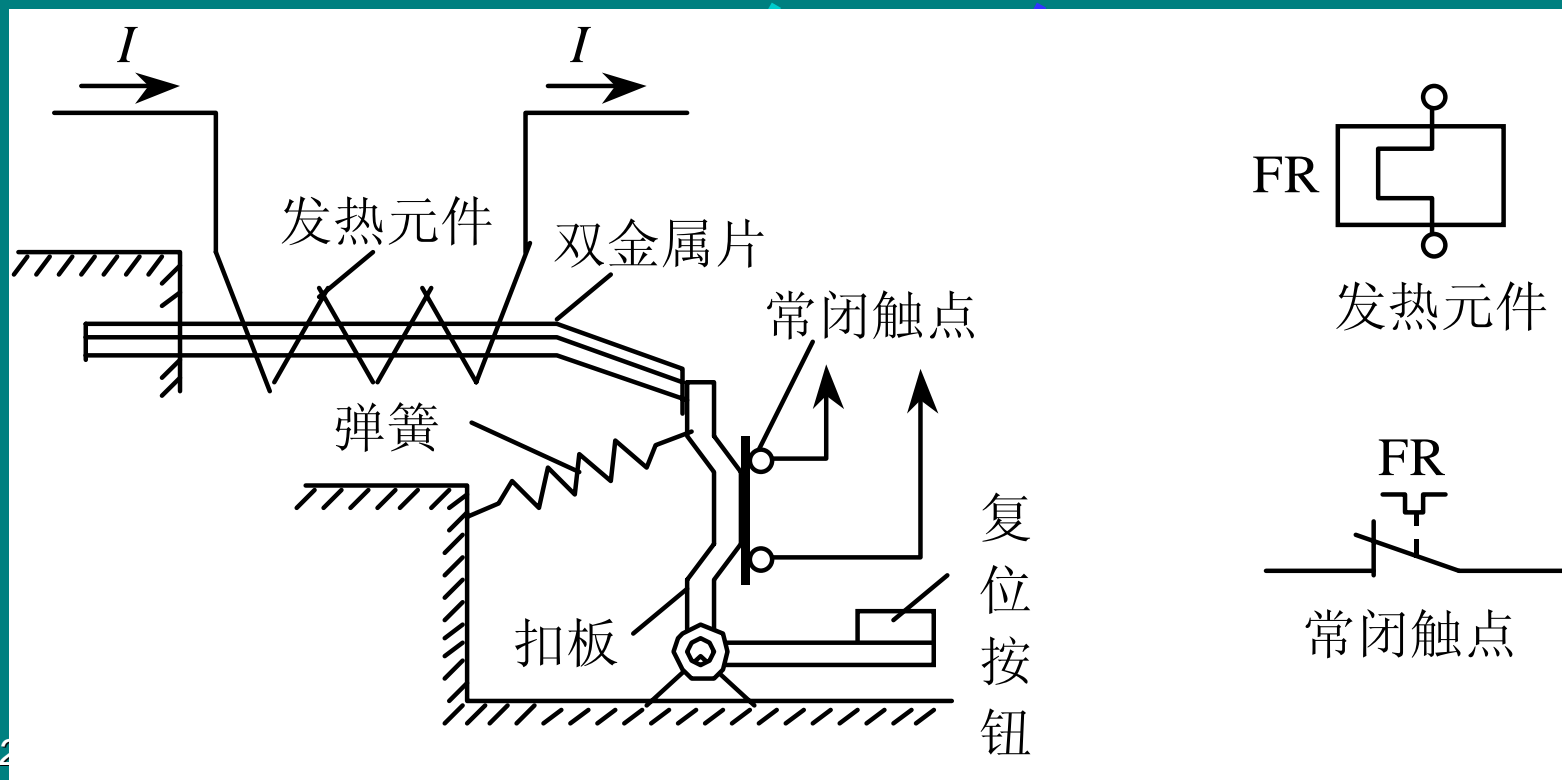
1、中间继电器

中间继电器通常用来传递信号和同时控制多个电路，也可用来直接控制小容量电动机或其他电气执行元件。中间继电器的结构和工作原理与交流接触器基本相同，与交流接触器的主要区别是触点数目多些，且触点容量小，只允许通过小电流。在选用中间继电器时，主要是考虑电压等级和触点数目。



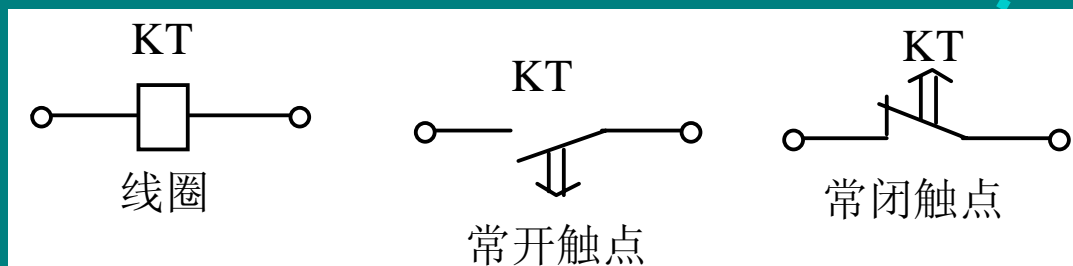
2、热继电器

下层金属膨胀系数大，上层的膨胀系数小。当主电路中电流超过容许值而使双金属片受热时，双金属片的自由端便向上弯曲超出扣板，扣板在弹簧的拉力下将常闭触点断开。触点是接在电动机的控制电路中的，控制电路断开便使接触器的线圈断电，从而断开电动机的主电路。



3、时间继电器

通电延时空气式时间继电器利用空气的阻尼作用达到动作延时的目的。吸引线圈通电后将衔铁吸下，使衔铁与活塞杆之间有一段距离。在释放弹簧作用下，活塞杆向下移动。在伞形活塞的表面固定有一层橡皮膜，活塞向下移动时，膜上面会造成空气稀薄的空间，活塞受到下面空气的压力，不能迅速下移。当空气由进气孔进入时，活塞才逐渐下移。移动到最后一位置时，杠杆使微动开关动作。





8.2 三相异步电动机 的基本控制电路

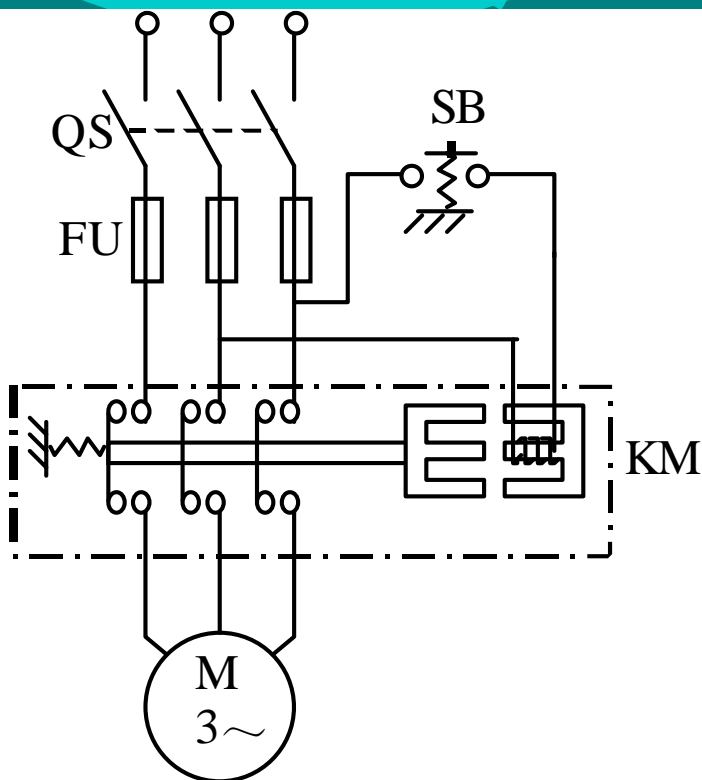
通过开关、按钮、继电器、接触器等电器触点的接通或断开来实现的各种控制叫做继电-接触器控制，这种方式构成的自动控制系统称为继电-接触器控制系统。典型的控制环节有点动控制、单向自锁运行控制、正反转控制、行程控制、时间控制等。

电动机在使用过程中由于各种原因可能会出现一些异常情况，如电源电压过低、电动机电流过大、电动机定子绕组相间短路或电动机绕组与外壳短路等等，如不及时切断电源则可能会对设备或人身带来危险，因此必须采取保护措施。常用的保护环节有短路保护、过载保护、零压保护和欠压保护等。

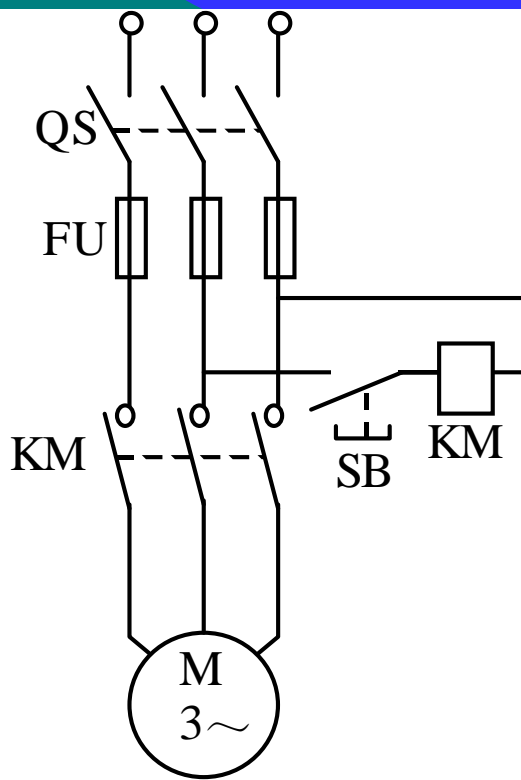
2007-7-25

8.2.1 点动控制和直接启动

1、点动控制



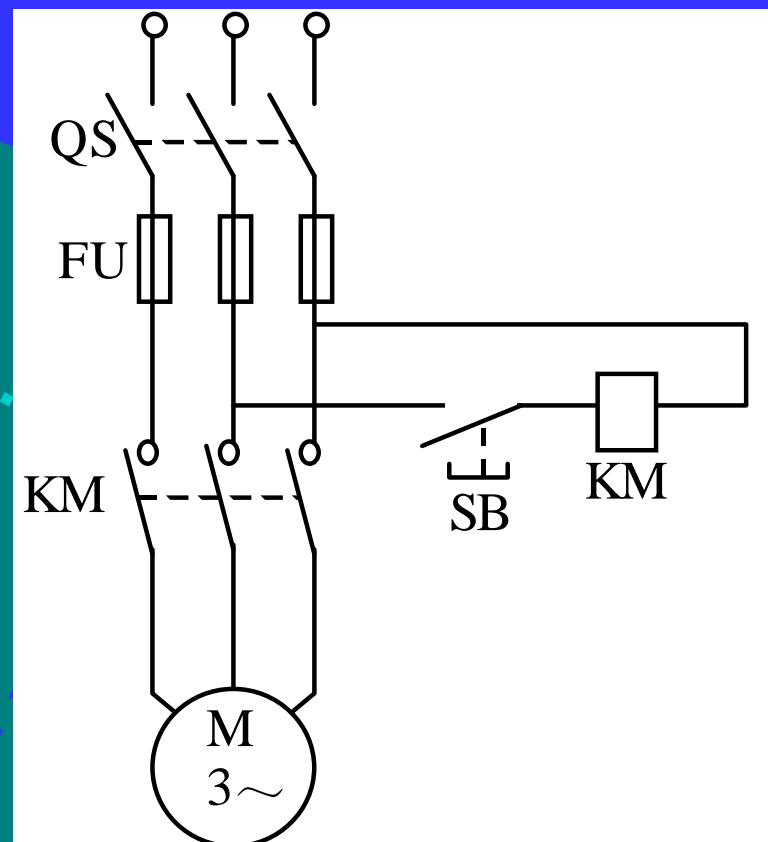
(a) 接线示意图



(b) 电气原理图

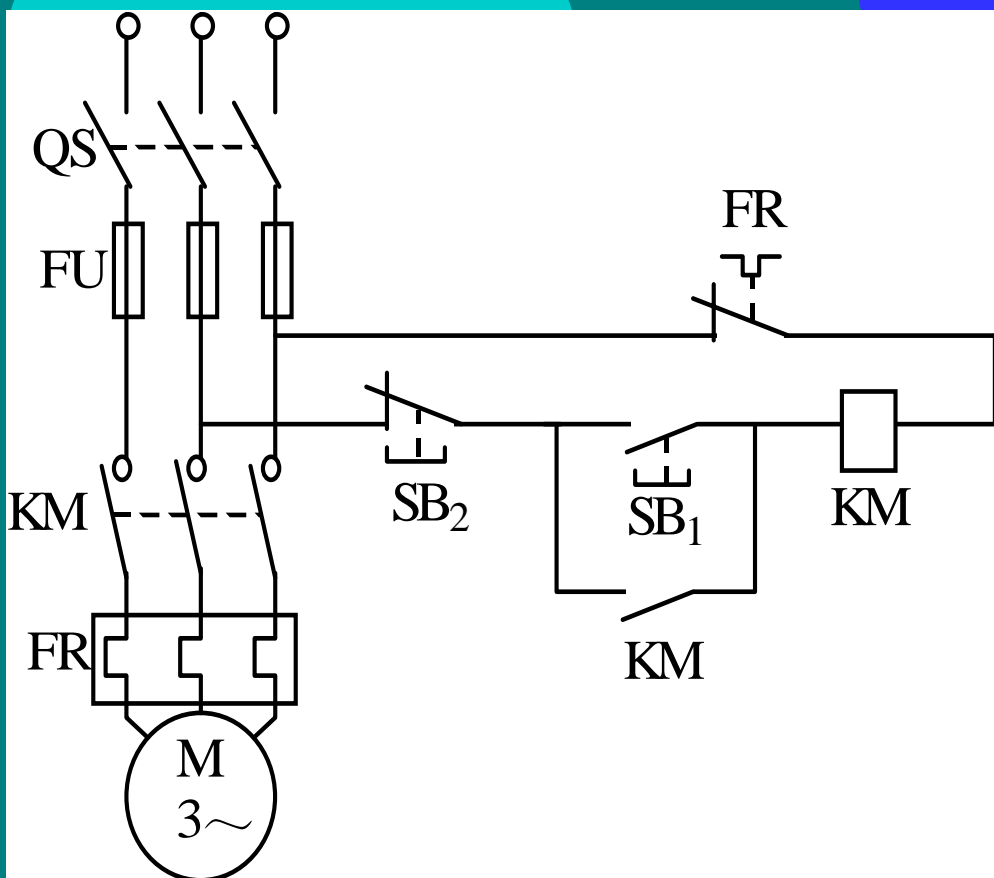
按下按钮SB，接触器KM线圈通电，衔铁吸合，常开主触点接通，电动机定子接入三相电源启动运转。松开按钮SB，接触器KM线圈断电，衔铁松开，常开主触点断开，电动机因断电而停转。

合上开关S，三相电源被引入控制电路，但电动机还不能起动。按下按钮SB，接触器KM线圈通电，衔铁吸合，常开主触点接通，电动机定子接入三相电源起动运转。松开按钮SB，接触器KM线圈断电，衔铁松开，常开主触点断开，电动机因断电而停转。





2、直接起动控制



起动过程：按下 SB_1 ，接触器 KM 线圈通电，与 SB_1 并联的 KM 的辅助常开触点闭合，以保证松开按钮 SB_1 后 KM 线圈持续通电，串联在电动机回路中的 KM 的主触点持续闭合，电动机连续运转，从而实现连续运转控制。

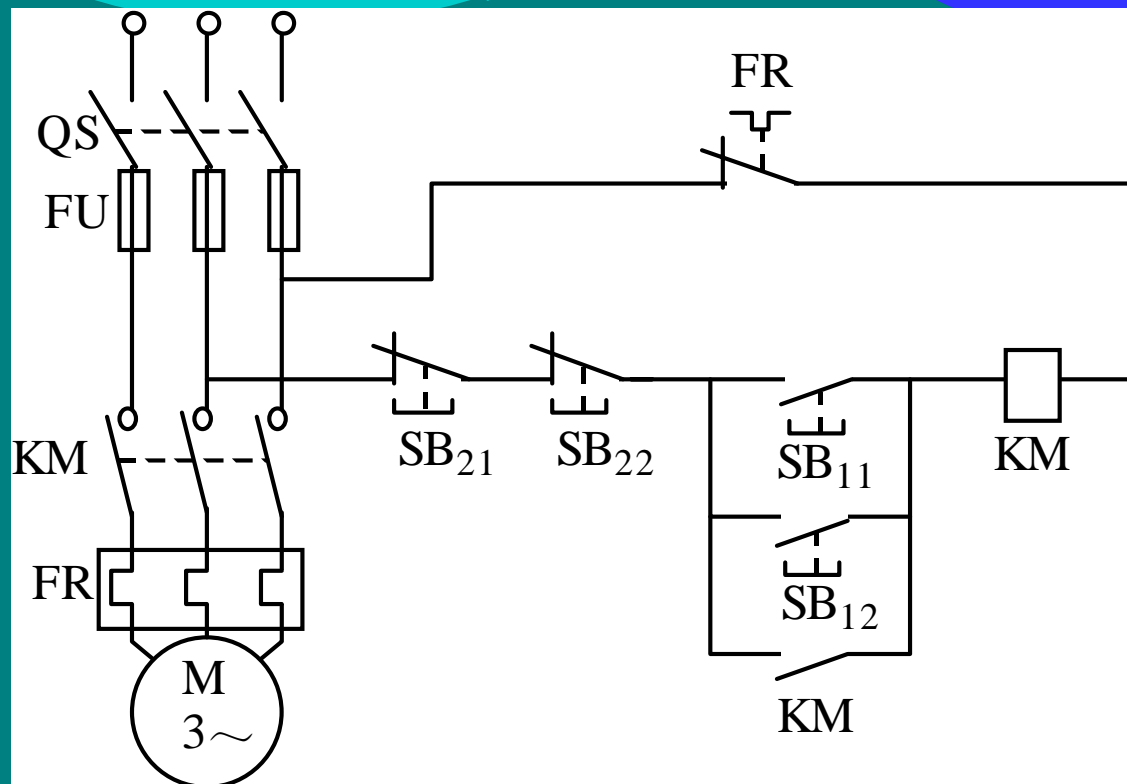
停止过程：按下停止按钮 SB_2 ，接触器 KM 线圈断电，与 SB_1 并联的 KM 的辅助常开触点断开，以保证松开按钮 SB_2 后 KM 线圈持续失电，串联在电动机回路中的 KM 的主触点持续断开，电动机停转。



与 SB_1 并联的KM的辅助常开触点的这种作用称为自锁。
图示控制电路还可实现短路保护、过载保护和零压保护。
起短路保护的是串接在主电路中的熔断器FU。一旦电路发生短路故障，熔体立即熔断，电动机立即停转。
起过载保护的是热继电器FR。当过载时，热继电器的发热元件发热，将其常闭触点断开，使接触器KM线圈断电，串联在电动机回路中的KM的主触点断开，电动机停转。同时KM辅助触点也断开，解除自锁。故障排除后若要重新起动，需按下FR的复位按钮，使FR的常闭触点复位（闭合）即可。
起零压（或欠压）保护的是接触器KM本身。当电源暂时断电或电压严重下降时，接触器KM线圈的电磁吸力不足，衔铁自行释放，使主、辅触点自行复位，切断电源，电动机停转，同时解除自锁。

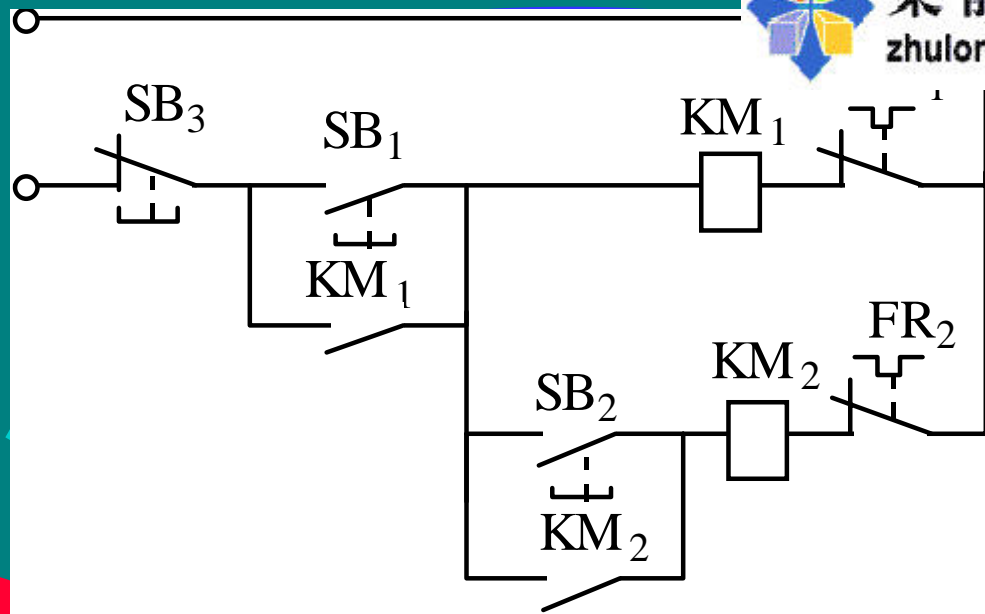
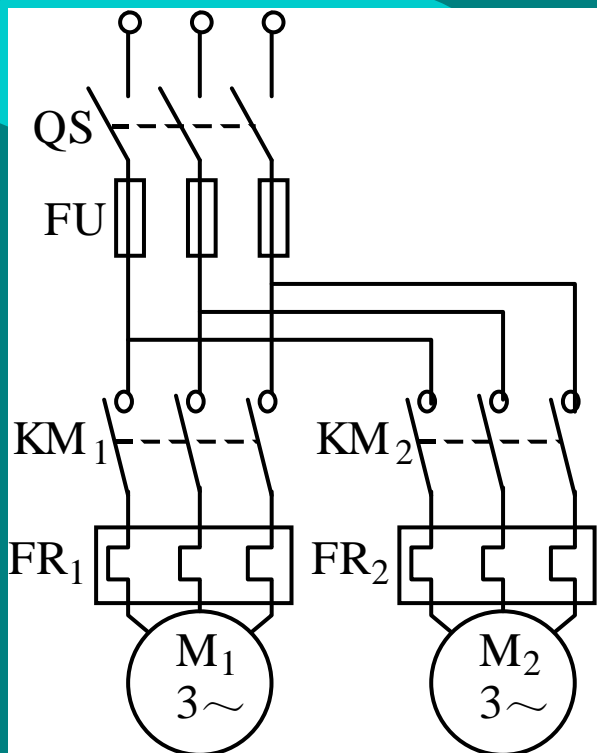
8.2.2 多地控制和顺序控制

1、多地控制



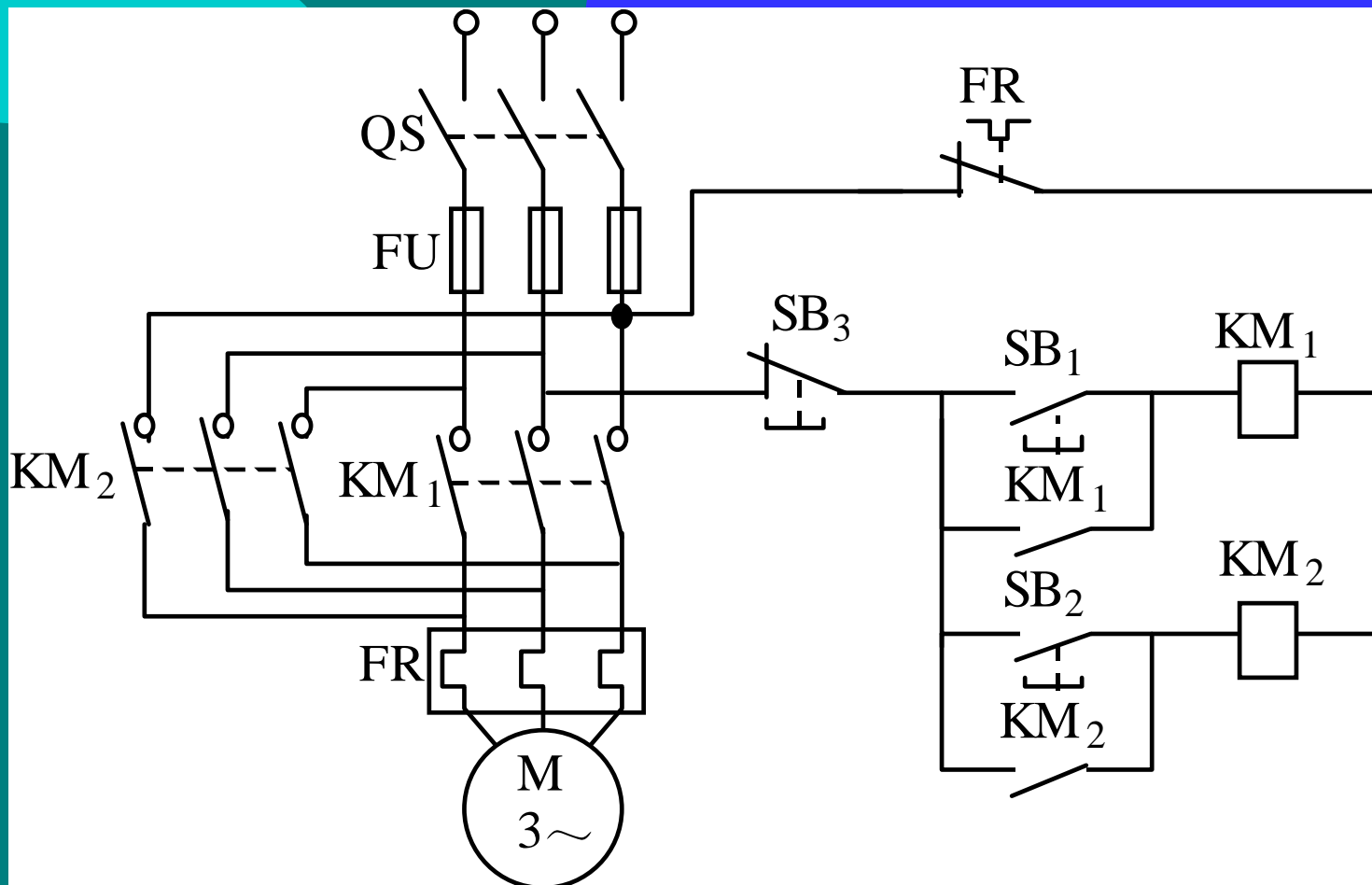
接线原则：
所有的起动按钮并联，
所有的停机按钮串联。

2、顺序控制



因为KM₂线圈电路中串接有KM₁的常开触点，所以M₁未起动时，即KM₁线圈未通电时，KM₂线圈不可能通电，M₂不可能起动；只有当按下SB₁，KM₁线圈通电，M₁起动后，再按SB₂，KM₂线圈通电，M₂才起动。当按下SB₃时，KM₁、KM₂线圈同时断电，M₁、M₂同时停止运转。

8.2.3 正反转控制





正向起动过程: 按下起动按钮 SB_1 , 接触器 KM_1 线圈与 SB_1 并联的 KM_1 的辅助常开触点闭合, 以保证 KM_1 线圈持续通电, 串联在电动机回路中的 KM_1 的主触点持续闭合, 电动机连续正向运转。

停止过程: 按下停止按钮 SB_3 , 接触器 KM_1 线圈断电, 与 SB_1 并联的 KM_1 的辅助触点断开, 以保证 KM_1 线圈持续失电, 串联在电动机回路中的 KM_1 的主触点持续断开, 切断电动机定子电源, 电动机停转。

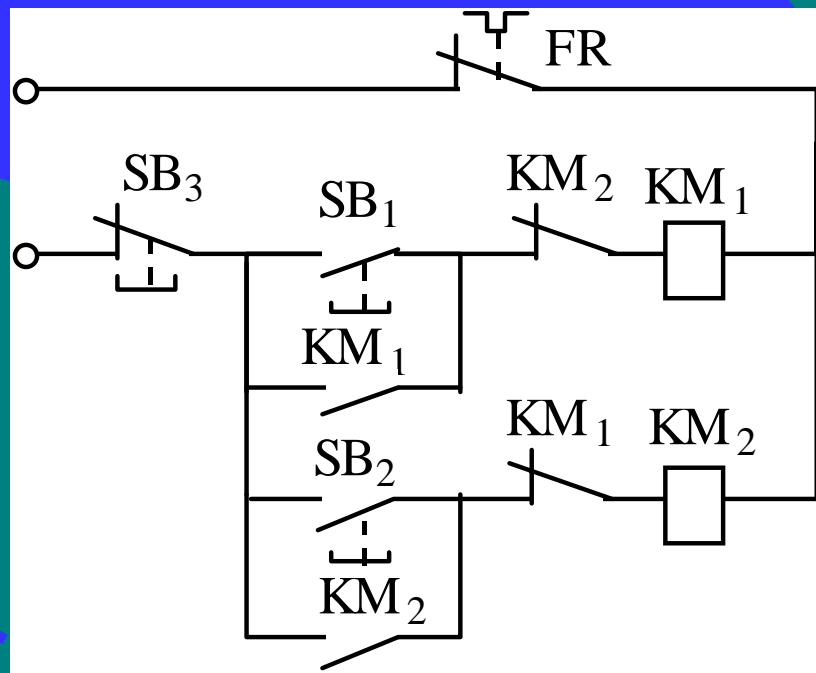
反向起动过程: 按下起动按钮 SB_2 , 接触器 KM_2 线圈通电, 与 SB_2 并联的 KM_2 的辅助常开触点闭合, 以保证 KM_2 线圈持续通电, 串联在电动机回路中的 KM_2 的主触点持续闭合, 电动机连续反向运转。

特别注意 KM_1 和 KM_2 线圈不能同时通电, 因此不能同时按下 SB_1 和 SB_2 , 也不能在电动机正转时按下反转起动按钮, 或在电动机反转时按下正转起动按钮。如果操作错误, 将引起主回路电源短路。

2007-7-25

带电气联锁的正反转控制电路

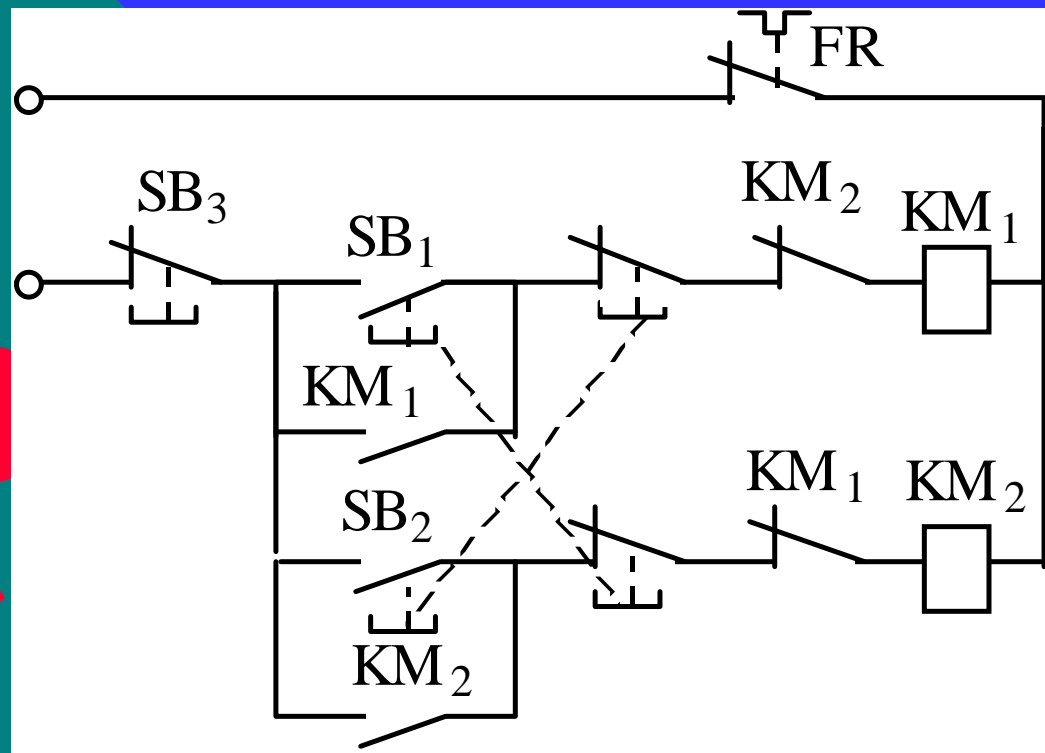
将接触器 KM_1 的辅助常闭触点串入 KM_2 的线圈回路中，从而保证在 KM_1 线圈通电时 KM_2 线圈回路总是断开的；将接触器 KM_2 的辅助常闭触点串入 KM_1 的线圈回路中，从而保证在 KM_2 线圈通电时 KM_1 线圈回路总是断开的。这样接触器的辅助常闭触点 KM_1 和 KM_2 保证了两个接触器线圈不能同时通电，这种控制方式称为联锁或者互锁，这两个辅助常开触点称为联锁或者互锁触



存在问题：电路在具体操作时，若电动机处于正转状态要反转时必须先按停止按钮 SB_3 ，使联锁触点 KM_1 闭合后按下反转启动按钮 SB_2 才能使电动机反转；若电动机处于反转状态要正转时必须先按停止按钮 SB_3 ，使联锁触点 KM_2 闭合后按下正转启动按钮 SB_1 才能使电动机正转。

同时具有电气联锁和机械联锁的正反转控制电路

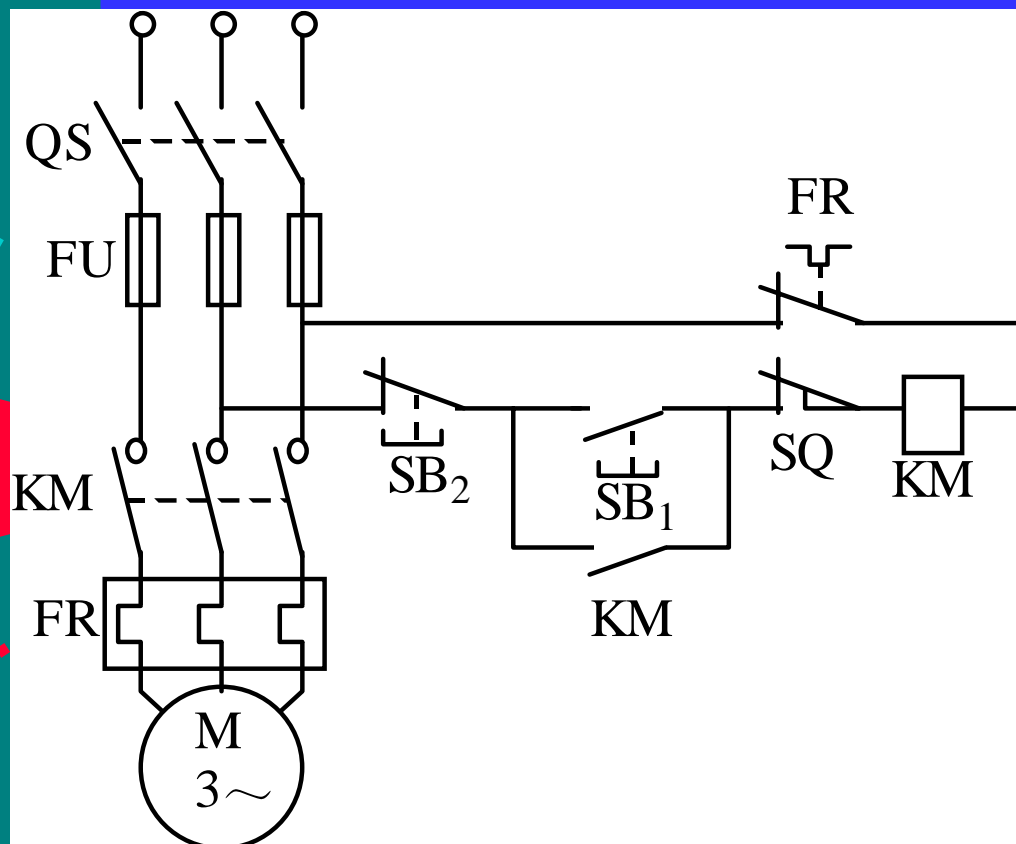
采用复式按钮，将 SB_1 按钮的常闭触点串接在 KM_2 的线圈电路中；将 SB_2 的常闭触点串接在 KM_1 的线圈电路中；这样，无论何时，只要按下反转启动按钮，在 KM_2 线圈通电之前就首先使 KM_1 断电，从而保证 KM_1 和 KM_2 不同时通电；从反转到正转的情况也是一样。这种由机械按钮实现的联锁也叫机械联锁或按钮联锁，



8.2.4 行程控制

1、限位控制

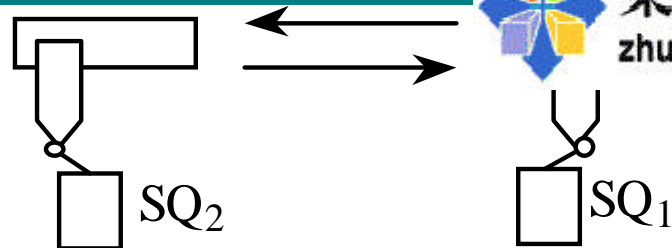
当生产机械的运动部件到达预定的位置时压下行程开关的触杆，将常闭触点断开，接触器线圈断电，使电动机断电而停止运行。



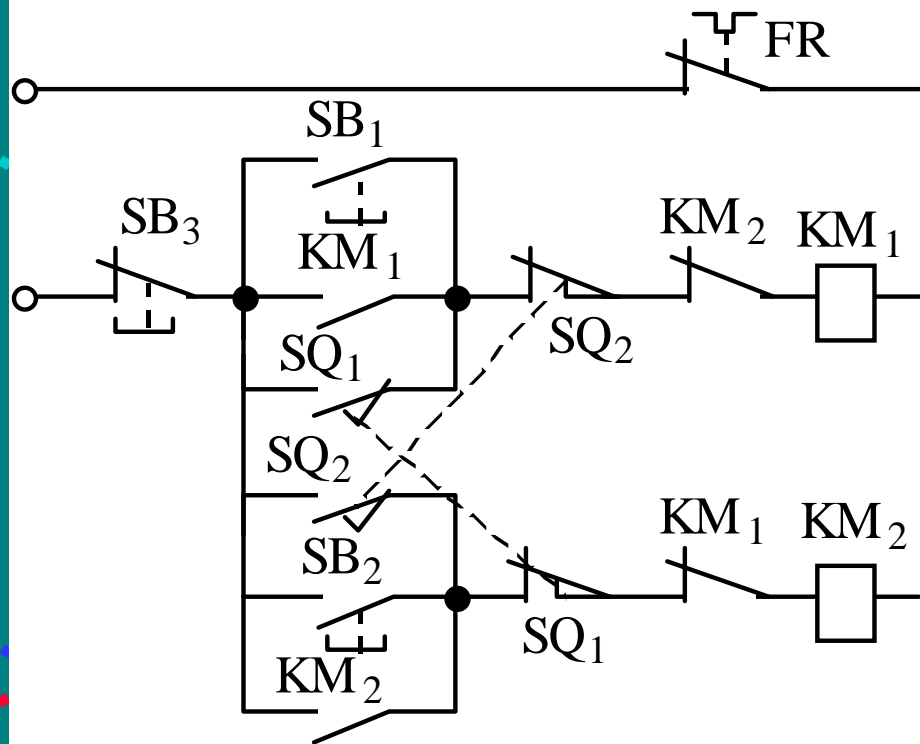


2、自动往返控制

按下正向起动按钮 SB_1 ，电动机正向起动运行，带动工作台向前运动。当运行到 SQ_2 位置时，挡块压下 SQ_2 ，接触器 KM_1 断电释放， KM_2 通电吸合，电动机反向起动运行，使工作台后退。工作台退到 SQ_1 位置时，挡块压下 SQ_1 ， KM_2 断电释放， KM_1 通电吸合，电动机又正向起动运行，工作台又向前进，如此一直循环下去，直到需要停止时按下 SB_3 ， KM_1 和 KM_2 线圈同时断电释放，电动机脱离电源停止转动。



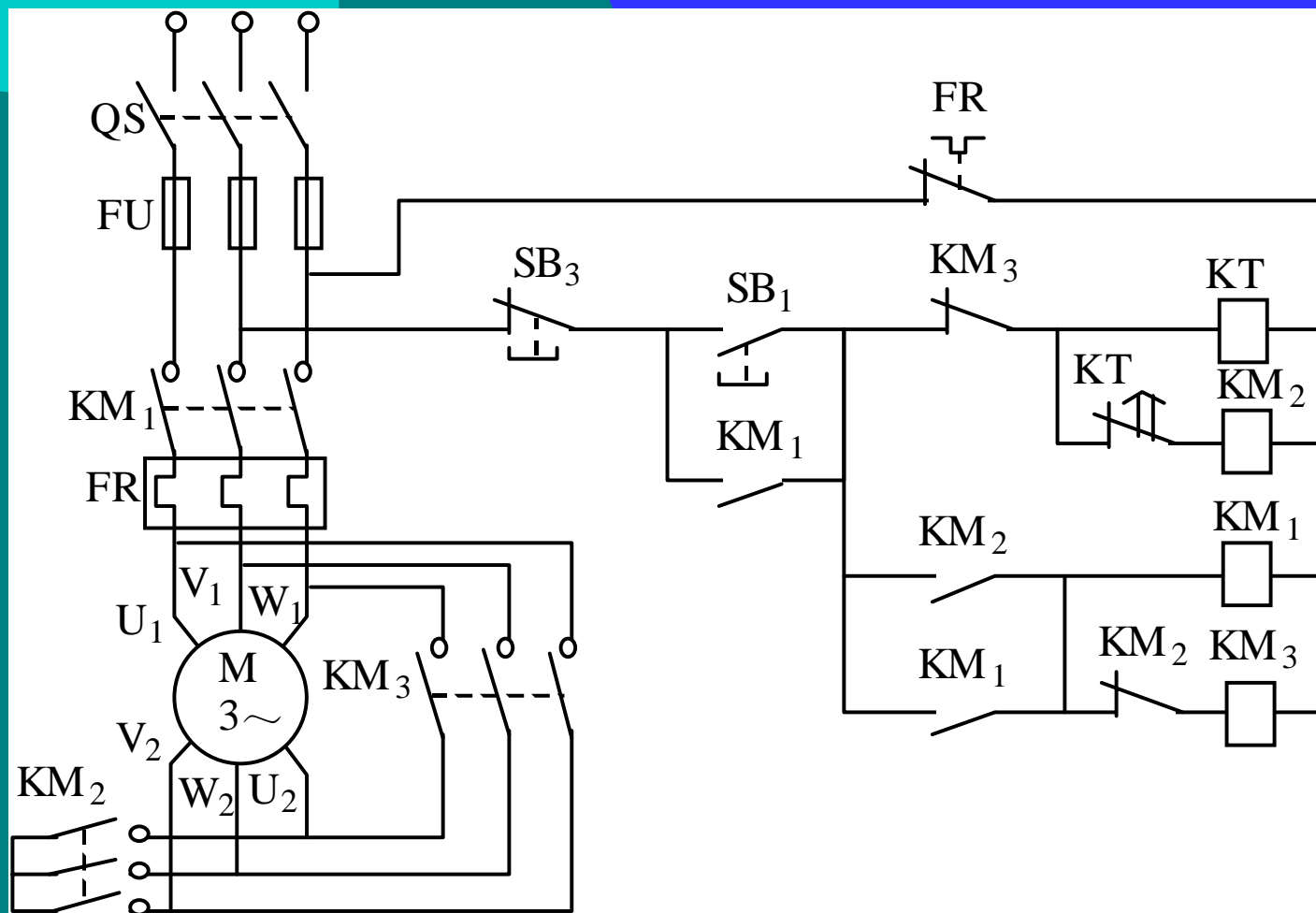
(a) 往返运动图



(b) 自动往返控制电路

8.2.5 时间控制

星形-三角形换接起动控制



2007-7-25

按下起动按钮 SB_1 ，时间继电器 KT 和接触器 KM_2 同时通电吸合， KM_2 的常开主触点闭合，把定子绕组连接成星形，其常开辅助触点闭合，接通接触器 KM_1 。 KM_1 的常开主触点闭合，将定子接入电源，电动机在星形连接下起动。 KM_1 的一对常开辅助触点闭合，进行自锁。经一定延时， KT 的常闭触点断开， KM_2 断电复位，接触器 KM_3 通电吸合。 KM_3 的常开主触点将定子绕组接成三角形，使电动机在额定电压下正常运行。与按钮 SB_1 串联的 KM_3 的常闭辅助触点的作用是：当电动机正常运行时，该常闭触点断开，切断了 KT 、 KM_2 的通路，即使误按 SB_1 ， KT 和 KM_2 也不会通电，以免影响电路正常运行。若要停车，则按下停止按钮 SB_3 ，接触器 KM_1 、 KM_2 同时断电释放，电动机脱离电源停止转动。



电工技术基础

主编

制作

2004年7月

2007-7-25

第9章 可编程控制器

学习要点

- 可编程控制器的结构和工作原理
- 可编程控制器的指令系统
- 梯形图的设计原则和经验设计方法
- 能够用梯形图语言进行简单的编程

2007-7-25

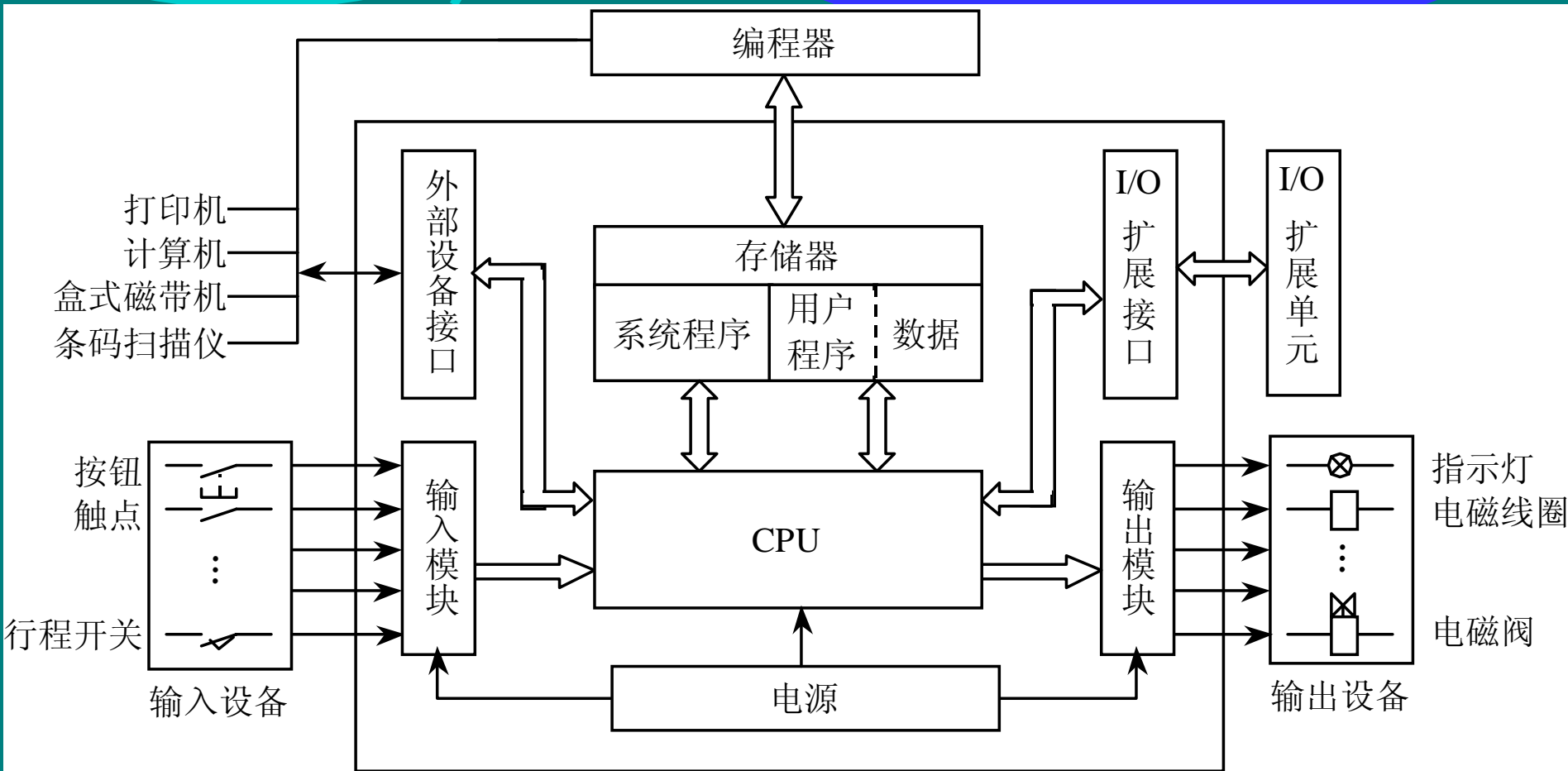
第9章 可编程控制器

- 9.1 PLC的结构及工作原理
- 9.2 PLC的编程元件及指令系统
- 9.3 梯形图的设计规则与设计方法
- 9.4 PLC应用实例

2007-7-25

9.1 PLC的结构及工作原理

9.1.1 PLC的结构



2007-7-25

PLC

主机

CPU: 起总指挥的作用。

存储器: 存储系统及用户程序和数据。

I/O模块

输入模块: 接受输入设备的控制信号。

输出模块: 输出控制信号。

电源: 为CPU、存储器、I/O接口等内部电子电路工作所配备的直流开关稳压电源。

编程器: 用于手持编程。可用它输入、检查、修改、调试程序，或用它监视PLC的工作情况。

I/O扩展接口: 扩充外部输入/输出端子数的扩展单元与基本单元（即主机）联接在一起。

外设接口: 将编程器、打印机、条码扫描仪等外部设备与主机相联，以完成相应操作。

2007-7-25

9.1.2 PLC的工作原理

1、PLC的继电器

PLC可看成是由普通继电器、定时器、计数器等组合而成的电气控制系统。注意，PLC内部的继电器实际上是指存储器中的存储单元，称为软继电器。当输入到存储单元的逻辑状态为1时，则表示相应继电器的线圈通电，其常开触点闭合，常闭触点断开；而当输入到存储单元的逻辑状态为0时，则表示相应继电器的线圈断电，其常开触点断开，常闭触点闭合。所以这些软继电器体积小、功耗低、无触点、速度快、寿命长，并且具有无限多的常开、常闭触点供程序使用。



(a) 线圈符号



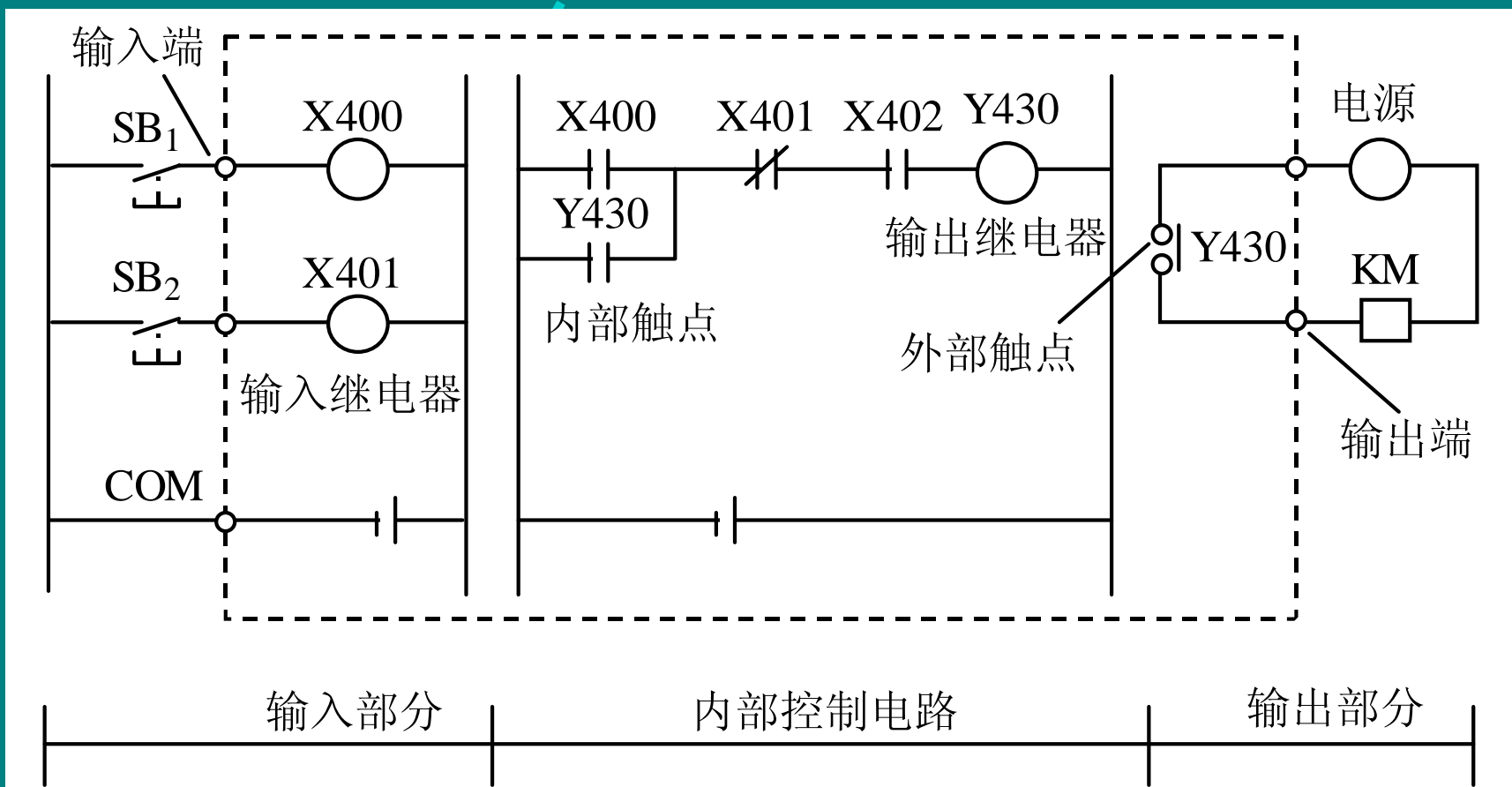
(b) 常闭触点符号



(c) 常开触点符号

2、PLC的工作原理

直接起动控制电路采用PLC控制，其外部接线及内部等效电路如图所示。可将PLC分成3部分：输入部分、内部控制电路和输出部分。





输入部分：由输入接线端与等效输入继电器组成。继电器由接入输入端点的外部信号来驱动，其作用是收集被控制设备的各种信息或操作命令。

内部控制电路：由大规模集成电路构成的微处理器和存储器组成的，经过制造厂家的开发，为用户提供部件。内部控制电路的部件包括输出继电器、定时器、计数器、移位寄存器等，这些部件也有许多对常开触点和常闭触点供PLC内部使用。PLC内部控制电路的作用是处理由输入部分所取得的信息，并根据用户程序的要求，使输出达到预定的控制要求。

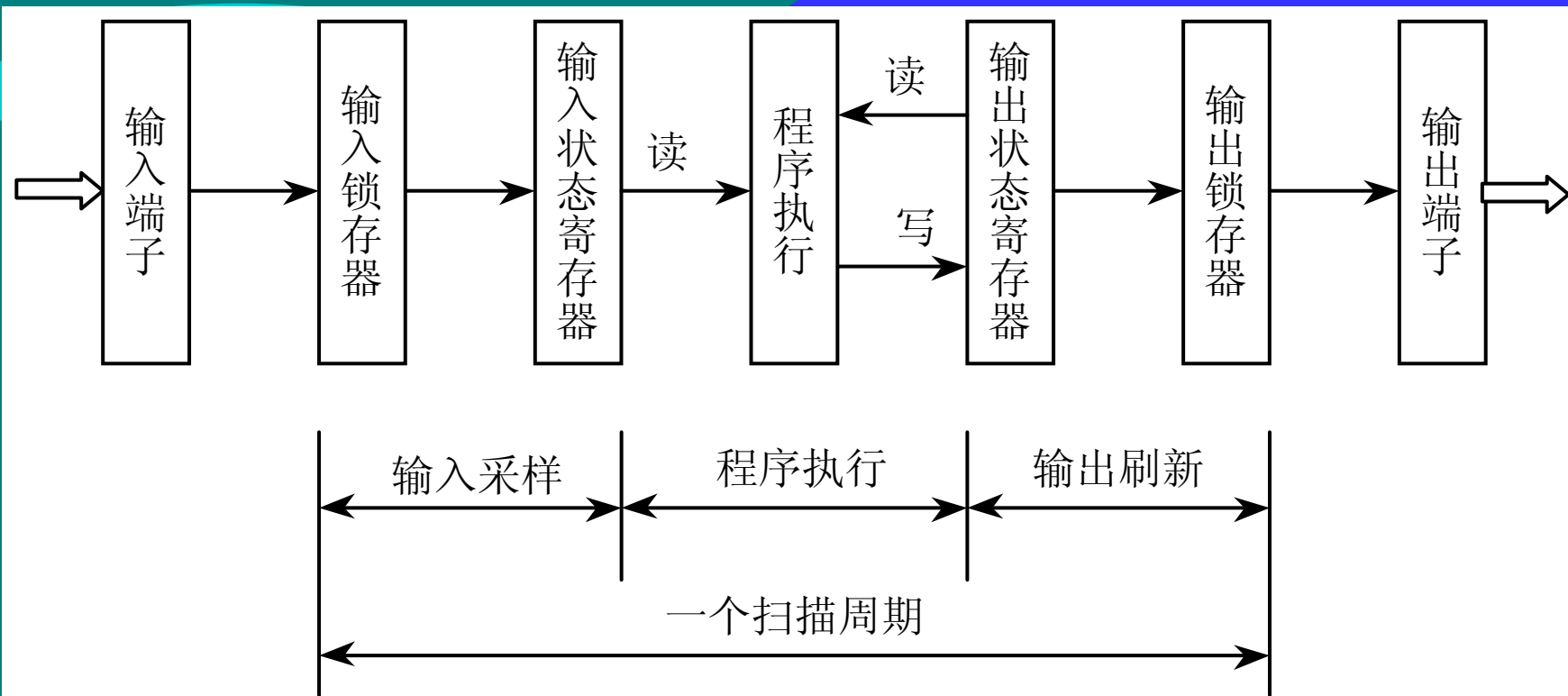
输出部分：作用是驱动被控制的设备按程序的要求动作。对应每一条输出电路，相当有一个输出继电器，此输出继电器有一个对外常开触点与输出端相连，其余均为供PLC内部使用的常开触点和常闭触点。当输出继电器接通时，对外常开触点闭合，外部执行元件可以通电动作。



梯形图：实际上就是用户所编写的应用程序等效于PLC内部的接线图。当用编程器将梯形图程序送入PLC内，PLC就可以按照预先制定的方案工作。

电路工作过程：当起动按钮SB₁闭合，输入继电器X400接通，其常开触点X400闭合，输出继电器Y430接通，Y430的常开触点闭合自锁，同时外部常开触点闭合，使接触器线圈KM通电，电动机连续运行。停机时按停机按钮SB₂，输入继电器X401接通，其常闭触点断开，线圈Y430断开，电动机停止运行。这里要注意，因与停机按钮相连的输入继电器X401采用的是常闭触点，所以停机按钮必须采用常开触点，这与继电接触器控制电路不同。

3、PLC的工作方式



PLC是采用顺序扫描、不断循环的方式进行工作的。PLC的扫描工作过程可分为输入采样、程序执行和输出刷新3个阶段，并进行周期性循环。

2007-7-25

9.2 PLC的编程元件与指令

9.2.1 PLC的编程元件

以F—40M为例。F—40M的元件编号采用8进制。

输入继电器：24个，编号为X400～X407、X410～X413、X500～X507、X510～X513。

输出继电器：16个，编号为Y430～Y437、Y530～Y537。

辅助继电器：M100～M277，128点为普通型。M300～M377，64点为断电保持型。

移位寄存器：由辅助继电器构成。可组成8位或16位的移位寄存器。移位寄存器的第一个辅助继电器的代号，就是这个移位寄存器的代号。

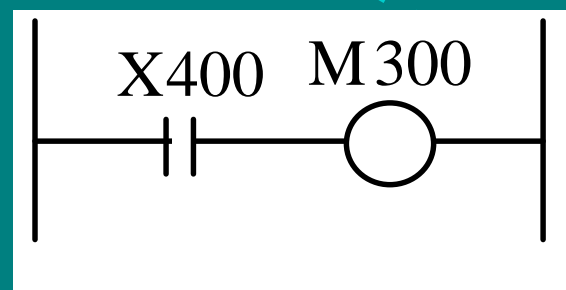
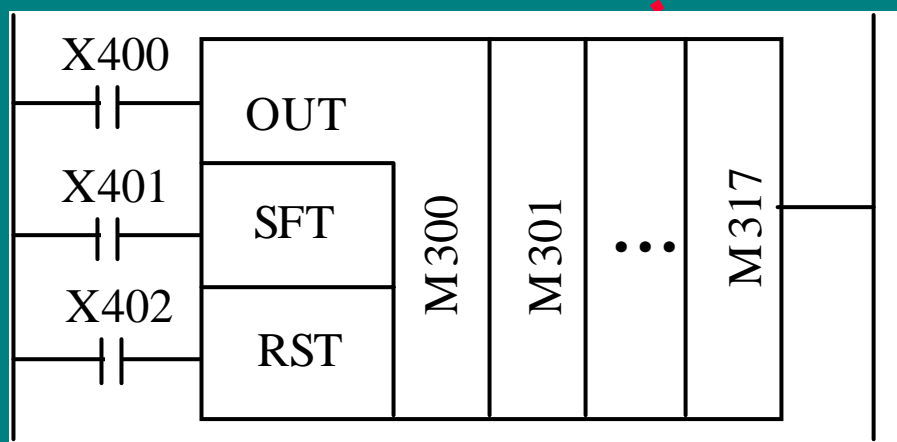
2007-7-25

图示是代号为M300的16位移位寄存器。

(1) 输入：设置第一个辅助继电器的状态，由接在输入端的输入继电器X400的状态所决定，其操作如图所示。

(2) 复位：当复位端的信号X402接通（1态）时，M300～M317全部处于复位状态（0态）。因此，当移位寄存器按照移位方式工作时，复位输入（在此即指X402）应断开。

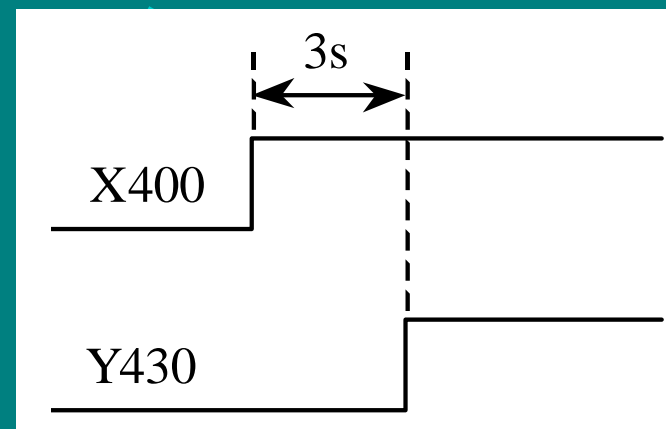
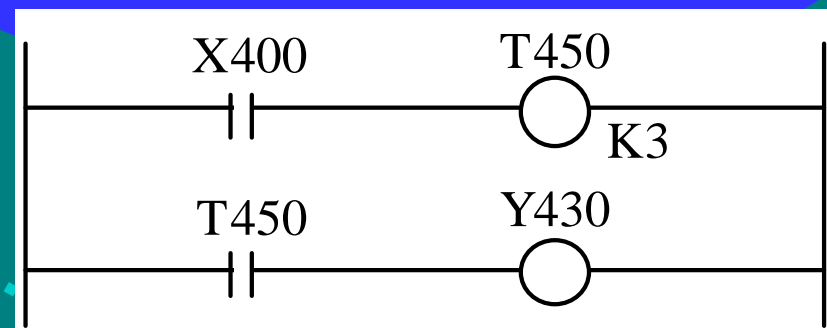
(3) 移位：当移位输入端的信号X401接通（由0变1）一次，每个辅助继电器的状态（1或0）向右移一位，原M317的信号溢出。



2007-7-25

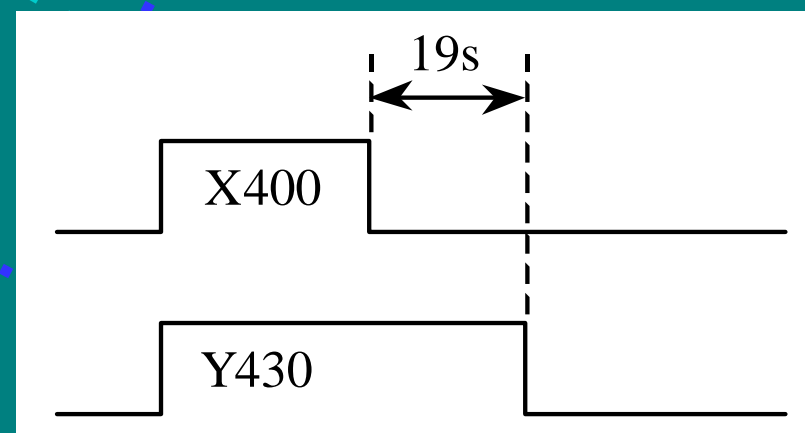
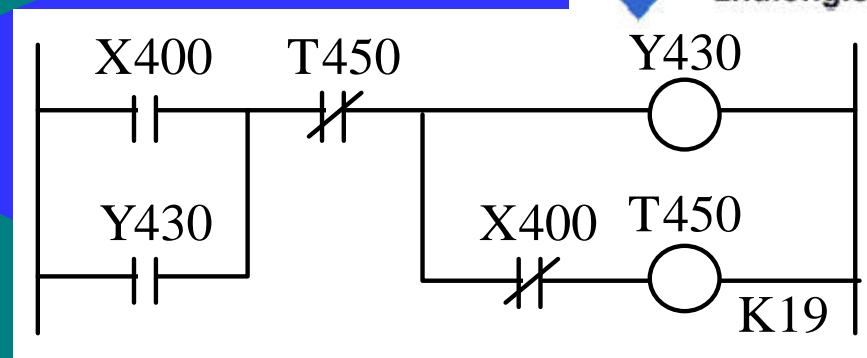
定时器: 16个, 编号为T450~T457, T550~T557。
时器的定时时间K为0.1~999s, 在编程中设定。

图示为**延时接通定时器**。定时值K设定为3s。若输入继电器X400接通, 则其常开触点闭合, 定时器T450起动, 每隔0.1s对K减0.1, 直至3s后K减到0, 定时器T450输出, 其常开触点闭合, 接通输出继电器Y430。若输入继电器X400一直接通, 定时器T450维持输出。当输入继电器X400断开, 定时器T450复位, 其常开触点断开, 定时值K恢复到设定值。





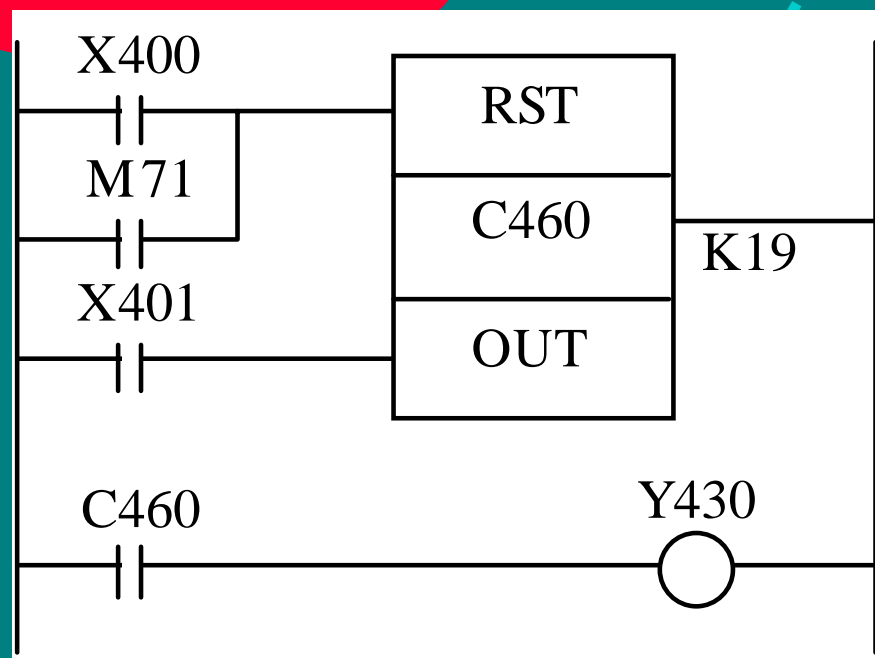
图示为延时断开定时器。定时值K设定为19s。输入继电器X400由接通变断开时，则其常开触点断开，常闭触点闭合。由于输出继电器Y430的常开触点自保持，定时器T450起动，每隔0.1s对K减0.1，直至19s后K减到0，定时器输出，其常闭触点T450断开，使输出继电器Y430断开，同时定时值K恢复到设定值。



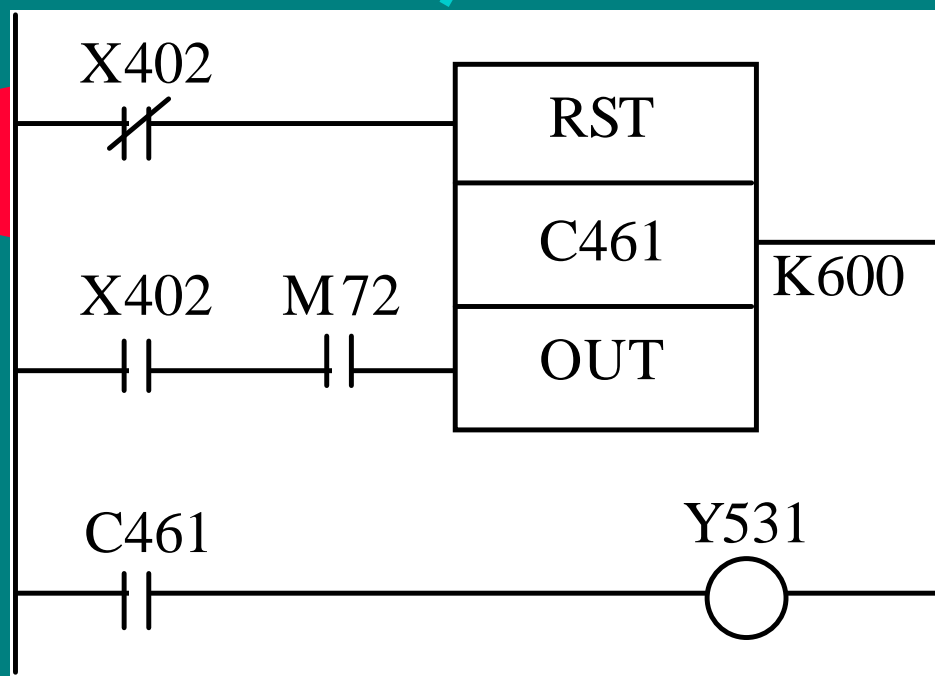


计数器： 16个，编号为C460～C467，C560～C567。
器的计数值K为1～999，在编程中设定。每个计数器均具有断电保持功能。不需要断电保持时，可用初始化脉冲M71复位。

图示是无电源中断保持的减法计数器。运行开始时，M71将计数器C460复位，计数值等于设定值19。当复位输入断开，计数开始。X401接通一次（由0变1），计数值减1，直到减到0为止，此时C460的常开触点接通，使Y430接通。若再来计数脉冲，计数值仍保持为0，C460的常开触点一直保持接通。直到复位输入X400接通，C460断开，计数值恢复为设定值。



计数器也可作定时器用。图示是由计数器C461组成的器。X402接通，100ms的时钟脉冲M72使计数器C461计数，当计数值达到设定值600（即 $0.1s \times 600 = 60s$ ）时，计数器C461的常开触点闭合，使输出继电器Y531接通。输入继电器X402断开时，其常闭触点闭合，使C461复位，其常开触点断开，从而使输出继电器Y531断开。利用此特点，可用计数器构成长延时定时器。



特殊辅助继电器:

M70: 运行监视。当PLC处于运行状态，M70接通。

M71: 初始化脉冲。当M70接通，第一执行周期M71接通，可用作计数器、移位寄存器的初始化复位。

M72: 100ms时钟。产生脉冲间隔为100ms的时钟。

M76: 电池电压监视。锂电池电压下降到规定值时接通。可以用它的触点通过输出继电器接通指示灯，提醒操作者更换电池。

M77: 禁止全部输出。若M77的线圈接通，全部输出继电器的输出将自动断开，但辅助继电器、定时器及计数器仍继续工作。在紧急情况下，可用M77切断全部输出。

9.2.1 PLC的指令

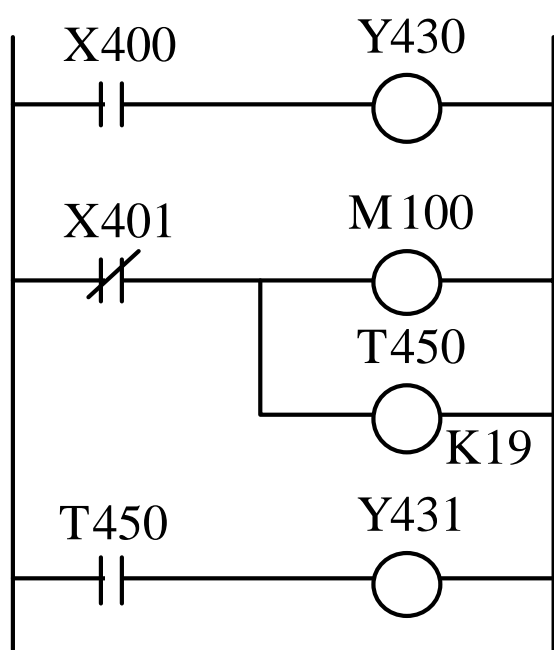
1. 輸入、輸出指令

LD: 取指令。取与左母线相联的常开触点。

LDI: 取反指令。取与左母线相联的常闭触点。

以上两条指令还可与**ANB**、**ORB**配合，用于分支电路的开始点

OUT: 输出指令。用于驱动输出继电器、辅助继电器、定时器、计数器，但不能用于输入继电器。对于定时器和计数器使用**OUT**指令后，**必须**设定常数**K**，常数**K**的设定也作为一条指令。

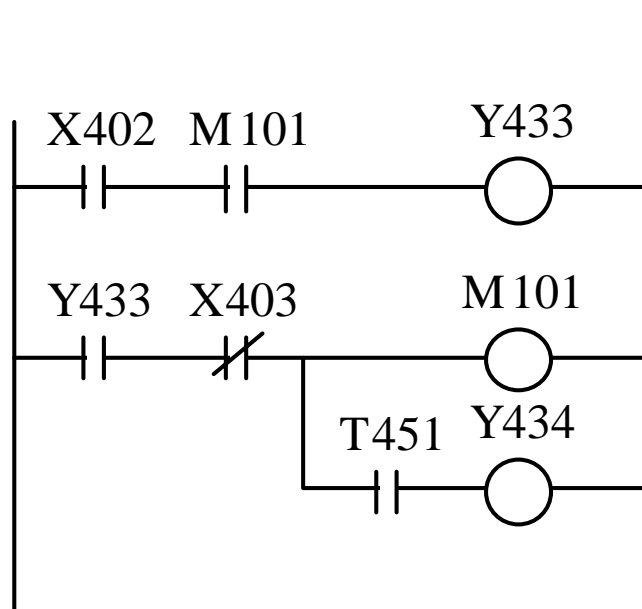


LD	X400	取常开触点 X400 与左母线相联
OUT	Y430	驱动输出继电器 Y430
LDI	X401	取常闭触点 X401 与左母线相联
OUT	M100	驱动辅助继电器 M100
OUT	T450	驱动定时器 T450
K	19	设定定时常数
LD	T450	取常开触点 T450 与左母线相联
OUT	Y431	驱动输出继电器 Y431

2. 与指令

AND: 常开触点串联联接指令。

ANI: 常闭触点串联联接指令。



LD	X402	
AND	M101	常开触点 M101 与 X402 串联
OUT	Y433	
LD	Y433	
ANI	X403	常闭触点 X403 与 Y433 串联
OUT	M101	
AND	T451	常开触点 T451 串联
OUT	Y434	连续输出

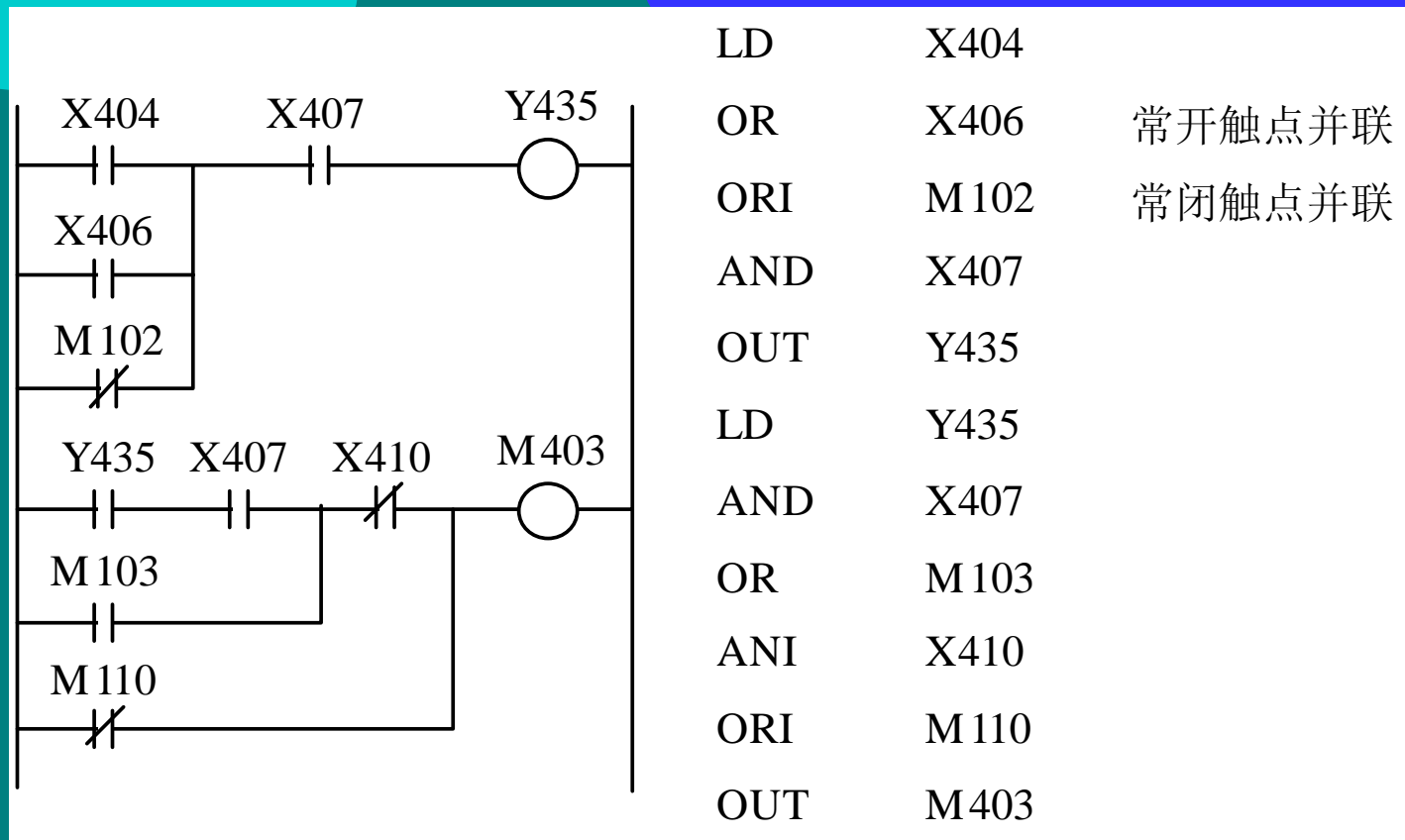
注意: AND指令和ANI指令只能用于一个触点与前面的触点串联, 不能用于两个及以上触点并联的电路块与前面的电路串联, 并联电路块串联要使用ANB指令。

2007-7-25

3. 或指令

OR: 常开触点并联联接指令。

ORI: 常闭触点并联联接指令。



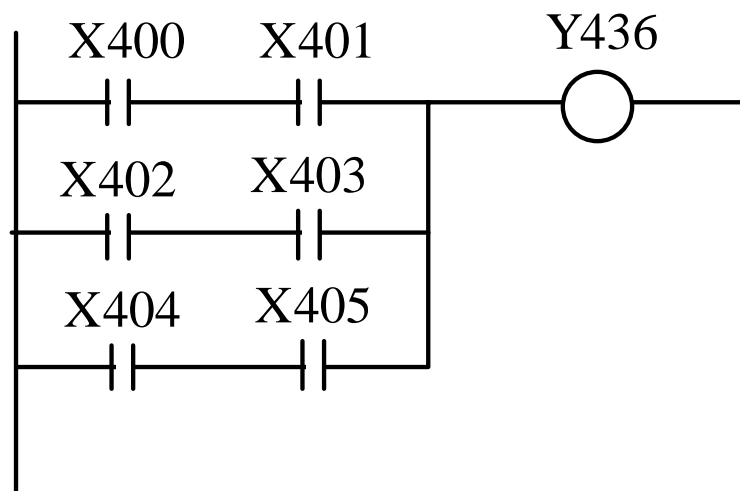
注意: OR指令和ORI指令只能用于一个触点与前面的电路并联, 不能用于两个及以上触点串联的支路与前面的电路并联, 串联支路并联要使用ORB指令。

4. 电路块并联指令

ORB: 将两个及以上触点串联的支路（亦称串联电路块）与前面支路并联。

使用**ORB**指令的原则是：

- （1）先组块后并联；
- （2）使用**ORB**指令对各个支路进行并联时，各个支路的起点须使用**LD**、**LDI**指令；
- （3）多个支路组成的并联电路，每写一条并联支路后紧跟一条**ORB**指令，则并联电路块的条数没有限制，这种编程方式较好。也可以在所有的支路组成之后，集中写若干条**ORB**指令，但这种写法并联支路不能超过8条，是不好的编程方式。



LD	X400	}	组成第一个串联支路
AND	X401		
LD	X402	}	组成第二个串联支路
AND	X403		
ORB			两个串联支路并联
LD	X404	}	组成第三个串联支路
AND	X405		
ORB			与前面的电路块并联
OUT	Y436		

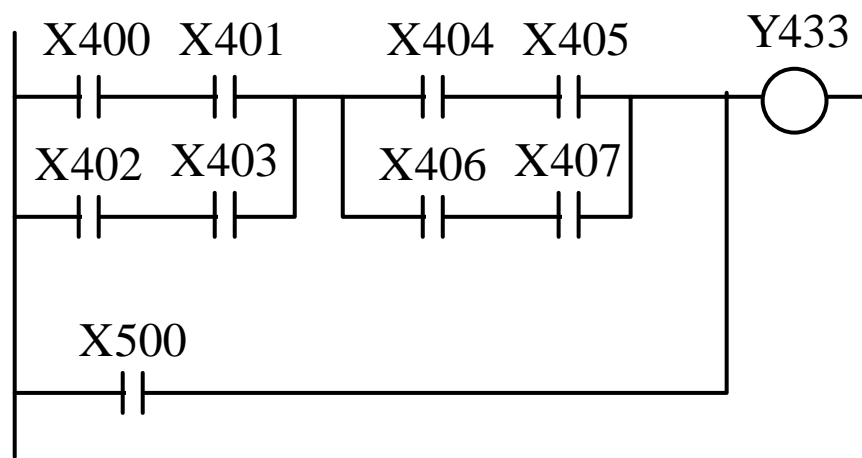
5. 电路块串联指令

ANB: 将多个串联电路块并联的电路（亦称并联电路块）与前面的电路串联。

使用**ANB**指令的原则是：

- （1）先组块后串联；
- （2）在每一电路块开始时，须使用**LD**、**LDI**指令；
- （3）多个电路块组成的串联电路，在组成一个电路块后，紧跟一条**ANB**指令，则串联电路块的个数没有限制，这种编程方式较好。也可以在所有的电路块组成之后，集中写若干条**ANB**指令，但这种写法串联电路块不能超过8个，是不好的编程方式。

2007-7-25



LD	X400	} 组成第一个电路块
AND	X401	
LD	X402	
AND	X403	
ORB		
LD	X404	} 组成第二个电路块
AND	X405	
LD	X406	
AND	X407	
ORB		
ANB		两电路块串联
OR	X500	
OUT	Y433	

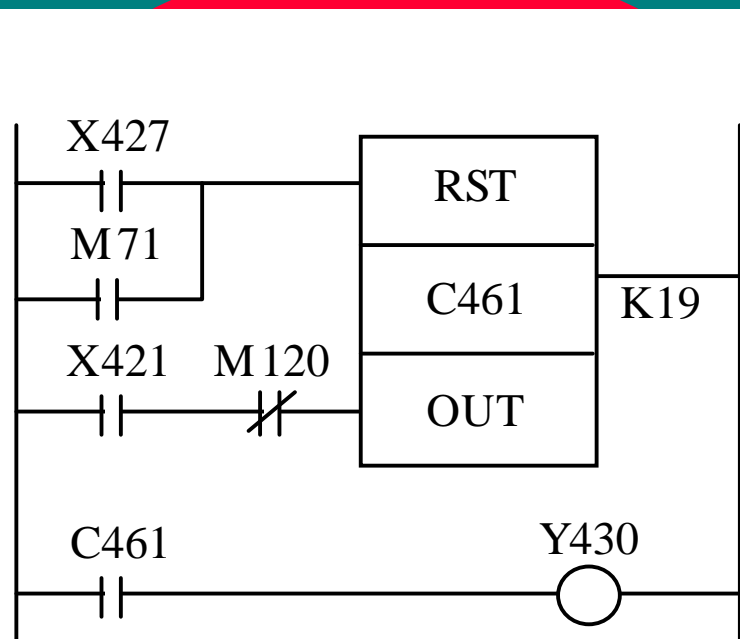
6. 复位指令

RST: 用于计数器、移位寄存器的复位。

使用**RST**指令的原则是:

(1) 复位电路与计数器的计数电路及移位寄存器的移位电路是相互独立的, 他们的先后次序可以任意交换;

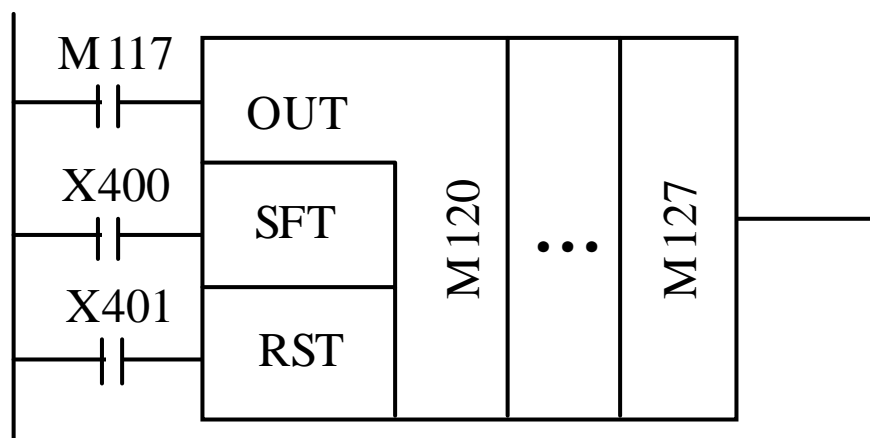
(2) 所有的计数器及一部分移位寄存器具有断电保持功能。因此, 在开始运行之前, 通常须用初始化脉冲M71将这些计数器和移位寄存器复位, 以免出错。



LD	X427	}	复位
OR	M71		
RST	C461		
LD	X421	}	计数
ANI	M120		
OUT	C461		
K	19		
LD	C461	}	输出
OUT	Y430		

7. 移位指令

SFT: 移位寄存器移位输入指令。



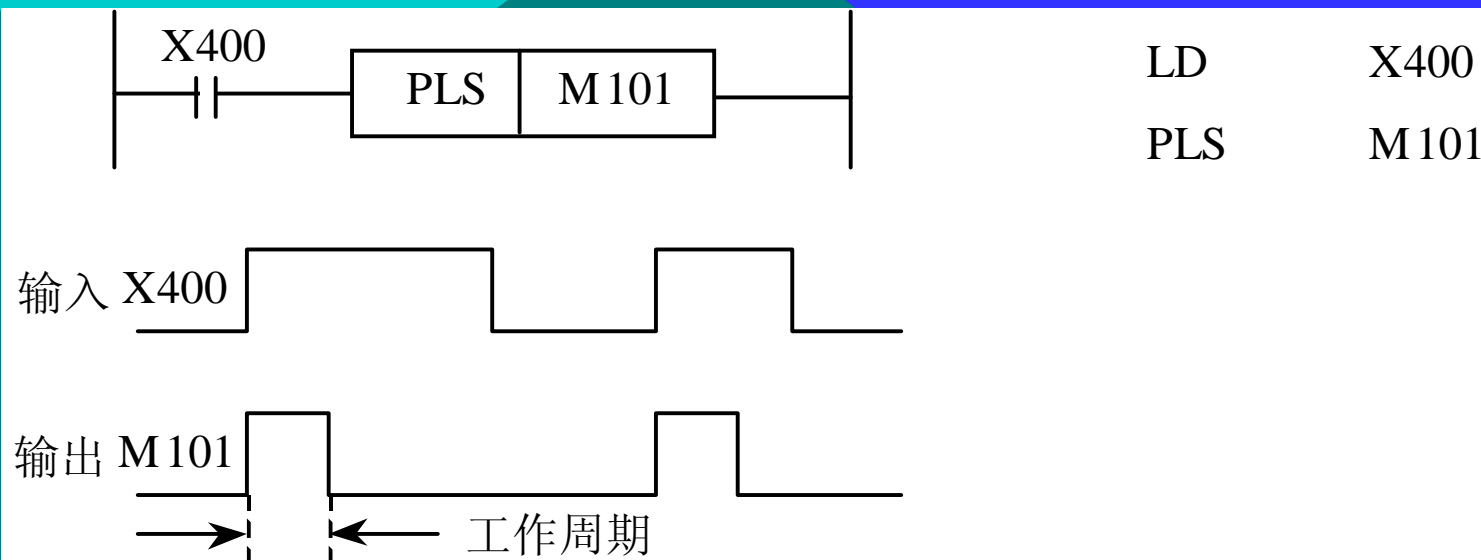
LD	M117	
OUT	M120	输入
LD	X400	
SFT	M120	移位
LD	X401	
RST	M120	复位

OUT M120对移位寄存器的第一位输入，**SFT M120**使移位寄存器中每一位的状态逐位向右移一位，**RST M120**使M120~M127复位。

8. 脉冲指令

PLS: 用于产生脉冲信号。

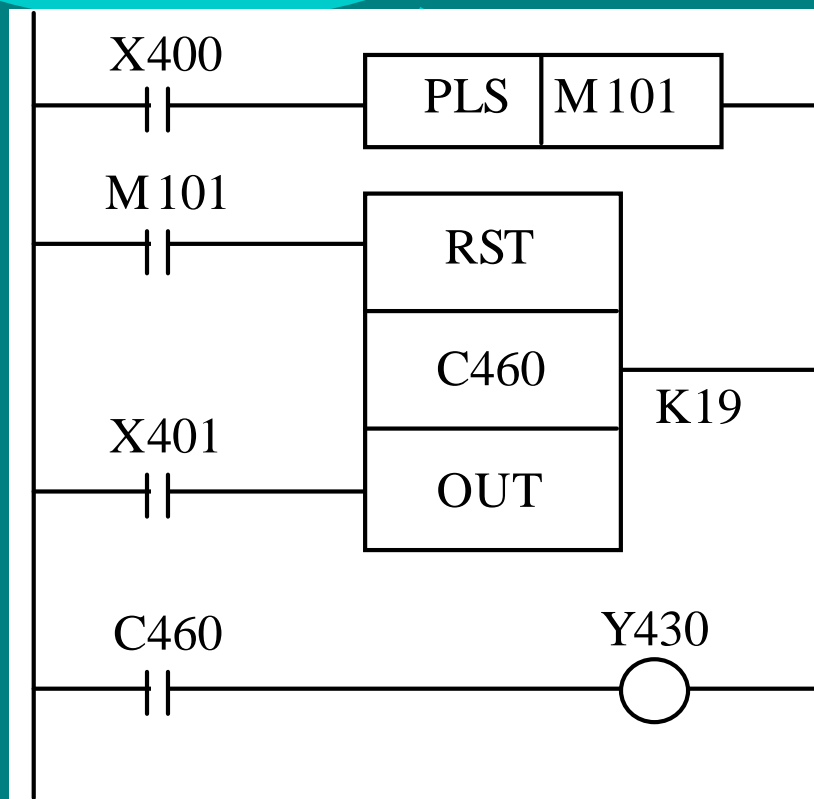
PLS指令只能用于M100~M377。



在X400的上升沿（由0变1）M101产生一个宽度为一个工作周期的脉冲。工作周期是从程序执行开始到程序执行结束（END）之间所需要的时间。

2007-7-25

计数器和移位寄存器的复位、移位寄存器移位通常用脉冲。图示为继电器脉冲输出用于计数器复位的例子。

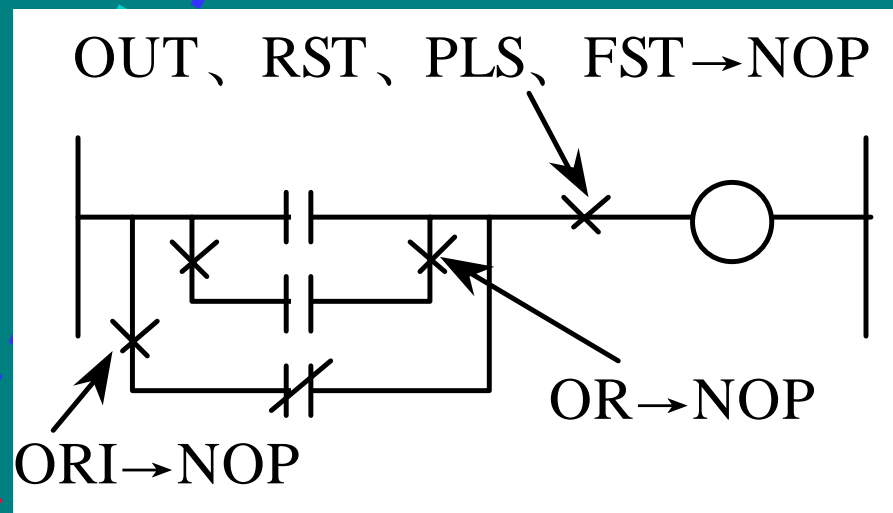
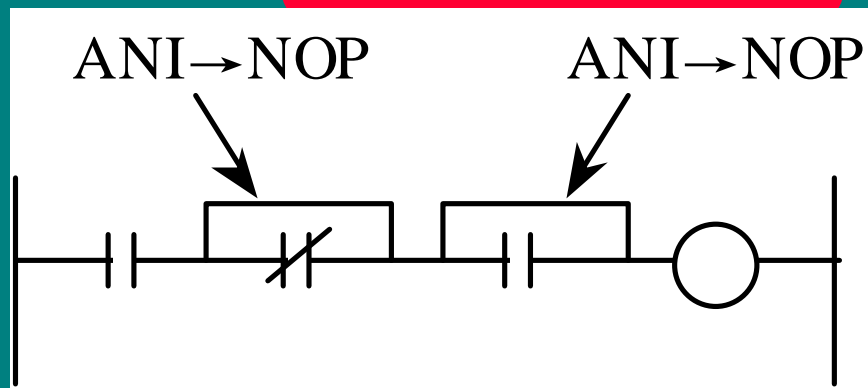


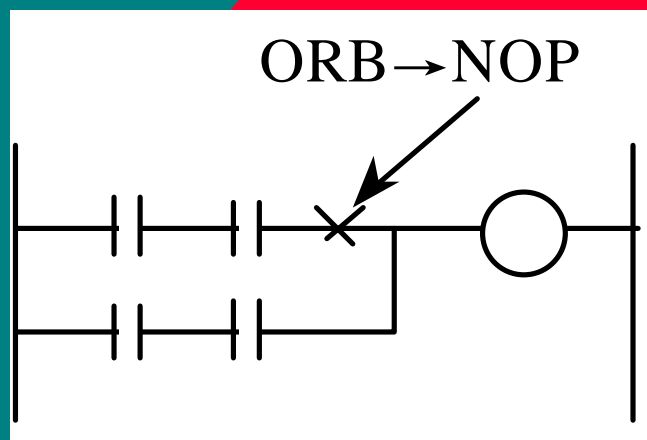
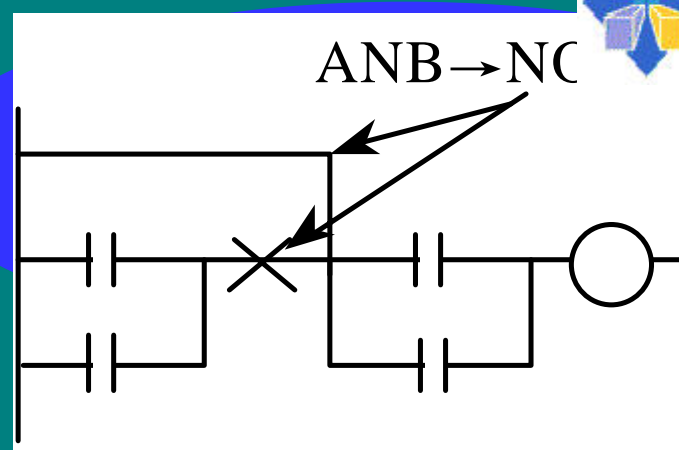
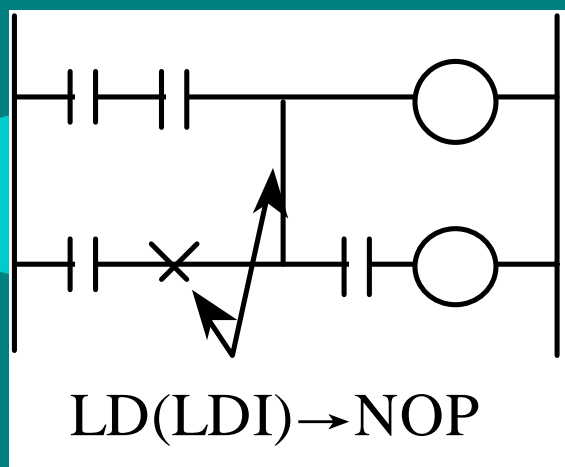
LD	X400
PLS	M101
LD	M101
RST	C460
LD	X401
OUT	C460
K	19
LD	C460
OUT	Y430

9. 空操作指令

NOP: 使该步为空操作。

若在程序中写入**NOP**指令，可使变更和增加程序时，步序号变更最小。但需注意，若将程序中的**LD**、**LDI**、**ANB**、**ORB**等指令改为**NOP**指令，会引起电路结构的重大变化，如图所示。因此，**NOP**指令的使用应慎重。





10. 结束指令

END: 程序结束时写入END指令。

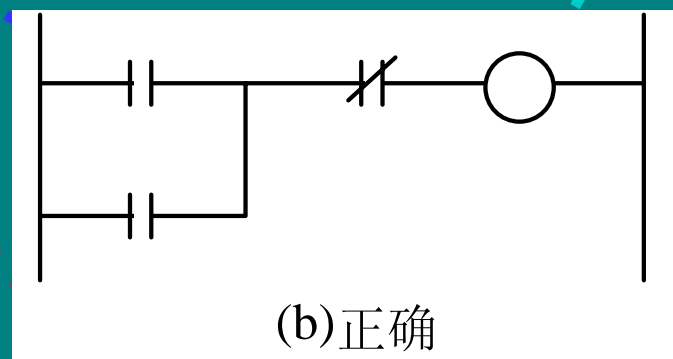
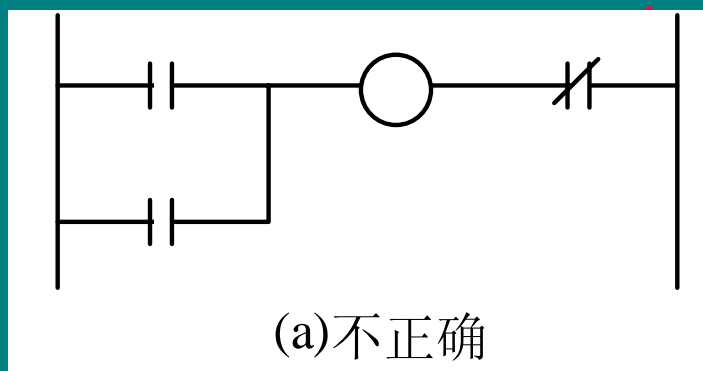
调试程序时，若在每个程序块的末尾写上**END**指令，检查每一个程序块的运行情况时就可以减少调试时间，检查完毕后，再将各个**END**指令删去。

9.3 梯形图的设计规则与设计

9.3.1 梯形图的设计规则

梯形图：是由表示PLC内部编程元件的图形符号所组成的阶梯状图形。绘制梯形图时应遵循以下几条规则：

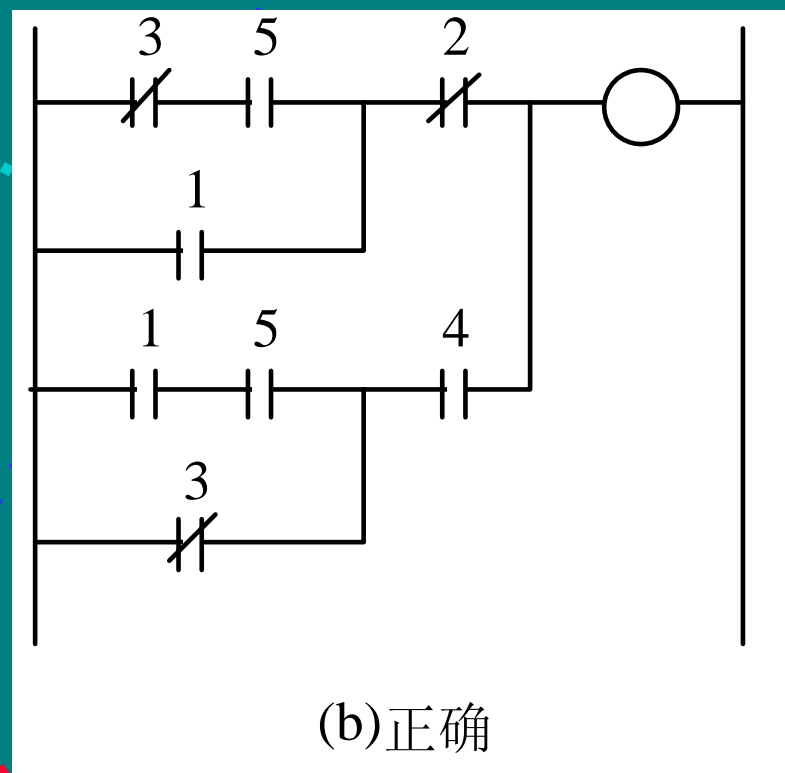
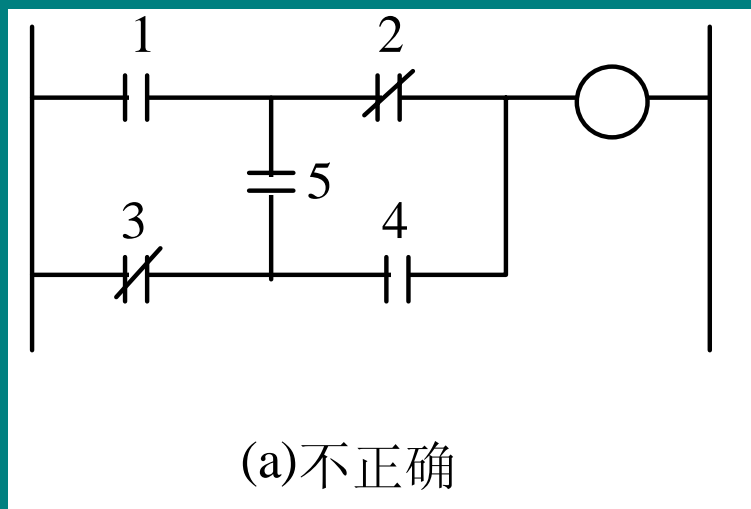
规则1：梯形图按从左到右，自上而下的顺序绘制（指令编程亦应从左到右，自上而下）。每个编程元件线圈为一逻辑行。元件线圈与右母线直接相联。两线圈不能串联，也不能在线圈与右母线之间接其他元件，线圈一般也不允许直接与左母线相联。



2007-7-25

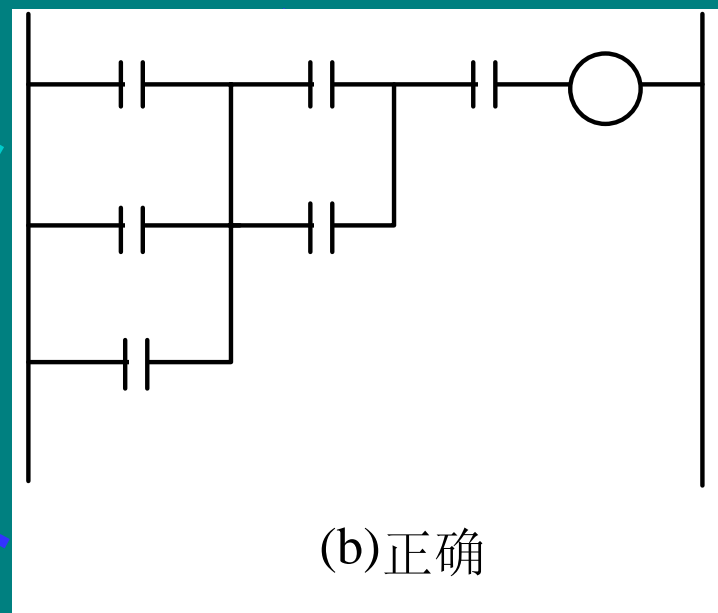
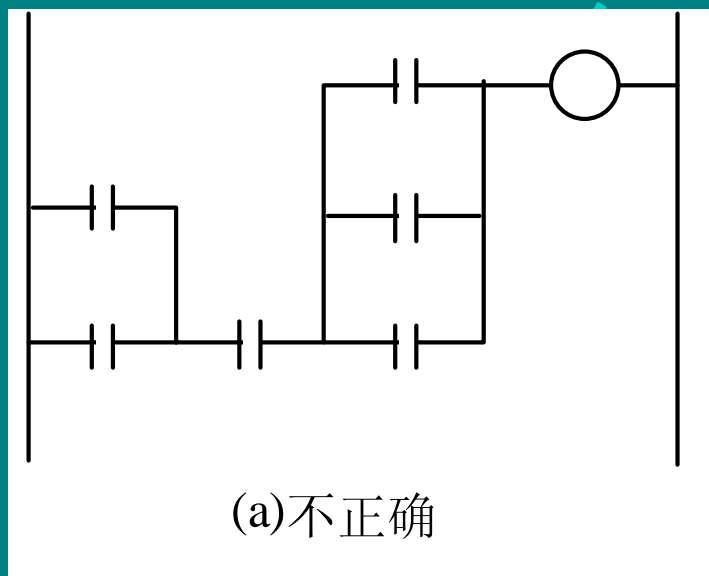
规则2: 除有跳转指令外，一般某编号的线圈在梯形图出现一次。

规则3: 在梯形图中的触点应画在水平线上，不应画在垂直线上，这是因为这种形式的梯形图无法用指令语句编程，应改画成能够编程的形式。





规则4: 绘制梯形图时，应按照“上重下轻、左重右轻”原则进行。即当几条支路并联时，串联触点多的应画在上面；几个电路块串联时，并联触点多的电路块应画在左边。按照这个原则绘制的梯形图符合“从左到右、自上而下”的程序执行顺序，并易于用指令语句编程。

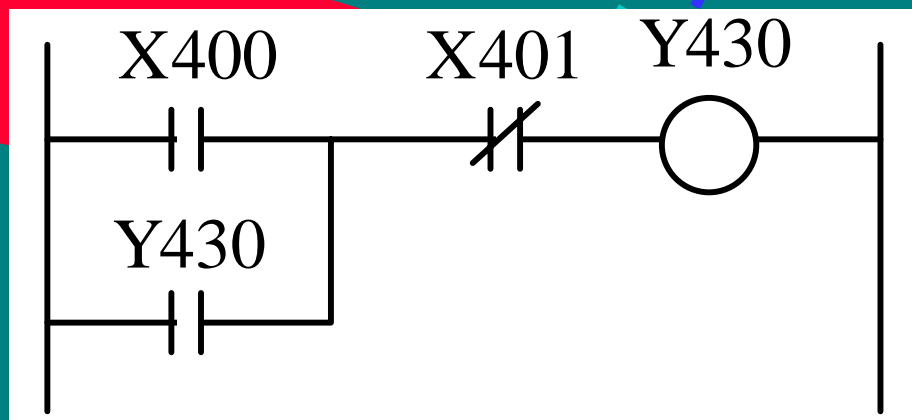


规则5: 输入继电器的线圈由输入端子上的外部信号驱动，因而输入继电器的线圈不应出现在梯形图中。梯形图中输入继电器触点的通断取决于外部信号。

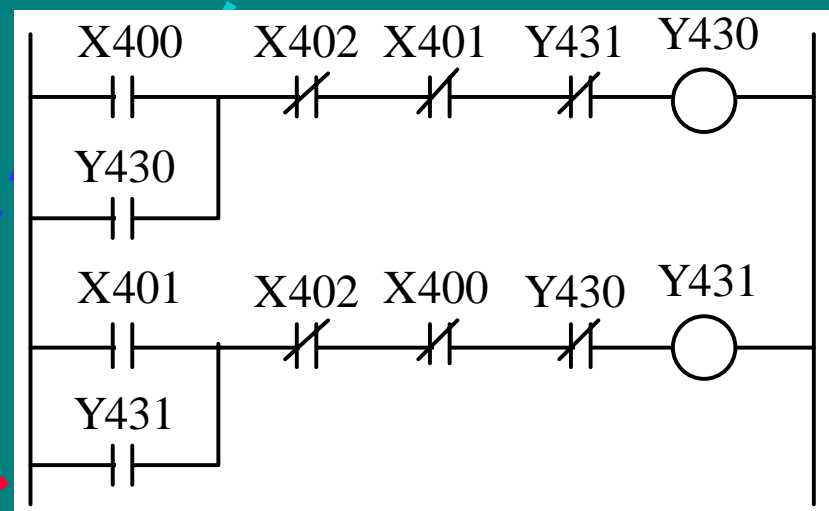
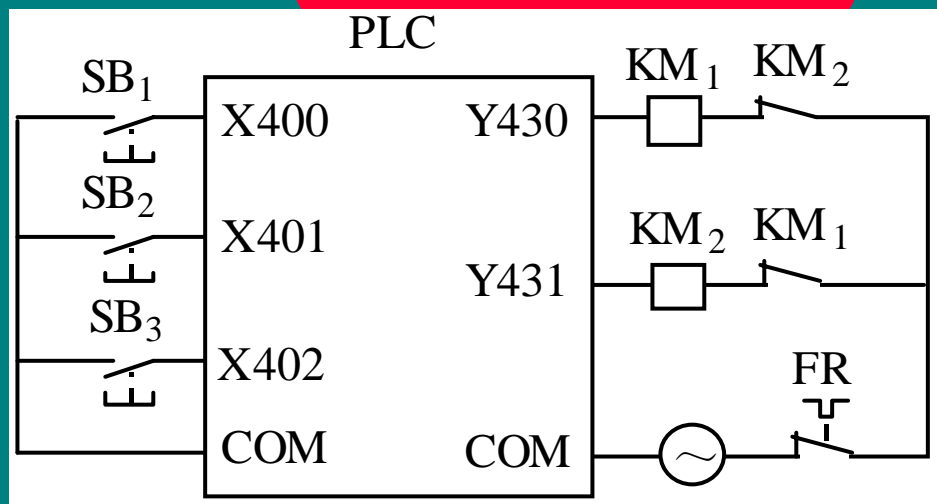
9.3.2 梯形图的经验设计法

经验设计法是沿用设计继电器控制电路的方法来设计梯形图，即在一些典型的继电器控制电路的基础上，根据被控对象对控制系统的具体要求，不断修改和完善梯形图。经验设计法在设计时无普遍规律可循，设计的质量与设计者的经验有很大的关系。经验设计法可用于较简单的梯形图设计，如一些继电器基本控制电路的设计。

图示为电动机直接起动控制的梯形图及输入输出波形图。按下起动按钮，输入继电器X400接通，其常开触点闭合，输出继电器Y430接通，Y430的常开触点闭合自锁。按下停机按钮，输入继电器X401接通，其常闭触点断开，输出继电器Y430断开。



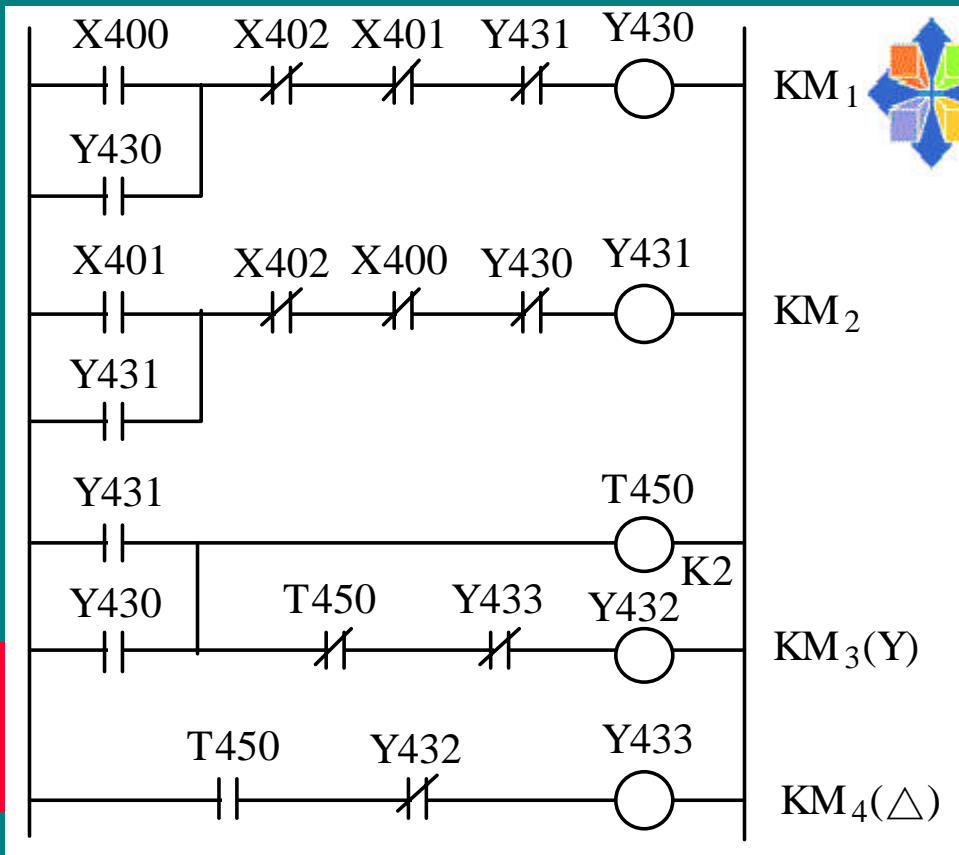
图示为电动机正反转控制的PLC端子分配、外部接线图。 SB_1 、 SB_2 和 SB_3 分别是正反转启动和停机按钮。 FR 是热继电器的保护触点，用它在PLC外端直接通断正反转接触器 KM_1 、 KM_2 的电源更为可靠。 $X400$ 和 $X401$ 的常闭触点用来实现按钮联锁， $Y430$ 和 $Y431$ 的常闭触点用来实现 $Y430$ 和 $Y431$ 的联锁。为确保在任何情况下两个接触器都不会同时接通，除以上的软件联锁外，还在PLC的外部设置了由 KM_1 和 KM_2 常闭触点实现的硬件联锁。



2007-7-25



在电动机正反转控制梯形图的基础上，很容易设计出电动机的正反转控制且能实现Y— Δ 降压启动控制的梯形图，如图所示。



当正反转启动时由Y430和Y431的触点并联接通Y432，使KM₃通电，实现电动机绕组的Y形联接。同时，T450线圈接通开始延时，当延时时间到2s时，T450输出，其常闭触点打开，断开Y432而使KM₃断电；T450常开触点闭合，接通Y433而使KM₄通电，电动机转为 Δ 形联接运行。梯形图中用Y432和Y433的常闭触点实现软件联锁。由于Y430和Y431有自锁，T450线圈接通后不会断开，能维持输出，因而Y433不用自锁。

9.4 PLC应用实例

PLC应用控制系统设计的一般步骤为：

- (1) 分析控制任务，确定控制方案。
- (2) 选择PLC机型。
- (3) 系统设计。系统设计包括硬件设计和软件设计。
- (4) 系统调试。

9.4.1 异步电动机Y- Δ 换接起动控制

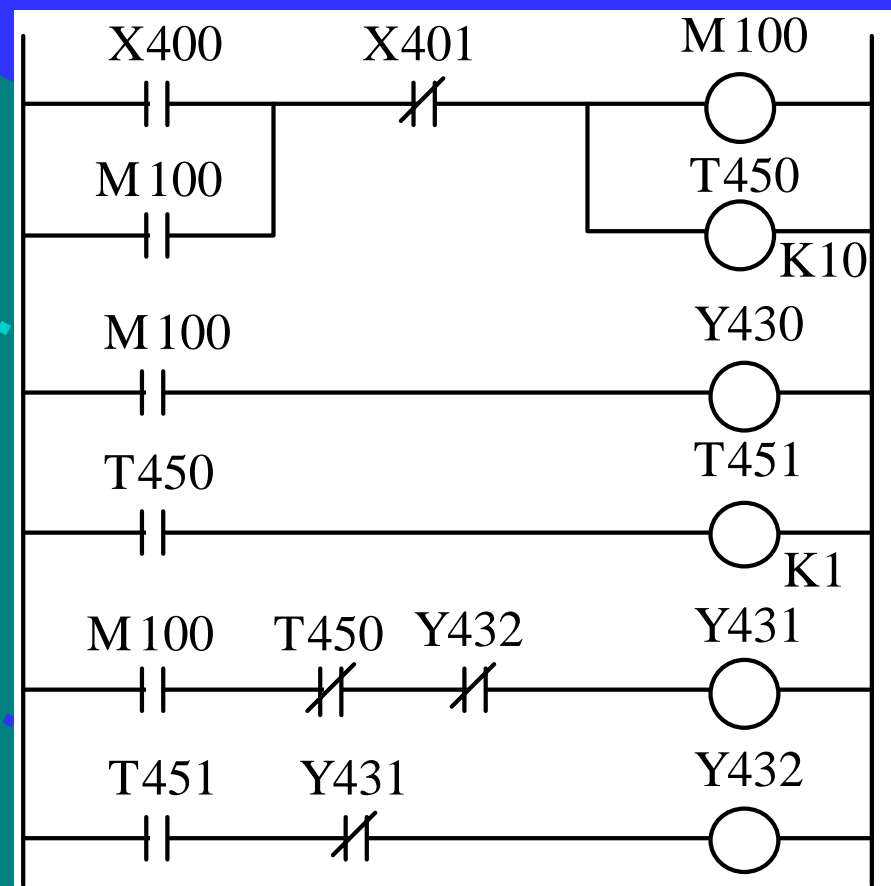
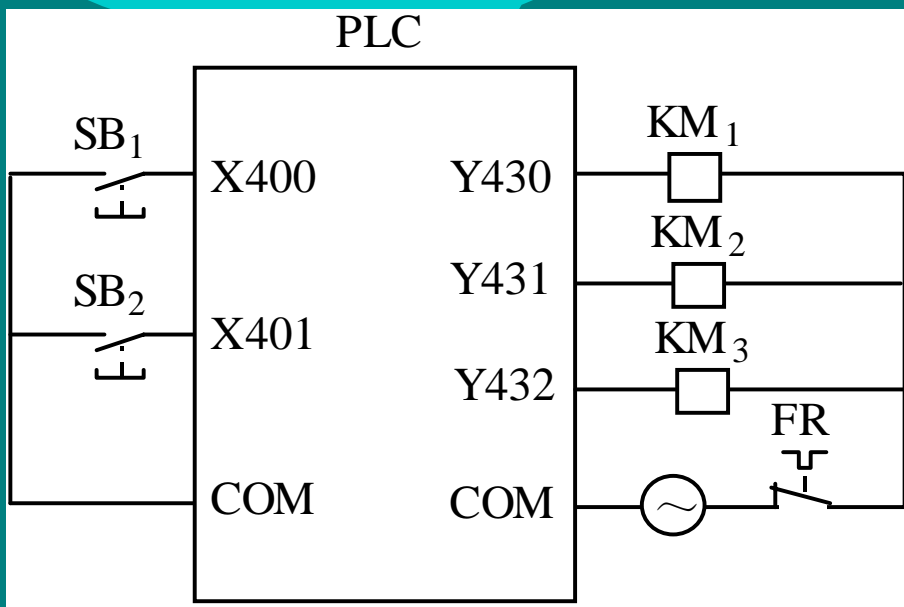
I/O
端子
分配

输 入		输 出	
SB ₁	X 400	KM ₁	Y 431
SB ₂	X 401	KM ₂	Y 432
		KM ₃	Y 433

2007-7-25

外部接线

梯形图



2007-7-25

程序

LD X400

OR M100

ANI X401

OUT M100

OUT T450

K 10

LD M100

OUT Y430

LD T450

OUT T451

K 1

LD M100

ANI T450

ANI Y432

OUT Y431

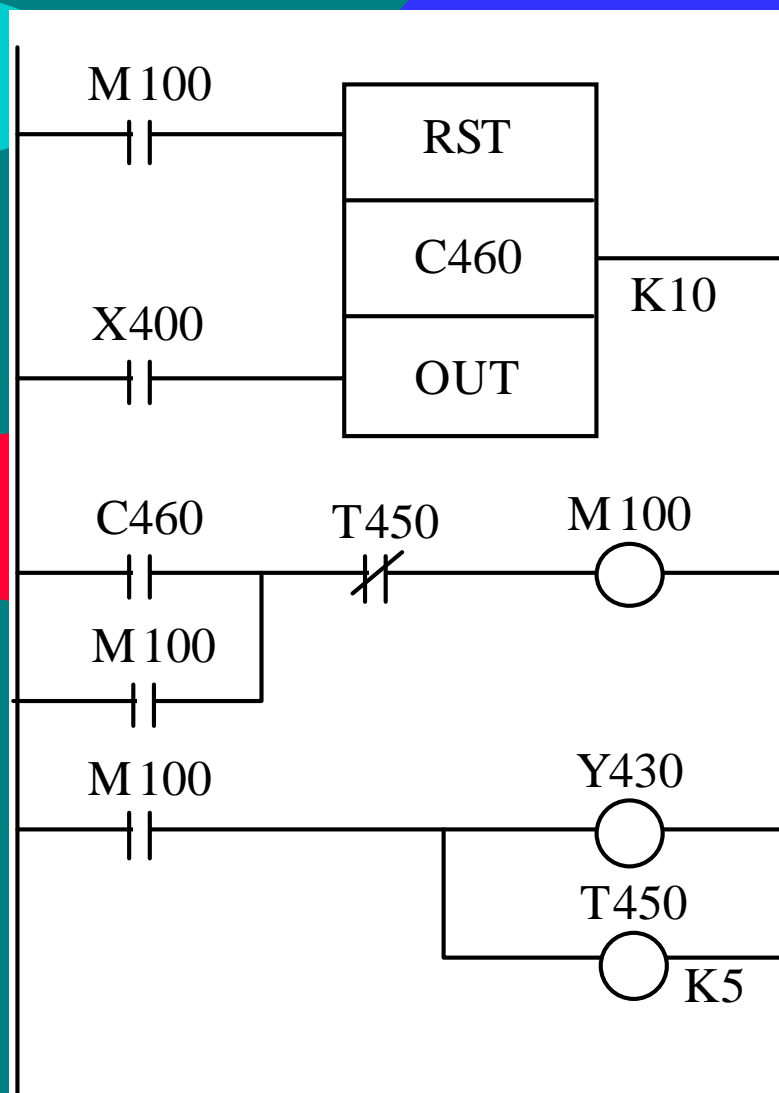
LD T451

ANI Y431

OUT Y432

9.4.2 计数器工作电路控制

在对装配线上的产品进行检测和计数时，要求计数到第10个时，起动下一道工序工作5s。

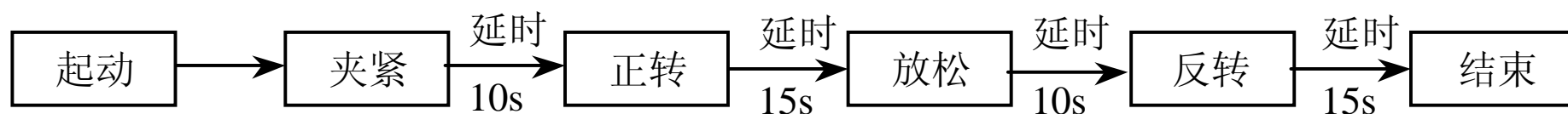


LD	M100
RST	C460
LD	X400
OUT	C460
K	10
LD	C460
OR	M100
ANI	T450
OUT	M100
LD	M100
OUT	Y430
OUT	T450
K	5

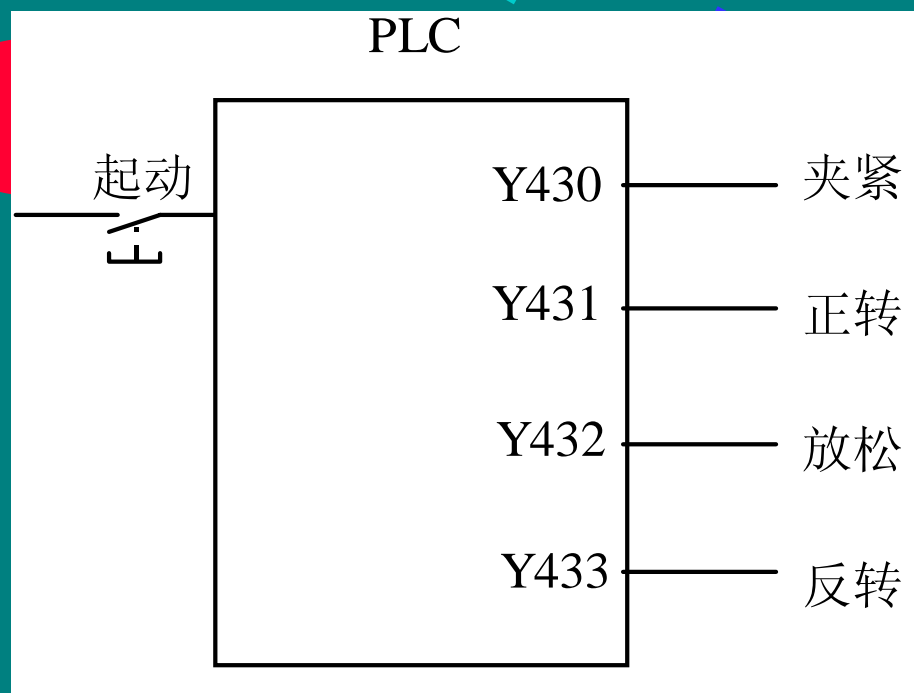
2007-7-25

9.4.3 机械手工作过程控制

工作循环

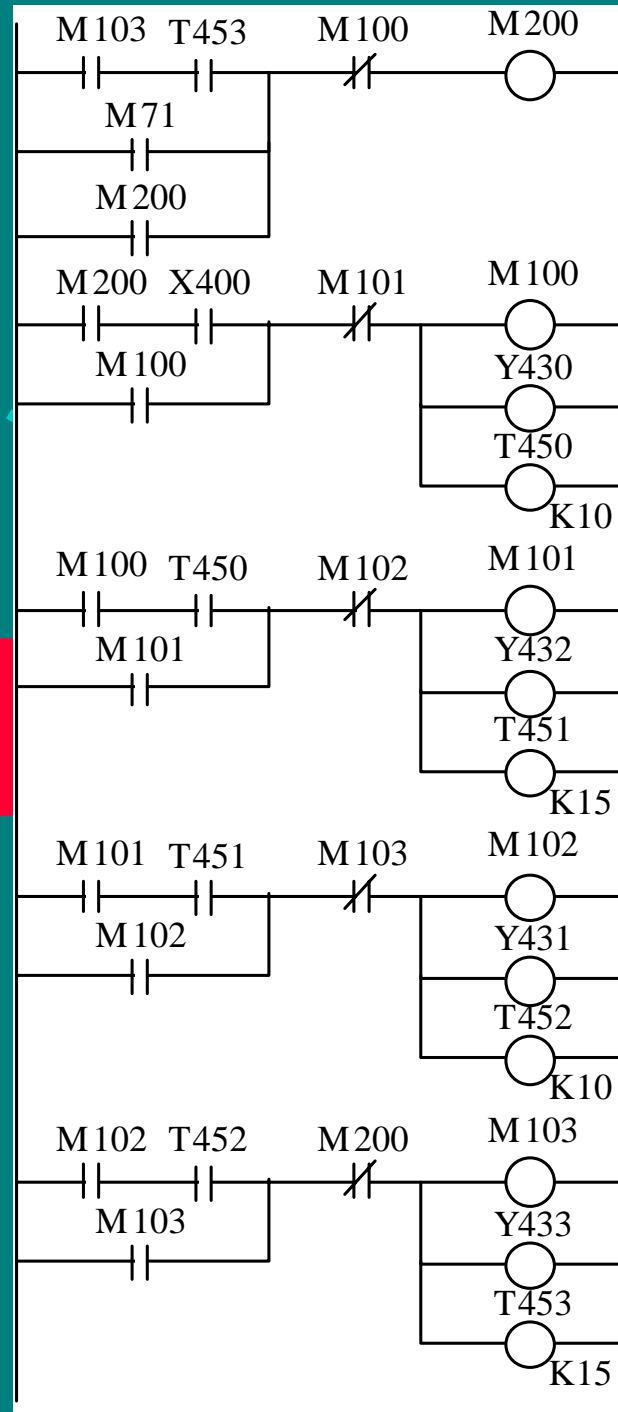


I/O端子分配及接线



2007-7-25

梯形图



2007-7-25

程序

LD	M103	OUT	Y432
AND	T453	OUT	T451
OR	M71	K	15
OR	M200	LD	M101
ANI	M100	AND	T451
OUT	M200	OR	M102
LD	M200	ANI	M103
AND	X400	OUT	M102
OR	M100	OUT	Y431
ANI	M101	OUT	T452
OUT	M100	K	10
OUT	Y430	LD	M102
OUT	T450	AND	T452
K	10	OR	M103
LD	M100	ANI	M200
AND	T450	OUT	M103
OR	M101	OUT	Y433
ANI	M102	OUT	T453
OUT	M101	K	15

2007-7-25

电工技术基础

• 2004年7月

第10章 电工测量

学习要点

- 电流、电压、电功率、电阻及电能的测量方法
- 电流表、电压表、功率表、万用表、兆欧表及电度表的使用方法
- 磁电式、电磁式及电动式仪表的结构和工作原理

第10章 电工测量

- 10.1 电工仪表的类型、误差和准确度
- 10.2 指针式仪表的结构及工作原理
- 10.3 电流、电压、功率及电能的测量
- 10.4 电阻的测量

10.1 电工仪表的类型、误差和准确度

- 电工仪表是实现电工测量过程所需技术工具的总称。
- 电工仪表的测量对象主要是电学量与磁学量。电学量又分为电量与电参量。
- 通常要求测量的电量有电流、电压、功率、电能、频率等；电参量有电阻、电容、电感等。
- 通常要求测量的磁学量有磁感应强度、磁导率等。

10.1.1 电工仪表的分类

- 按测量方法可分为比较式和直读式两类。比较式仪表需将被测量与标准量进行比较后才能得出被测量的数量，常用的比较式仪表有电桥、电位差计等。直读式仪表将被测量的数量由仪表指针在刻度盘上直接指示出来，常用的电流表、电压表等均属直读式仪表。直读式仪表测量过程简单，操作容易，但准确度不可能太高；比较式仪表的结构较复杂，造价较昂贵，测量过程也不如直读法简单，但测量的结果较直读式仪表准确。
- 按被测量的种类可分为电流表、电压表、功率表、频率表、相位表等。
- 按电流的种类可分为直流、交流和交直流两用仪表。
- 按工作原理可分为磁电式、电磁式、电动式仪表等。
- 按显示方法可分为指针式（模拟式）和数字式。指针式仪表用指针和刻度盘指示被测量的数值；数字式仪表先将被测量的模拟量转化为数字量，然后用数字显示被测量的数值。
- 按准确度可分为0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5和5.0共7个等级。

常用电工仪表的符号和意义

分类	符号	名称	被测量的种类
电流种类	—	直流电表	直流电流、电压
	~	交流电表	交流电流、电压、功率
	~	交直流两用表	直流电量或交流电量
	≡ 或 3~	三相交流电表	三相交流电流、电压、功率
测量对象	Ⓐ ⓂⒶ ⓂⒶ	安培表、毫安表、微安表	电流
	Ⓥ ⓀⓋ	伏特表、千伏表	电压
	Ⓦ ⓀⓌ	瓦特表、千瓦表	功率
	ⓀⓌ · Ⓜ	千瓦时表	电能量
	φ	相位表	相位差
	f	频率表	频率
	Ω ⓂΩ	欧姆表、兆欧表	电阻、绝缘电阻

常用电工仪表的符号和意义

工作原理		磁电式仪表	电流、电压、电阻
		电磁式仪表	电流、电压
		电动式仪表	电流、电压、电功率、功率因数、电能量
		整流式仪表	电流、电压
		感应式仪表	电功率、电能量
准确度等级	1.0	1.0 级电表	以标尺量限的百分数表示
	①.5	1.5 级电表	以指示值的百分数表示
绝缘等级	 2kV	绝缘强度试验电压	表示仪表绝缘经过 2kV 耐压试验
工作位置	→	仪表水平放置	
	↑	仪表垂直放置	
	∠60°	仪表倾斜 60° 放置	
端钮	+	正端钮	
	-	负端钮	
	± 或 	公共端钮	
	⊥ 或 	接地端钮	

10.1.2 电工仪表的误差和准确

电工仪表的准确度是指测量结果（简称示值）与被测量真实值（简称真值）间相接近的程度，是测量结果准确程度的量度。

误差是指示值与真值的偏离程度。准确度与误差本身的含义是相反的，但两者又是紧密联系的，测量结果的准确度高，其误差就小，因此，在实际测量中往往采用误差的大小来表示准确度的高低。

由于制造工艺的限制及测量时外界环境因素和操作人员的因素，误差是不可避免的。根据引起误差的原因不同，仪表误差可分为基本误差和附加误差。基本误差是在规定的温度、湿度、频率、波形、放置方式以及无外界电磁场干扰等正常工作条件下，由于仪表本身的缺点所产生的误差。附加误差是由于外界因素的影响和仪表放置不符合规定等原因所产生的误差。附加误差有些可以消除或限制在一定范围内，而基本误差却不可避免。

误差的表示方法

(1) 绝对误差:

$$\Delta A = A_x - A_o$$

(2) 相对误差:

$$\gamma = \frac{\Delta A}{A_o} \times 100\%$$

示值误差:

$$\gamma = \frac{\Delta A}{A_x} \times 100\%$$

(3) 引用误差:

$$\gamma_n = \frac{\Delta A}{A_m} \times 100\%$$

仪表的准确度:

$$K = \frac{\Delta A_m}{A_m} \times 100\%$$

最大相对误差:

$$\gamma_m = \frac{\Delta A_m}{A_x} = \frac{\Delta A_m}{A_x} \times \frac{A_m}{A_m} = \frac{\Delta A_m}{A_m} \times \frac{A_m}{A_x} = K \times \frac{A_m}{A_x}$$

A_x : 示值

A_o : 真值

A_m : 满标度值即量限

ΔA_m : 最大绝对误差

示值误差用于误差很小或要求不高的场合。

直读仪表的准确度用最大引用误差来分级，分为0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5和5.0共7个等级。如准确度为2.5级的仪表，其最大引用误差为2.5%。

例如：用一量程为150V的电压表在正常条件下测某两点间电压 U ，示值为100V，绝对误差为1V。这时 U 的真值为 $100-1=99\text{V}$ ，相对误差 $r=1\%$ 。如果示值为10V，绝对误差为 -0.8V 。则其真值为10.8V，相对误差8%。如果已知该电压表可能发生的最大绝对误差为1.5V，则仪表的最大引用误差为：

$$K = \frac{\Delta A_m}{A_m} \times 100\% = \frac{1.5}{150} \times 100\% = 1\%$$

所以该仪表的准确度等级为1.0级。

注意：被测量比仪表量程小得越多，测量结果可能出现的最大相对误差值也越大。例如用1.0级量程为150V的电压表测量30V的电压，可能出现的最大相对误差为5%，而改用1.0级量程为50V的电压表测量30V的电压，可能出现的最大相对误差为1.67%。所以选用仪表的量程时应使读数在2 / 3量程以上。

10.2 指针式仪表的结构及工作原理

电工测量中常用的指针式仪表有磁电式、电动式、电磁式3种。这些仪表的结构虽然不同，但工作原理却是相同的，都是利用电磁现象使仪表的可动部分受到电磁转矩的作用而转动，从而带动指针偏转来指示被测量的大小。

10.2.1 磁电式仪表

直流电流 I 通过可动线圈时，线圈与磁场相互作用使线圈产生转动力矩，带动指针偏转。指针偏转后扭紧弹簧游丝，使游丝产生反抗力矩。当反抗力矩和转动力矩相平衡时，线圈和指针便停止偏转。由于在线圈转动的范围内磁场均匀分布，因此线圈的转动力矩与电流的大小成正比。又由于游丝的反抗力矩与线圈的偏转角度成正比，所以仪表指针的偏转角度与流过线圈的电流的大小成正比，即： $\alpha=KI$ 。可见磁电式仪表标尺上的刻度是均匀的。

磁电式仪表的**优点**：刻度均匀、灵敏度高、准确度高、消耗功率小、受外界磁场影响小等。

磁电式仪表的**缺点**：结构复杂、造价较高、过载能力小，而且只能测量直流，不能测量交流。

使用注意事项：电表接入电路时要注意**注意极性**，否则指针反打会损坏电表。通常磁电式仪表的接线柱旁均标有+、-记号，以防接错。

10.2.2 电磁式仪表

线圈通入电流时产生磁场，使其内部的固定铁片和可动铁片同时被磁化。由于两铁片同一端的极性相同，因此两者相斥，致使可动铁片受到转动力矩的作用，从而通过转轴带动指针偏转。当转动力矩与游丝的反抗力矩相平衡时，指针便停止偏转。

由于作用在铁心上的电磁力与空气隙中磁感应强度的平方成正比，磁感应强度又与线圈电流成正比，因此仪表的转动力矩与电流的平方成正比。又由于游丝的反抗力矩与线圈的偏转角度成正比，所以仪表指针的偏转角度与线圈电流的平方成正比，即： $\alpha = KI^2$ 。可见电磁式仪表标尺上的刻度是不均匀的。

推斥型电磁式仪表也可以测量交流，当线圈中电流方向改变时，它所产生磁场的方向随之改变，因此动、静铁片磁化的极性也发生变化，两铁片仍然相互排斥，转动力矩方向不变，其平均转矩与交流电流有效值的平方成正比。

10.2.3 电动式仪表

固定线圈中通入直流电流 I_1 时产生磁场，磁感应强度 B_1 正比于 I_1 。如果可动线圈通入直流电流 I_2 ，则可动线圈在此磁场中就要受到电磁力的作用而带动指针偏转，电磁力 F 的大小与磁感应强度 B_1 和电流 I_2 成正比。直到转动力矩与游丝的反抗力矩相平衡时，才停止偏转。仪表指针的偏转角度与两线圈电流的乘积成正比，即： $\alpha = KI_1I_2$ 。

对于线圈通入交流电的情况，由于两线圈中电流的方向均改变，因此产生的电磁力方向不变，这样可动线圈所受到转动力矩的方向就不会改变。设两线圈的电流分别为 i_1 和 i_2 ，则转动力矩的瞬时值与两个电流瞬时值的乘积成正比。而仪表可动部分的偏转程度取决于转动力矩的平均值，由于转动力矩的平均值不仅与 i_1 及 i_2 的有效值成正比，而且还与 i_1 和 i_2 相位差的余弦成正比，因此电动式仪表用于交流时，指针的偏转角与两个电流的有效值及两电流相位差的余弦成正比。即：

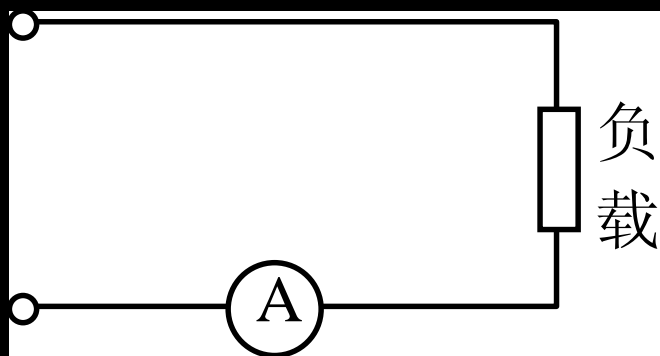
$$\alpha = KI_1I_2\cos\varphi。$$



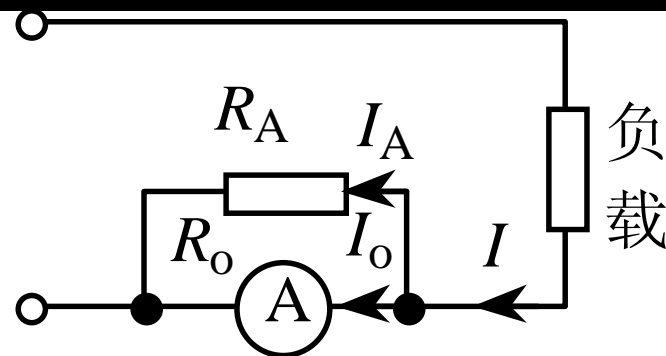
10.3 电流、电压、功率及电能

10.3.1 电流的测量

测量直流电流通常采用磁电式电流表，测量交流电流主要采用电磁式电流表。电流表必须与被测电路串联，否则将会烧毁电表。此外，测量直流电流时还要注意仪表的极性。



(a) 直接测量电流

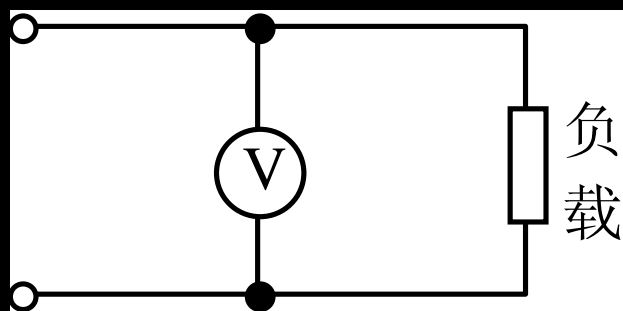


(b) 电流表量程的扩大

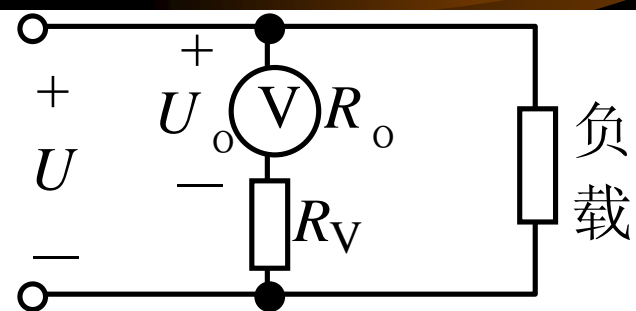
扩大量程的方法是在表头上并联一个称为分流器的低值电阻 R_A ，分流器的阻值为： $R_A = R_0 / (n - 1)$ 。式中 R_0 为表头内阻， $n = I / I_0$ 为分流系数，其中 I_0 为表头的量程， I 为扩大后的量程。

10.3.2 电压的测量

测量直流电压通常采用磁电式电压表，测量交流电压主要采用电磁式电压表。电压表必须与被测电路并联，否则将会烧毁电表。此外，测量直流电压时还要注意仪表的极性。



(a) 直接测量电压



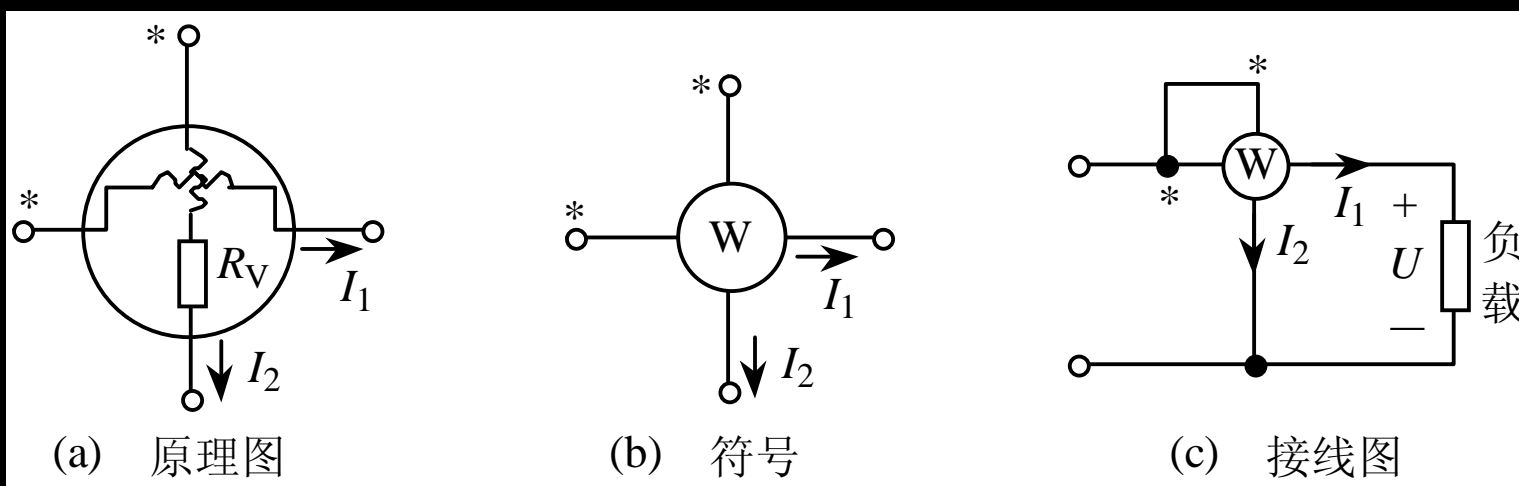
(b) 电压表量程的扩大

扩大量程的方法是在表头上串联一个称为倍压器的高值电阻 R_V ，倍压器的阻值为： $R_V = (m - 1) R_0$ 。式中 R_0 为表头内阻， $m = U / U_0$ 为倍压系数，其中 U_0 为表头的量程， U 为扩大后的量程。

10.3.3 功率的测量

测量功率时采用电动式仪表。测量时将仪表的固定线圈与负载串联，反映负载中的电流，因而固定线圈又叫电流线圈；将可动线圈与负载并联，反映负载两端电压，所以可动线圈又叫电压线圈。

1. 直流和单相交流功率的测量



分格常
数:

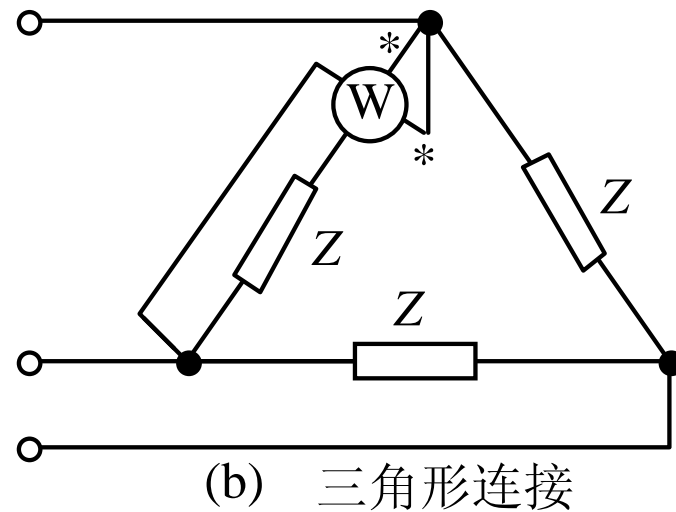
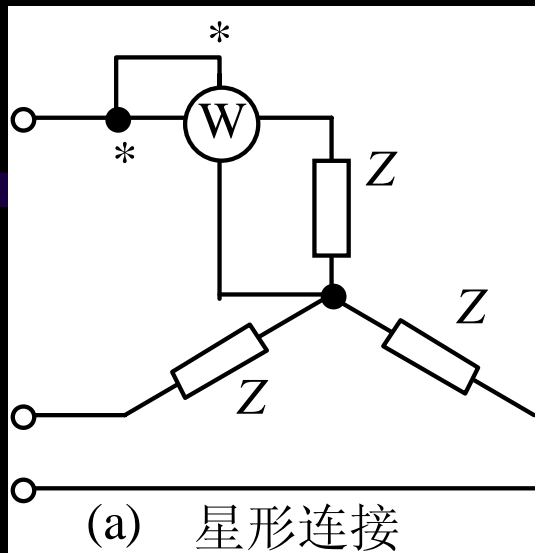
$$C = \frac{U_N I_N}{a_m} (\text{W/div})$$

被测功
率:

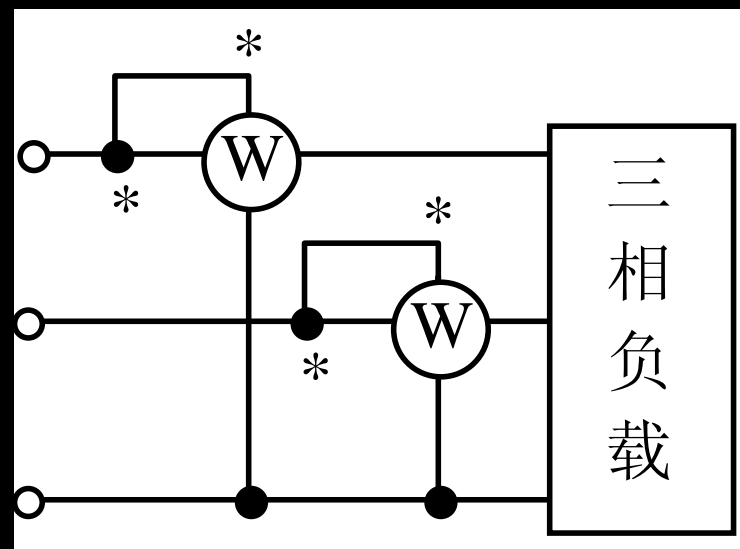
$$P = Ca$$

2. 三相功率的测量

一表法： 用一个单相功率表测得一相功率，然后乘以3即得三相负载的总功率。

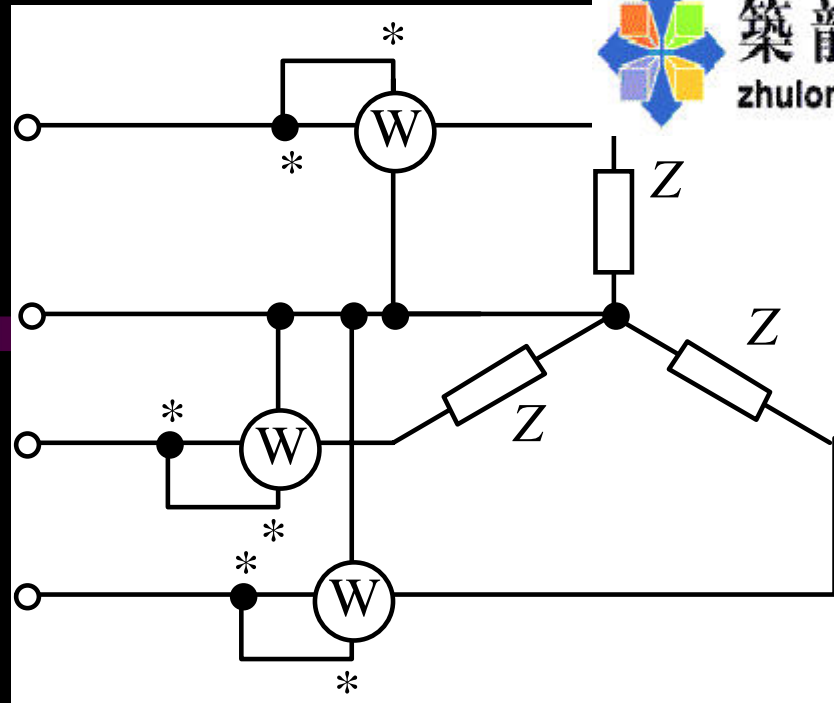


二表法： 用两只单相功率表来测量三相功率，三相总功率为两个功率表的读数之和。若负载功率因数小于0.5，则其中一个功率表的读数为负，会使这个功率表的指针反转。为了避免指针反转，需将其电压线圈或电流线圈反接，这时三相总功率为两个功率表的读数之差。

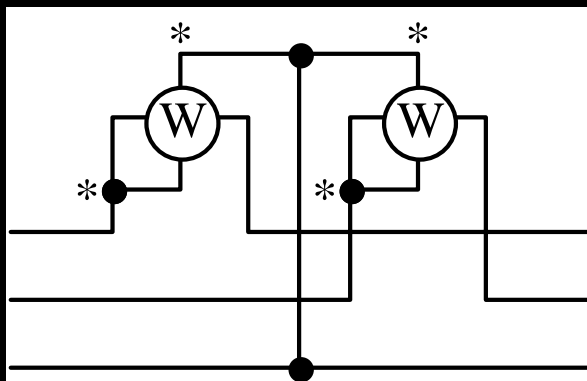




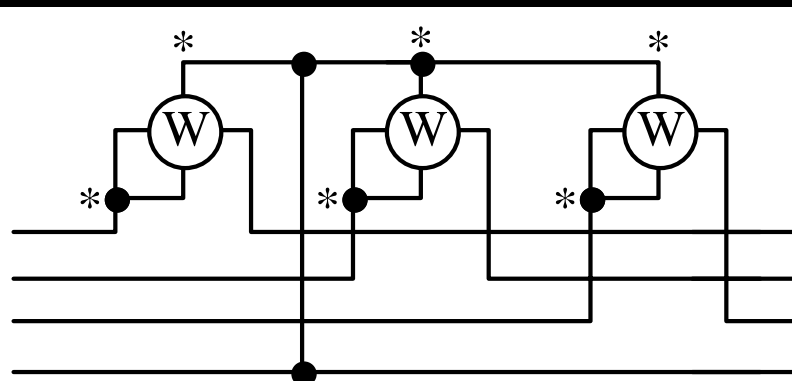
三表法：用3只单相功率表来测量三相功率，三相总功率为3个功率表的读数之和。



用二元功率表和三元功率表测量三相总功率，三相总功率均可直接从表上读出。



(a) 二元功率表

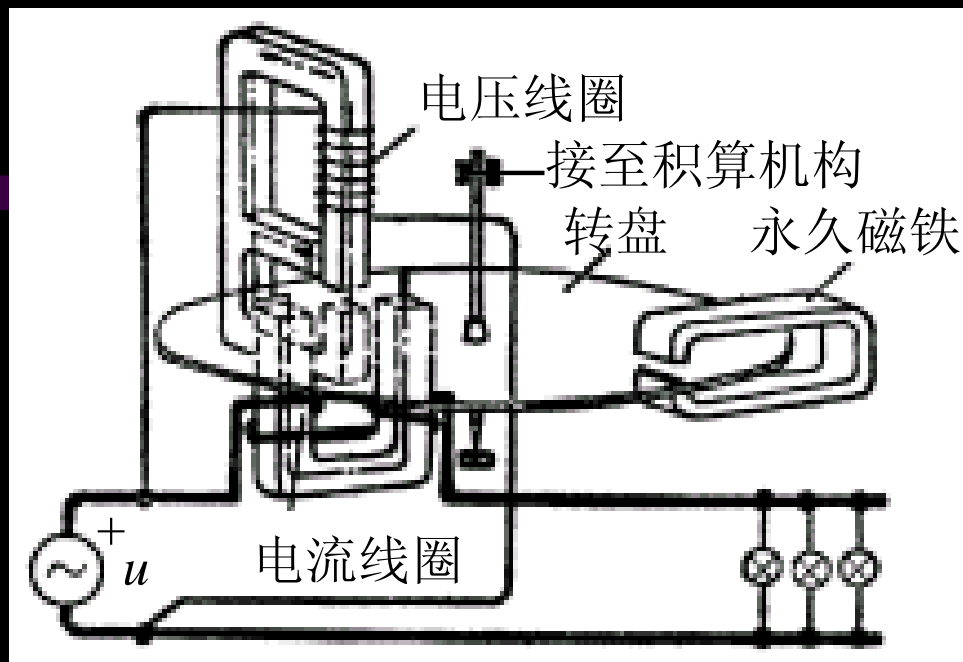


(b) 三元功率表

10.3.4 电能的测量

电度表

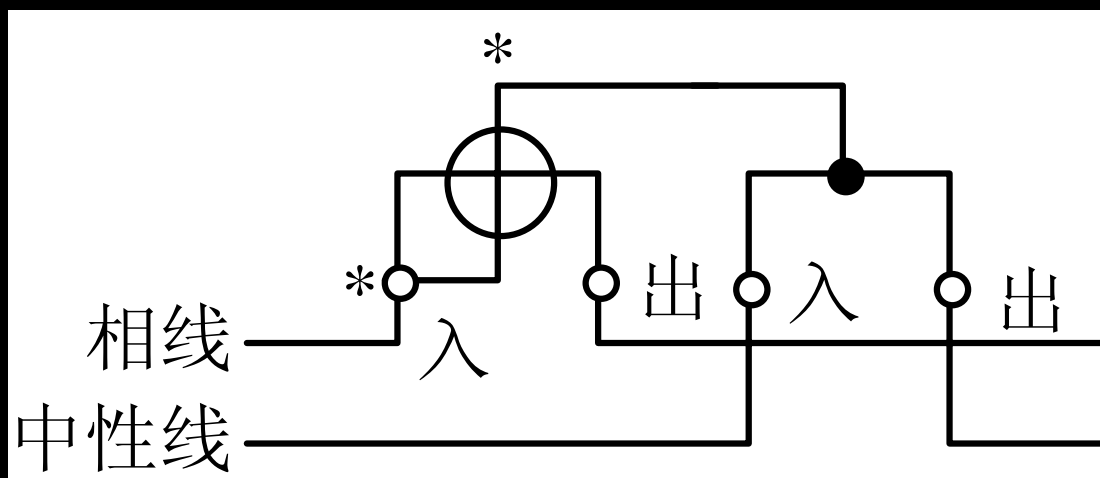
驱动机构用来产生转动力矩，包括电压线圈、电流线圈和铝制转盘。当电压线圈和电流线圈通过交流电流时，就有交变的磁通穿过转盘，在转盘上感应出涡流，涡流与交变磁通相互作用产生转动力矩，从而使转盘转动。



制动机构用来产生制动力矩，由永久磁铁和转盘组成。转盘转动后，涡流与永久磁铁的磁场相互作用，使转盘受到一个反方向的磁场力，从而产生制动力矩，致使转盘以某一转速旋转，其转速与负载功率的大小成正比。

积算机构用来计算电度表转盘的转数，以实现电能的测量和计算。转盘转动时，通过蜗杆及齿轮等传动机构带动字轮转动，从而直接显示出电能的度数。

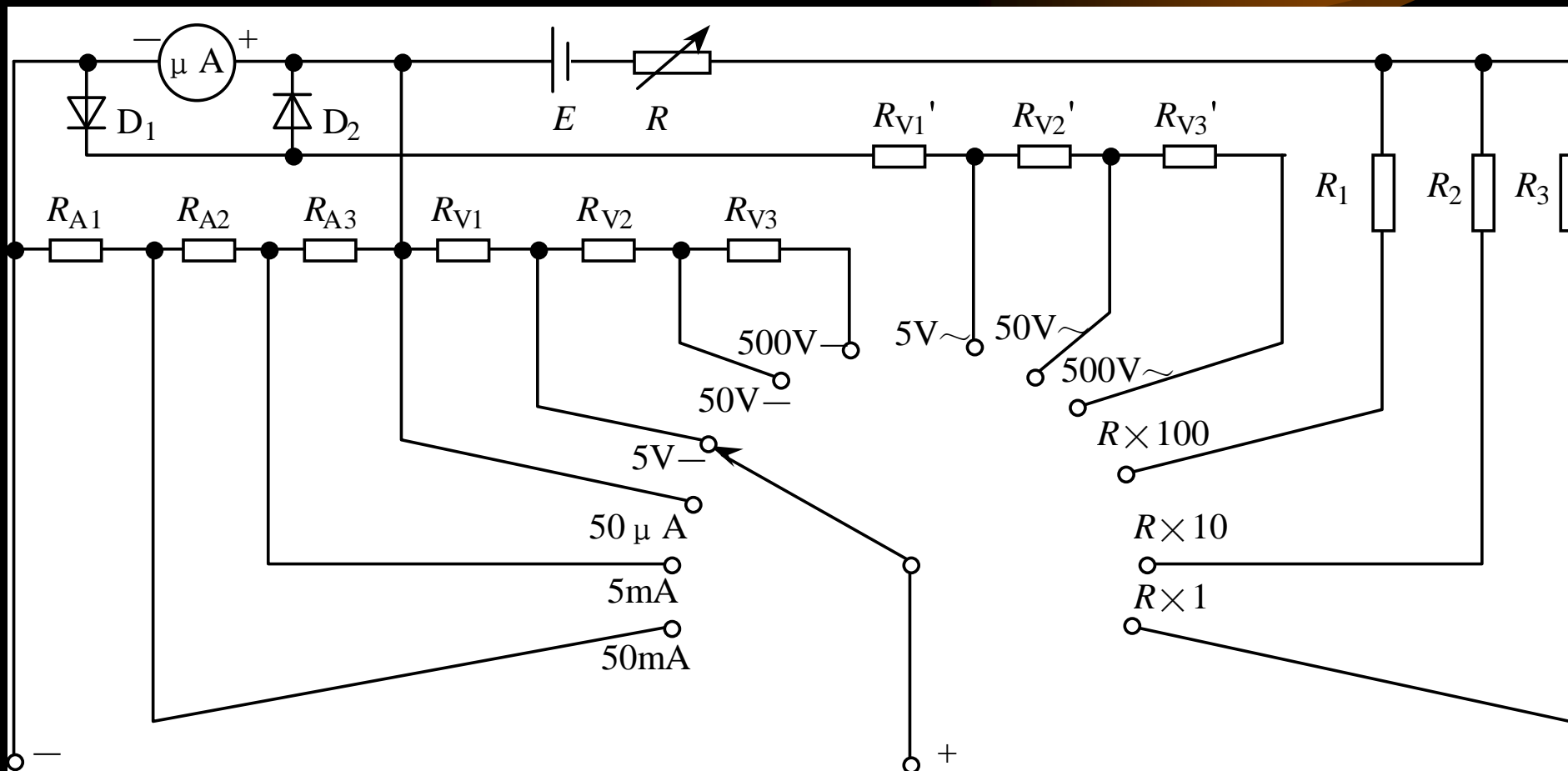
单相电度表接线时，电流线圈与负载串联，电压线圈与负载并联。单相电度表共有四根连接导线，两根输入，两根输出。电流线圈及电压线圈的电源端应接在相（火）线上，并靠电源侧。



10.4 电阻的测量

10.4.1 万用表

1、磁电式万用表



(1) 直流电流的测量。转换开关置于直流电流档，从+、—两端接入，便构成直流电流测量电路。图中 R_{A1} 、 R_{A2} 、 R_{A3} 是分流器电阻，与表头构成闭合电路。通过改变转换开关的档位来改变分流器电阻，从而达到改变电流量程的目的。

(2) 直流电压的测量。转换开关置于直流电压档，被测电压接在+、—两端，便构成直流电压的测量电路。图中 R_{V1} 、 R_{V2} 、 R_{V3} 是倍压器电阻，与表头构成闭合电路。通过改变转换开关的档位来改变倍压器电阻，从而达到改变电压量程的目的。

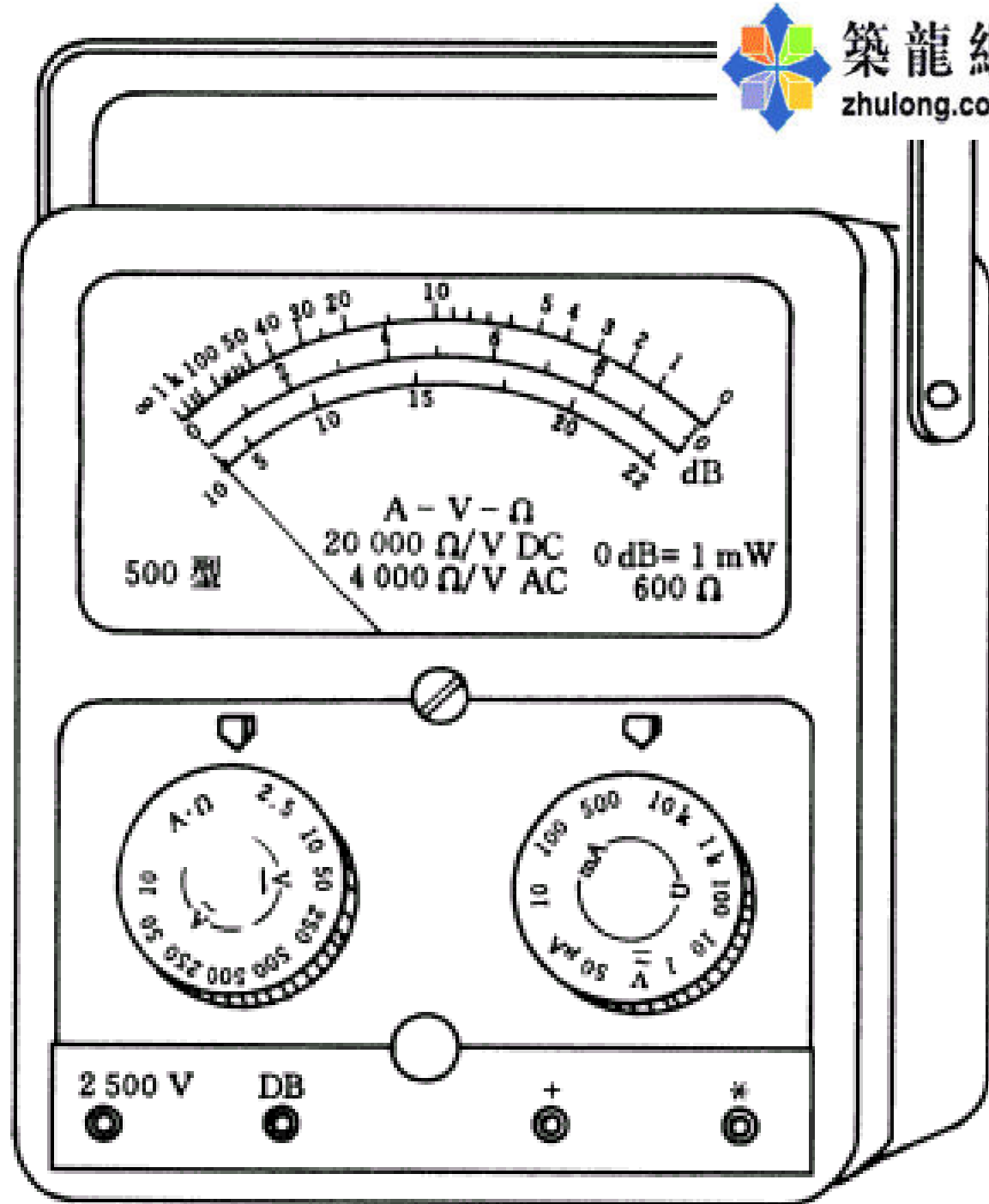
(3) 交流电压的测量。转换开关置于交流电压档，被测交流电压接在+、—两端，便构成交流电压测量电路。测量交流时必须加整流器，二极管 D_1 和 D_2 组成半波整流电路，表盘刻度反映的是交流电压的有效值。 R_{V1}' 、 R_{V2}' 、 R_{V3}' 是倍压器电阻，电压量程的改变与测量直流电压时相同。

(4) 电阻的测量。转换开关置于电阻档，被测电阻接在+、—两端，便构成电阻测量电路。电阻自身不带电源，因此接入电池 E 。电阻的刻度与电流、电压的刻度方向相反，且标度尺的分度是不均匀的。



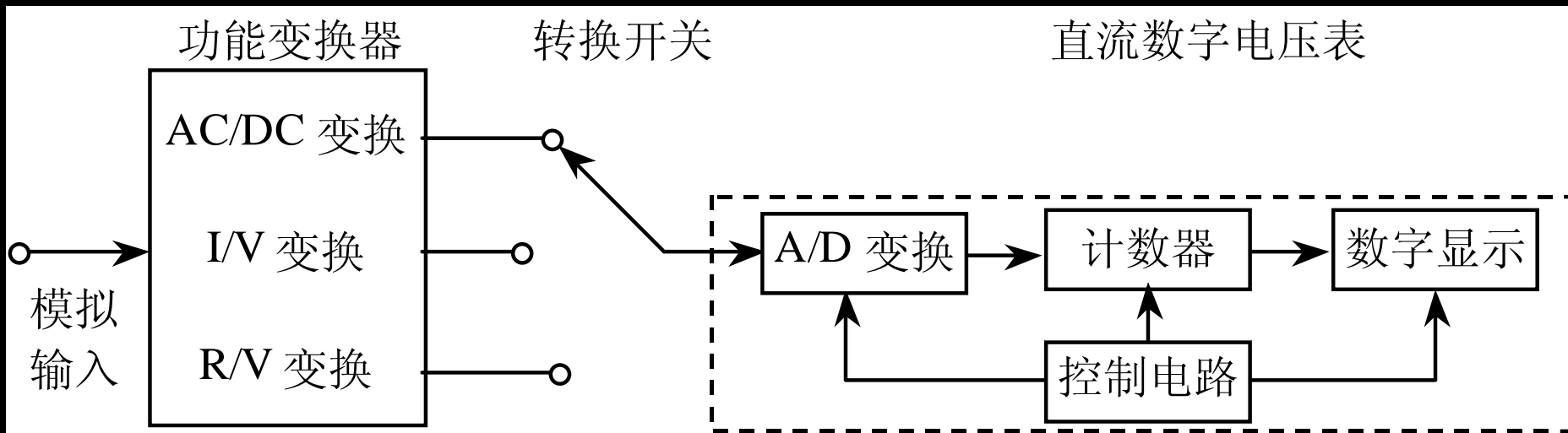
500型万用表

有两个“功能/量程”转换旋钮，每个旋钮上方有一个尖形标志。利用两个旋钮不同位置的组合，可以实现交、直流电流、电压、电阻及音频电平
的测量。如测量直流
电流，先转动左边的
旋钮，使“A”档对准尖
形标志，再将右边旋
钮转至所需直流电流
量程即可进行测量。
使用前注意先调节调
零旋钮，使指针准确
指示在标尺的零位
置。



2、数字式万用表

数字式万用表由功能变换器、转换开关和直流数字电压表3部分组成，其原理框图如图所示。直流数字电压表是数字式万用表的核心部分，各种电量或参数的测量，都是首先经过相应的变换器，将其转化为直流数字电压表可以接受的直流电压，然后送入直流数字电压表，经模 / 数转换器变换为数字量，再经计数器计数并以十进制数字将被测量显示出来。

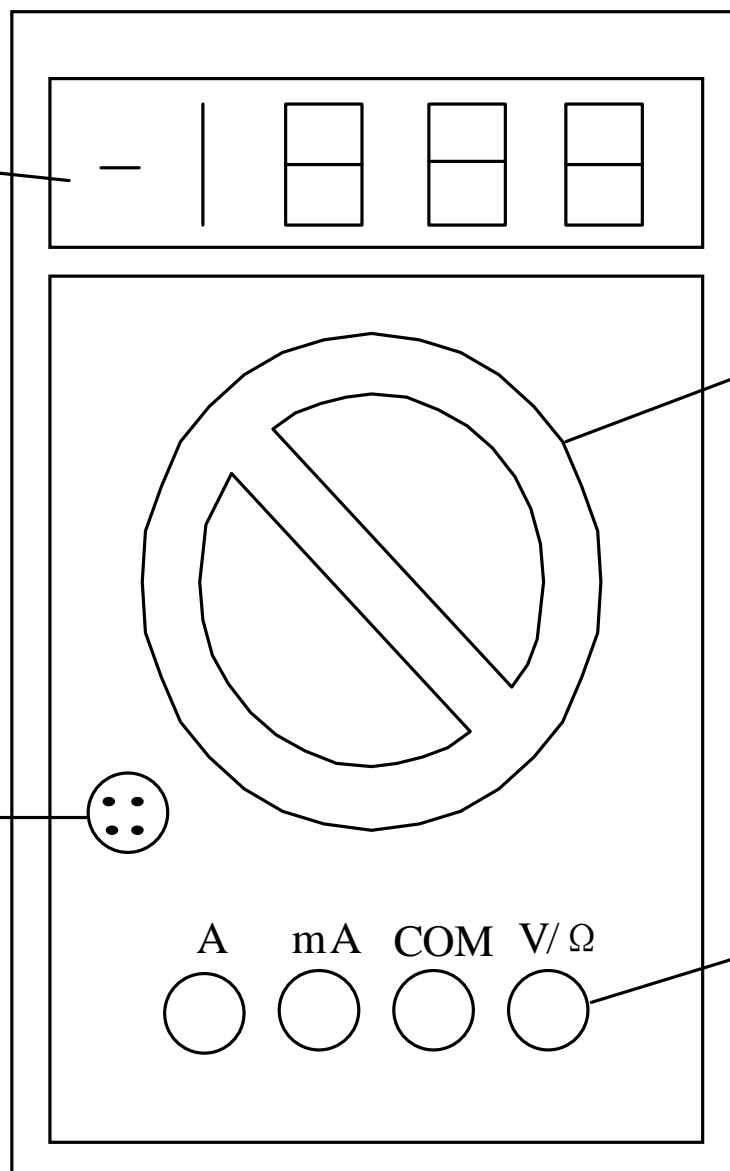


液晶显示器

β 插座

功能和量程
选择开关

输入端插孔



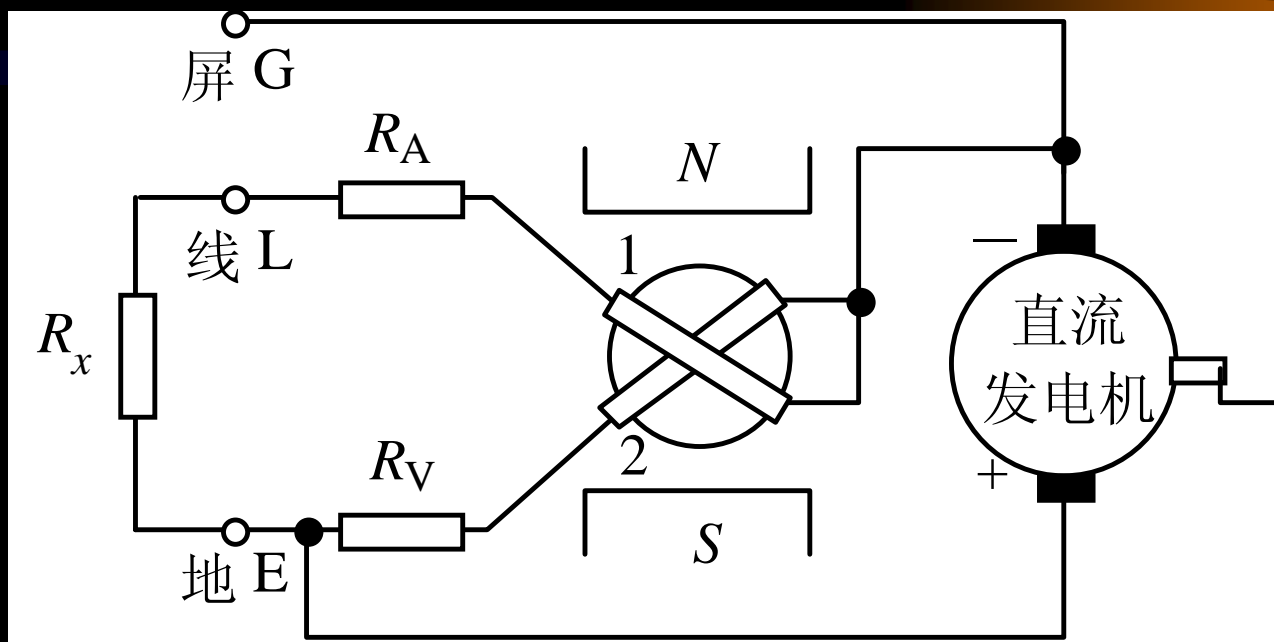


(1) 输入端插孔：黑表笔总是插“COM”插孔，测量交直流电压、电阻、二极管及通断检测时，红表笔插“V/ Ω ”插孔，测量 200mA 以下交直流电流时，红表笔插“mA”插孔，测量 200mA 以上交直流电流时，红表笔插“A”插孔。

(2) 功能和量程选择开关：交、直流电压档的量程为 200mV、2V、20V、200V、1000V，共 5 档。交、直流电流档的量程为 200 μ A、2mA、20mA、200mA、10A，共 5 档。电阻档的量程为 200 Ω 、2k Ω 、20k Ω 、200k Ω 、2M Ω 、20M Ω 、 \varnothing 200，共 7 档，其中 \varnothing 200 档用于判断电路的通、断。

(3) β 插座：测量三极管的 β 值，注意区别管型是 NPN 还是 PNP。

10.4.2 兆欧表



兆欧表俗称摇表，是测量绝缘体电阻的专用仪表，主要由磁电式流比计与手摇直流发电机组成。

流比计是用电磁力代替游丝产生反作用力矩的仪表。一般磁电式仪表不同，除了不用游丝产生反作用力矩外，还有两个区别：一是空气隙中的磁感应强度不均匀；二是可动部分有两个绕向相反且互成一定角度的线圈，线圈1用于产生转动力矩，线圈2用于产生反作用力矩。

被测电阻接在L（线）和E（地）两个端子上，形成了两个回路，一个是电流回路，一个是电压回路。电流回路从电源正端经被测电阻 R_x 、限流电阻 R_A 、可动线圈1回到电源负端。电压回路从电源正端经限流电阻 R_V 、可动线圈2回到电源负端。由于空气隙中的磁感应强度不均匀，因此两个线圈产生的转矩 T_1 和 T_2 不仅与流过线圈的电流 I_1 、 I_2 有关，还与可动部分的偏转角 α 有关。当 $T_1=T_2$ ，可动部分处于平衡状态，其偏转角 α 是两个线圈电流 I_1 、 I_2 比值的函数（故称为流比计），即：

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

因为限流电阻 R_A 、 R_V 为固定值，在发电机电压 U 不变时，电压回路的电流 I_2 为常数，电流回路电流 I_1 的大小与被测电阻 R_x 的大小成反比，所以流比计指针的偏转角 α 能直接反映被测电阻 R_x 的大小。

流比计指针的偏转角与电源电压的变化无关，电源电压 U 的波动对转动力矩和反作用力矩的干扰是相同的，因此流比计的准确度与电压无关。但测量绝缘电阻时，绝缘电阻值与所承受的电压有关。摇手摇发电机时，摇的速度须按规定，而且要摇够一定的时间。常用的兆欧表的手摇发电机的电压在规定转速下有500V和1000V两种，可根据需要选用。因电压很高，测量时应注意安全。

兆欧表的接线端钮有3个，分别标有“G（屏）”、“L”、“E（地）”。被测的电阻接在L和E之间，G端的作用是为了消除表壳表面L、E两端间的漏电和被测绝缘物表面漏电的影响。在进行一般测量时，把被测绝缘物接在L、E之间即可。但测量表面不干净或潮湿的对象时，为了准确地测出绝缘材料内部的绝缘电阻，就必须使用G端，图示为测量电缆绝缘电阻的接线图。

