

# 离散设施选址问题研究综述

王 非<sup>1,2</sup>, 徐 渝<sup>1</sup>, 李毅学<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 管理学院, 陕西 西安 710049; 2. 西安外国语学院 人文地理研究所, 陕西 西安 710061)

**摘 要:** 本文首先回顾了设施选址问题百年发展历史, 认为其研究经历了零散研究、系统研究、不确定性研究三个阶段。离散选址问题包括中值问题、覆盖问题、中心问题、多产品问题、动态问题、多目标问题、路径选址问题、网络中心选址问题 8 个子问题。最后作者讨论了选址问题研究中存在的问题以及今后发展的趋势。

**关键词:** 设施; 选址; 综述; 算法

**中图分类号:** F224.3

**文章标识码:** A

**文章编号:** 1007-3221(2006)05-0064-06

## Review on Facility Location Models

WANG Fei<sup>1,2</sup>, XU Yu<sup>1</sup>, LI Yi-xue<sup>1</sup>

(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Human Geography Institute, Xi'an Foreign Languages Institute, Xi'an 710061, China)

**Abstract:** In the paper we review facility location research with over 100-year history and propose the development of facility location has three stages. Discrete facility location problems include median, covering, center, multi-commodities, dynamic, multi-objective, routing location and hub location problems.

**Key words:** facility; location; review; algorithms

### 0 引言

选址问题研究内容十分广泛, 从城市、产业带、经济技术开发区、跨国经济集团分公司到机场、水利设施、人类居住区、销售网点以及仓库、配送中心等区位决策都是选址问题研究的范畴, 涉及经济、政治、社会、管理、心理及工程地质等多门学科。设施选址是众多选址问题的一个重要研究领域。本文所研究的设施是指与生产、商业流通及人类生活有关的用地规模相对较小的具体网点、场所, 如工厂、仓库、消防站、变电站、污水处理中心、加油(气)站等。研究方法主要依靠运筹学、拓扑学、管理学等计量方法, 这是设施选址与其他选址问题的重要区别。

设施选址是一个十分古老而又经典的问题, 古代的选址决策往往以经验、制度甚至迷信思想为依据, 缺乏科学性。1909 年德国学者韦伯第一篇选址论文的发表标志着设施选址问题进入到科学研究的时代<sup>[1]</sup>。在其发展的百年历史中, 各时期研究侧重点各有不同。按时间可分为三个阶段: (1) 零散研究阶段(1909 ~ 1960's)。该阶段研究侧重于解决生产、生活中的各种实际问题, 内容零散, 经济学者在此阶段早期有突出贡献。早在 1909 年德国经济学家韦伯(Alfred Weber)在其工业区位论文中研究如何使单个仓库到不同客户总距离最短。该文是最早的设施选址论文。另一位早期设施选址问题研究学者 Hotelling 在其 1929 年发表的论文中考虑两个竞争供应商在一条直线上的区位选择并构建选址模型。随后 Smithies (1941)、Stevens(1961)对此问题进行了更深入的研究。区域经济学家 Isard(1956)还从土地利用、投入产出等角度入手对工业区位的选择进行分析。上世纪 50 年代, 越来越多的研究者偏重于设施选址的实际应

收稿日期: 2006-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(70472036); 陕西省科技厅自然科学基金(04G11); 陕西省教育厅科研项目(06J K056)

作者简介: 王非(1972-), 男, 西安人, 西安交大管理学院博士生, 讲师。主要从事供应链与物流管理研究; 徐渝(1946-), 女, 青岛人, 教授, 博导, 主要从事供应链管理与管理项目研究; 李毅学(1974-), 博士生, 主要从事库存金融研究。

用,包括产品销售网点的分布与设计(Losch1954与Moses1958)、消防设施选址(Valinsky1955)、垃圾处理厂选址(Wersan et al. 1962)、电话网络程控交换设备选址(Rapp 1962)、铁路货运编组站选址(Mansfield与Wein 1958)等。(2)系统研究阶段(1960's~1980's)。Hakimi于1964年发表的关于网络多设施选址的论文是设施选址问题发展为一个系统、科学理论的里程碑。此后,选址问题被引入一个更宽广的领域,包括生产中心选址(Eilon et al. 1971)、交通枢纽选址(Wirasinghe与Waters 1984)、变电站选址(Hochbaum1982)等等。研究方法也更集中于运筹学、拓扑学,经济学方法的应用越来越少。(3)不确定性问题研究阶段(1980's至今)。进入上世纪80年代,随着市场变化加剧,实际生产、生活中运输时间、需求量、需求空间分布以及设施建造成本等输入变量不确定性加强,以往静态、确定性选址模型与方法已不能适应选址研究的发展。随机选址问题已成为众多学者关注的焦点。Louveaux (1986)、Mirchandani et al (1985)、Weaver与Church (1983)等学者在对不确定中值问题研究时均将运输时间与需求设为随机变量。Berman与Odoni (1982)、Berman与Leblanc(1984)将运输时间或运输成本设为不确定系统变量研究随机网络的交通问题<sup>[2]</sup>。

国外关于设施选址研究综述的文献已有很多,但国内尚无此类文章发表(国内只有关于某一具体选址问题的综述性文章)。鉴于篇幅所限,本文只对国外选址文章进行综述,旨在介绍上世纪60年代以来国外设施选址问题主要研究内容与特点并对其进行分类。离散选址问题又主要包括中值问题、覆盖问题、中心问题、多产品问题、动态问题、多目标问题、路径选址问题、网络中心选址问题8个子问题。

## 1 离散选址问题研究

离散选址问题即设施点被选址点的区位是离散的。此类问题往往设定设施点与需求点都位于在网络节点上,需求点区位确定,需求点与其他一些节点作为设施被选点,需求点与设施被选点之间有连线(交通线路、网线)相连。离散选址问题纷繁复杂,在国外学者的研究基础上,我们认为主要的离散选址问题有:中值问题、覆盖问题、中心问题、多产品问题、动态选址问题、路径选址、多目标选址与网络中心选址问题。

### 1.1 中值问题

Hakimi (1964)最早提出中值问题,中值问题的目标是使所有需求点到设施的平均权重距离最短(距离也可用交通、运输时间表示)。其文章假设每个节点是需求点同时也是设施的被选点,网络中的线路表示交通线路。作者提出对于任一给定设施数 $p$ ,总存在至少一个最优解使得总距离最小<sup>[3]</sup>。Cooper的模型不仅在网络中选择设施区位,而且确定设施在网络中的服务范围。Goldman研究在树状网上如何选择—一个设施点的中值问题<sup>[4]</sup>,具体方法为首先任选一个节点,计算该点的权重是否超过所有权重一半,如果是则为中值点。如果不是则该点权重被计算在相邻点上,直到找到中值点为止。Zelinka<sup>[5]</sup>证明在无权重的树中,树的中值与质心相同。Kariv和Hakimi则证明了在有权重的树中,中值与质心相同<sup>[6]</sup>。

ReVelle and Swain(1970)建立了P-Median问题的整数规划模型<sup>[7]</sup>。中值问题模型可描述为:

$$\min \sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

$i$ 为需求点序号; $j$ 为设施被选点序号; $h_i$ 为需求点 $i$ 的需求; $d_{ij}$ 为需求点 $i$ 与设施被选点 $j$ 的距离;当 $i$ 需求点被设施点 $j$ 满足时 $Y_{ij}$ 为1,否则为0。对于一个有 $N$ 个节点的一般网络,从中选取 $P$ 个点作为设施点,是典型的NP完全问题,可在多项式时间内求出最优解。当 $P$ 为变量,此问题转变为NP-Hard问题,只有使用复杂的算法才能有效地求解<sup>[8]</sup>。

在上世纪70年代末以前,绝大多数学者构建的中值问题模型都为确定型,即客户需求、运输时间、建设成本等系统变量为确定值,这一假设与实际情况往往不符。而后很多学者将确定性模型拓展为不确定模型,假设上述系统变量为随机变量,以随机需求与运输时间的研究为主。中值问题随机模型主要可分为概率模型、排队模型与情景模型三类。(1)概率模型。概率模型可分为需求随机模型与交通运输随机模型两类。需求随机模型。Carbone<sup>[9]</sup>研究需求不确定的公共设施选址问题。该文假设需求是多变量正态分布,利用非线性确定性方程的多变量分析结果,构造了机会约束规划(chance-constrained program)。Mirchandani<sup>[10]</sup>(1980)用马尔可夫随机过程对无能力限制的仓库区位进行研究,供给与需求及运输时间都是随机变量。Bean<sup>[11]</sup>(1992)以Manne的模型为基础,研究需求随机增长情况下的设施生产能力扩张问题。此模型假设需求是非线性的布朗运动或是非马尔可夫生灭过程,用确定性需求替代随机需求,将随机方程转化为确定性方程,同时不允许定单押后的情况出现。Louveaux与Peeters<sup>[12]</sup>(1994)研究有能力限

制的设施的随机需求选址问题,在第一阶段用二元变量、第二阶段用连续变量构建了随机线性整数规划,并用分枝定界法求解。交通运输随机模型。Mirchandani 与 Odoni<sup>[13]</sup>(1979)在 Hakimi 的模型基础上研究具有离散概率交通线路的随机网络模型,不仅证实 Hakimi 在随机网络中也存在选址最优解的命题为真,而且证明当运输时间的效用方程为凸时(convex),在无方向的随机网络上至少有一个最优集。Church 与 Weaver<sup>[14]</sup>(1983)用线性整数规划与拉格朗日松弛变量计算 Odoni 构建的模型。Berman 与 Odoni<sup>[15]</sup>(1982)扩展了 Mirchandani 和 Odoni 的模型。根据运输时间的变化,网络上的设施可以重新选址。(2)情景模型。情景模型是研究在一系列具有发生概率的情况下的设施可靠区位的选址问题。有些文献假设所有情景发生的概率是相等的,一些文献中的情景概率需要计算得出。通过比较情景条件下的最优值与可靠值(robust)得出遗憾值(regret)。Kouvelis 与 Yu<sup>[16]</sup>研究在树状网络上的一个设施点的区位问题,节点需求与线路长度随时间线性变化,同时作者假设所有情景概率相等,目标函数求最大遗憾值的最小值。Averbakh 与 Berman<sup>[17]</sup>在上述研究基础上将网络树扩展为一般网络并提供了一个多项式算法。Laguna<sup>[18]</sup>利用情景模型研究基于时间的背包问题,模型分两阶段求解,第一阶段为递推动态规划,第二阶段用最短路径求解。(3)排队模型。概率模型中的一些参量引进排队模型理论。Larson<sup>[19]</sup>首先将排队论应用在选址模型中,主要研究紧急救助组织的车辆区位与服务范围。作者假设区内、区际间呼救时间呈 Poisson 概率分布、服务时间服从指数分布,构建了一个多服务者排队系统。Brandea 与 Chiu<sup>[20]</sup>研究单个设施的随机排队区位问题,考虑排队与交通时间延迟情况下服务客户的最短反应时间。

## 1.2 覆盖问题

中值问题的应用非常广泛,但是在某些情况下以降低总运输成本(总距离)作为目标不太适宜。例如城市的消防车、医疗急救车辆要求必须在特定时间内到达事故现场,此类设施点必须布置在与需求点特定距离之内才能满足特别的需要。对覆盖问题的研究分两类:完全覆盖问题与最大覆盖问题。<sup>[2]</sup>我们首先介绍完全覆盖,其目标方程求在给定时间(距离)内满足所有需求的最小设施建设成本。如果每个设施建设费用相同,那么目标方程求修建设施的最小数量。

$$\min_j c_j X_j \quad (1)$$

$$\text{subject to: } \sum_{j \in N_i} X_j \geq 1 \quad \forall i, \quad (2)$$

$$X_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \quad (3)$$

目标方程(1)求设施最小建设费用, $c_j$ 为设施建设成本。限制条件(2)要求所有需求都必须被特定距离内的设施满足。如果在 $j$ 点修建设施, $X_j$ 为1,否则为0。应该注意的是此方程没有考虑需求的规模,不论需求多大都可以被设施点满足。另外,如果边缘的节点有非常小的需求量,那么建造此类设施的投入产出比非常低。鉴于上述情况,有些学者研究最大覆盖问题。当决策者没有足够的资源去满足所有的需求时,他们不得不寻求变通的方法,即在给定建设投入(设施数量)、特定距离条件下,最大化所能满足的需求。最大覆盖模型可描述为:

$$\max_i h_i z_i \quad (1)$$

$$\text{subject to } z_i \leq \sum_{j \in N_i} X_j \quad \forall i, \quad (2)$$

$$\sum_j X_j \leq P \quad (3)$$

$h_i$ 为需求点 $i$ 的需求;当节点被覆盖时, $z_i$ 为1,否则为0。目标方程(1)求有限资源条件下所能覆盖的最大需求量。约束条件(2)确定设施为哪个在特定距离内的需求点提供服务。约束条件(3)限定设施数量小于等于 $P$ 。完全覆盖与最大覆盖问题都假设网络上设施被选点是有限的,但即使网络上的被选点是连续(无限),该问题也可转化为有限被选点问题研究<sup>[21]</sup>。在忽视各节点需求规模情况下,最大覆盖问题目标方程就被简化为最大化需求点数量。最早对最大覆盖问题进行深入研究的是 Revelle、White 与 Case<sup>[22]</sup>。一些研究假设设施提供服务的能力是无限的,即不管需求规模有多大,设施均能满足。后来 Current 与 Storbeck<sup>[23]</sup>探讨与实际情况更为相符有能力限制问题,但是他们的文章均没有说明哪些需求点应该被覆盖,哪些点不被覆盖。对于一些公共部门,如消防队、紧急救护中心,应为所有需求提供服务,不论这些点是否超出了特定距离 $S$ 。Pirkul 与 Schilling 将以往有能力限制的最大覆盖模型的约束条件放宽,解决了一般最大化覆盖模型不能满足所有需求的问题。Daskin 与 Stern<sup>[24]</sup>将覆盖模型扩展为支援

覆盖模型(Backup coverage mode)研究美国 EMS 系统车辆服务。针对已经派出车辆不能对该设施服务区的需求再提供服务这一实际问题,支援模型允许其他在可接受距离内的设施对新增需求提供服务。Daskin 与 Stern 建立了一个多等级目标方程,首先最小化能满足需求的车辆数量,然后最大化这些车辆能多重覆盖的范围。

### 1.3 中心问题

完全覆盖问题目标方程求在特定距离(时间)内满足所有需求应修建的最小设施数。与此不同,中心问题虽然也要求满足所有需求,但设施数是给定,求任一需求点到与它最近设施的最小最大距离,即最小最大化问题。该问题描述为:

$$\min D \quad (1)$$

$$D \geq d_{ij} Y_{ij} \quad \forall i \quad (2)$$

$d_{ij}$ 为需求点  $i$  与设施点  $j$  的距离。目标方程(1)求需求点与最近设施距离  $D$  的最小最大距离。约束条件(2)限定了任何需求点  $i$  与最近设施  $j$  的最大距离。当点  $i$  需求被设施  $j$  满足,  $Y_{ij}$  为 1, 否则为 0。中心问题包括无权重与有权重问题两种。如果各需求点需求规模相同,为无权重中心问题。否则为有权重中心问题。Hedetniemi 等<sup>[25]</sup>在一个无权重网络中选择一个设施点,他们设计了时间界为  $O(n)$  算法解决此类问题,被称为规范回归表达式,比 Hakimi 的  $O(n^3)$  算法快很多。此外 Rosental、Slater<sup>[26]</sup>等人对无权重单一设施选址问题都有过研究。如果  $P$  值给定,用多项式算法就可评估所有可能的设施区位。如果  $P$  值是变量,此问题就转化为  $NP$  完全类问题<sup>[27]</sup>。

### 1.4 多产品问题

需求点对服务与产品的需求往往不是单一的,零售商通常要提供多种产品才能满足顾客或企业的正常需要。Geoffrion 与 Graves 建立了多产品的二级选址模型,即不同产品从工厂到分销商再到零售商(需求点)的物流过程<sup>[28]</sup>。模型如下:

$$\min \sum_i f_i X_i + \sum_j v_j \left( \sum_l D_{li} Y_{ij} \right) + \sum_{l,k,j,i} c_{lkji} Z_{lkji} \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_i Z_{lkji} \leq S_{lk} \quad \forall k, K; \quad \forall l, L \quad (2)$$

$f_j$  表示设施建设成本,  $v_i$  表示在分销商(设施点)的可变单位装卸成本,  $D_{li}$  表示零售商  $i$  对产品  $l$  的需求,  $c_{lkji}$  表示将商品  $l$  从工厂  $k$  运送到分销商  $j$  再到零售商  $i$  的平均单位运输成本,  $Z_{lkji}$  表示将商品  $l$  从工厂  $k$  运送到分销商  $j$  再到零售商  $i$  的产品数量,  $S_{lk}$  表示工厂  $k$  生产产品  $l$  的能力。作者利用 Benders 分解法对模型求解。Pirkul 与 Jayaraman<sup>[29]</sup>将 Geoffrion 与 Graves 的二级多产品模型扩展为三级模型,即产品由工厂送至分销商至零售商最后到顾客。在该模型中,决策者不仅要选择分销商的区位,还要选择工厂区位使得总运行成本最小(包括运输成本、建设成本、装卸成本)。作者建立了混合整数规划模型,并用基于拉个朗日松弛变量的遗传算法求解。研究多产品问题的还有 Lee<sup>[30]</sup>, Mazzola 与 Neebe<sup>[31]</sup>, Barros<sup>[32]</sup>。

### 1.5 动态选址问题

一般而言,分销中心、配送中心、消防站、急救中心等设施一旦修建要服务很长时间。但影响选址决策的因素如需求、运输成本等是变化的,再次规划、建设新的设施点成本太高,动态选址问题应运而生。Ballo 于 1968 年发表了第一篇关于动态选址问题文章,文章假设在不同时段内设施可重新选址。他利用动态规划确定了一系列潜在的最优仓库区位,这些仓库区位能最大化其服务区域。Drezner 与 Wesolowsky<sup>[33]</sup>的研究侧重于城市人口的变化对设施区位的影响,作者假设随时间变化的城市人口的增长是可预测的(但是用确定性的方法),目标方程求为特定区域服务的单设施最小期望建设成本,同时检验了不同时期重新布置设施点的概率。文章不仅重新选择设施区位,而且确定重新选址的时间。上述模型都研究网络中单设施区位问题,后来很多学者考虑多设施选址的动态规划。Scott<sup>[34]</sup>研究问题为在每个时段内布置一个设施点,一旦设施点被选定,它只为一个特定的区域服务。Wesolowsky 与 Truscott<sup>[35]</sup>扩展了上述模型,决策者可根据预测的需求变化重新布置设施点。作者构建了整数规划模型,在约束条件中加上了一个时期内可重新选址的次数。Sheppard<sup>[36]</sup>从更广泛的时间与空间领域对动态选址问题进行研究。他的模型不仅要确定多个设施的区位,而且确定设施的规模,还要确定修建设施的时间与扩建时间。Erlenkotter<sup>[37]</sup>的文章侧重于算法,他比较了几种启发式算法求解动态规划的有效性,认为不同的启发式算法相结合对多阶段选址问题求解是非常有效的。研究动态选址问题的学者还有 Frantzeskakis<sup>[38]</sup>、Shulman<sup>[39]</sup>等。

### 1.6 多目标选址问题

通常情况下,不论是公共部门还是私人企业,囿于资源所限,设施选址都不会只设定单一目标,经常将运输(交通成本)、投资成本(建设成本)、客户服务水平(在特定时间、距离为客户提供服务)、设施能力的“平衡利用”等目标综合考虑。构建此类模型最常用的方式是将成本最小化作为总目标,将要实现的目标做为限制条件。Heller(1989)研究医疗服务设施的中值问题,平均运输成本最小已不是唯一目标,同时必须在特定时间内为病人提供服务。Revelle 与 Laporte<sup>[40]</sup>所构建的模型中有两个目标:最小化成本与特定时间内最大程度满足需求。

### 1.7 路径选址问题

路径选址问题的核心就是要寻找最佳的车辆安排时间表、路径同时确定设施数量与区位。其目标就是使货物处于连续、不间断地运输中,并降低成本,增加效益。最早进行路径选址问题概念性研究的是 VonBoventer 等,虽然早期的研究是对综合路径选址问题的研究,但将选址和运输问题隔离开来。Later 和 Cooper 认识到运输—选址问题主要是找到供应商的最佳位置和从源头到目的地的最小的运输成本, Tapiero 综合了有关时间的复杂因素,建立了运输—选址模型,使该项研究更精确、更深入。Watson Gandy 和 Dohrn 是最先在运输—选址问题框架内考虑多仓库车辆路径种类的学者,在其模型中增加了巡回的任务,使路径选址问题求解比一般求解更复杂<sup>[41~43]</sup>。

### 1.8 网络中心选址问题

随着网络技术的发展,网络中心选址问题也受到很多学者的关注。网络中心选址问题可描述为在无向网络中所有节点集合为  $K$ ,网络中心为一个子集,另一子集为终端(非网络中心),所有终端与网络中心相连。任何一条边如果有信息流通过,则这条边的端点至少有一个为网络中心。与中值问题相似,此类模型目标寻求平均距离(时间)最短。与中值问题区别在于信息流在网络中心之间的传输费用与其在网络中心与终端间的传输费用不等。Klincewicz<sup>[44]</sup>, Ernst 与 Krishnamoorthy<sup>[45]</sup>与 Mayer 和 Wagner<sup>[46]</sup>研究无能力限制网络中心选址问题的算法。Aykin<sup>[47]</sup>与 Ebery<sup>[48]</sup>等对有能力限制的网络中心选址模型的算法进行研究。

## 2 结论与展望

在选址问题一百多年的发展历史中,研究内容与方法都有明显改变。在以信息化、生产协作化、交通运输便捷化、需求多样化特征的新经济时代这种变化发展仍将继续。我们认为设施选址问题在模型构建与算法设计两方面还需进一步研究。

首先在构建模型上,构建更符合生产与生活实际活动的模型:

(1) 新经济时代背景下,学者可结合现代经营理念与思想构建模型。供应链管理思想的出现为设施选址问题提供了新的研究角度与契机。与过去选址文章只考虑单方利益不同,供应链管理的目标是降低“整条链”的运营成本,在“链与链”的现代市场竞争中取得优势。研究人员可结合库存论、供应链利益协调机制,建立多级的选址模型<sup>[49]</sup>。

(2) 对模型的假设应多样化。关于不确定性选址的文章有很多,但绝大多数模型均假设需求为正态分布。在很多情况下,需求是指数分布或是离散分布,如一些服务系统的需求为指数分布。对于交通运输时间的不确定性,大多数学者假设运输时间为离散概率分布,这种假设使研究对象理论化、抽象化,便于计算,但缺乏精确性。

(3) 模型系统参量内涵应更具体、明确。有些模型系统参量内涵过于宽泛,一个变量表示运输成本、装卸成本、生产成本等多项内容,虽简化了模型,但和实际情况不太吻合。

其次,算法设计的进一步研究可从以下两方面考虑:

(1) 现有的算法远不能满足求解某些复杂选址问题的需要,因此有必要提供有效的快速算法。鉴于纯数学的算法通常要较长的计算时间,因此,应用人工智能技术,采用专家系统,降低对寻优精度的要求,从而提高速度,是一种现实的途径。

(2) 在积极寻找其他研究方法的同时,继续对算法复杂性进行研究,构造快速算法。选址问题很多是 NP 难题,解决这一问题的关键在于寻找更具一般性的、高效的启发式算法。

本文在大量文献基础上,将已有百年历史的选址问题分为零散研究、系统研究、不确定性问题研究三个阶段。与以往国外此类综述性文章不同,作者将选址问题分为连续选址问题与离散选址问题两大类,进

而将离散选址问题分为中值问题、覆盖问题、中心问题、多产品问题、动态问题、多目标问题、路径选址问题、网络中心问题八个子问题并介绍了各子问题研究内容与特点。最后作者认为如何构建更贴近实际的选址模型与设计更为快速、有效的启发式算法是今后学者关注的研究方向。

## 参考文献:

- [1] Brandeau Chiu. An overview of representative problems in location research[J]. *Management Science*, 1989, (35): 646-652.
- [2] Owen Daskin. Strategic facility location: a review[J]. *European Journal of Operational research*, 1998, (11): 423-447.
- [3] Hakimi. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph[J]. *Operations Research*, 1964, (12): 450-459.
- [4] Goldman. Optimal center location in simple networks[J]. *Transportation Science*, 1971, (5): 212-221.
- [5] Zelinka. Medians and peripherians of trees[J]. *Arch Math*, 1968. 87-95.
- [6] Kariv Hakimi. An algorithmic approach to network location problems[J]. *Applying Mathematics*, 1979, (37): 539-560.
- [7] Church ReVelle. Theoretical and computational links between the  $p$ -median location set-covering and the maximal covering location problem[J]. *Geographical Analysis*, 1976, (40): 6-415.
- [8] Johnson Garey. Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness[M]. 1979, New York: Freeman.
- [9] Carbone. Public facilities under stochastic demand[J]. *INFOR*, 1974, (12): 261-270.
- [10] Mirchandani. Locational decisions on stochastic networks[J]. *Geographical Analysis*, 1980, (12): 172-183.
- [11] Bean Hagle Smith. Capacity expansion under stochastic demands[J]. *Operations Research*, 1992, (40): 210-216.
- [12] Louveaux, Peeters. A dual-based procedure for stochastic facility location[J]. *operations research*, 1992, (40): 564-579.
- [13] Mirchandani, Odoni. Locations of medians on stochastic networks[J]. *Transportation Science*, 1979, (13): 85-97.
- [14] Church Weaver. Computational procedures for location problems on stochastic networks[J]. *Transportation Science*, 1983, (17): 168-180.
- [15] Berman Odoni. Locating mobile facilities on a network with Markovian properties[J]. *Networks*, 1982, (12): 73-86.
- [16] Kouvelis Yu. Robust discrete optimization and its applications[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [17] Averbakh Berman. Minimax regret robust median location on a network under uncertainty, working paper, 1997.
- [18] Laguna. Applying robust optimization to capacity expansion of one location in telecommunications with demand uncertainty[J]. *Management Science*, 1998, (44): 101-120.
- [19] Larson. A hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban emergency services[J]. *Computers and Operations Research*, 1974, (1): 67-95.
- [20] Brandeau Chiu. A unified family of single-server queueing location models[J]. *Operations Research*, 1990, (38): 1034-1044.
- [21] Church Meadows. Location modeling utilizing maximum service distance criteria[J]. *Geographical Analysis*, 1979, (11): 358-373.
- [22] Pirkul Schilling. The maximal covering location problem with capacities on total workload[J]. *Management Science*, 1991, (37): 233-246.
- [23] Current Storbeck. Capacitated covering models[J]. *Environment and Planning*, 1988, (15): 153-164.
- [24] Daskin Stern. A hierarchical objective set covering model for emergency medical service vehicle deployment[J]. *Transportation Science*, 1981, (15): 137-152.
- [25] Hedetniemi et al. Linear algorithms for finding the Jordan center and path center of a tree[J]. *Transportation Science*, 1981, (15): 98-114.
- [26] Tansel Francis. Location on networks: a survey[J]. *Management Science*, 1983, (29): 482-496.
- [27] Daskin, Network and discrete location: models algorithms and applications[M]. New York: Wiley, 1995.
- [28] Geoffrion Graves. Multicommodity distribution system design by benders decomposition[J]. *Management Science*, 1974, (20): 822-844.
- [29] Pirkul Jayaraman. A multi-commodity, multi-plant, capacitated facility location problem: formulation and efficient heuristic solution [J]. *Computers & operational research*, 1998, (25): 869-878.
- [30] Lee C Y. An algorithm for a two-staged distribution system with various types of distribution centers[J]. *INFOR, Canadian Journal of Operational Research and Information Processing*, 1996, (34): 105-117.
- [31] Mazzola Neebe. Lagrangian-relaxation-based solution procedures for a multiproduct capacitated facility location problem with choice of facility type[J]. *European Journal of Operational Research*, 1999, (15): 285-299.
- [32] Barros Dekker, Scholten. A two-level network for recycling sand: A case study[J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, (110): 199-214.
- [33] Drezner Wesolowsky. Facility location when demand is time dependent[J]. *Naval Research Logistics*, 1991, (38): 763-777.
- [34] Scott. Dynamic location-allocation systems: Some basic planning strategies[J]. *Environment and Planning*, 1971, (3): 73-82.
- [35] Wesolowsky Truscott. The multiperiod location-allocation problem with relocation of facilities[J]. *Management Science*, 1976, (22): 57-65.
- [36] Sheppard. A conceptual framework for dynamic location-allocation analysis[J]. *Environment and Planning*, 1974, (6): 547-564.
- [37] Erlenkotter. A comparative study of approaches to dynamic location problems[J]. *European Journal of Operational Research*, 1981, (6): 133-143.
- [38] Frantzeskakis, Watson-Gandy C D T. The use of state space relaxation for the dynamic facility location problem[J]. *Annals of Operations Research*, 1989, (18): 189-212.
- [39] Shulman A. An algorithm for solving dynamic capacitated plant location problems with discrete expansion sizes[J]. *Operations Research*, 1991, (39): 423-436.
- [40] ReVelle Laporte. The plant location problem: New models and research prospects[J]. *Operations Research*, 1996, (44): 864-874.
- [41] Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs[J]. *Numer. Math.*, 1959. 269-271.
- [42] Sleator Tarjan. Amortized efficiency of list update and paging rules[J]. *Communications of the ACM*, 1985, (28): 202-208.
- [43] Tapiero, nagurney anna, dongJue zhangDing. a supply chain network equilibrium model[J]. *Transportation Research*, 2002, (38): 281-303.
- [44] Kliniewicz. A dual algorithm for the uncapacitated hub location problem[J]. *Location Science*, 1996, (4): 173-184.
- [45] Ernst, Krishnamoorthy. An exact solution approach based on shortest-paths for the  $p$ -hub median problems[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 1998, (10): 149-162.
- [46] Mayer Wagner. Hublocater: an exact solution method for the multiple allocation hub location problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2002, (29): 715-739.
- [47] Aykin. Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 1994, (79): 501-523.
- [48] Krishnamoorthy Boland. The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms[J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, (120): 614-631.
- [49] Nozick Turnquist. A two-echelon inventory allocation and distribution center location analysis[J]. *Transportation Research*, 2001, (37): 421-441.